# Moneda y Crédito

## Segunda Epoca

**Convergencia real**
de la Fuente

**Medición de las desigualdades**
Goerlich y Mas

**Ciclos reales en economías abiertas**
Martín-Moreno

**Independencia de bancos centrales, desempleo e inflación**
Alberola, Marqués y Sanchís

**Memoria de largo plazo en series bursátiles**
Olmeda

207
1998

# Moneda y Crédito

207
1998

Suscripción anual:

A. *Individual*
*España* ____ *4.000 + IVA = 4.160 ptas.*
*Extranjero* ____ *4.500 ptas.*

B. *Instituciones*
*España* ____ *5.000 + IVA = 5.200 ptas.*
*Extranjero* ____ *5.500 ptas.*

*Números sueltos:*

*España* ____ *2.600 + IVA = 2.704 ptas.*
*Extranjero* ____ *3.100 ptas.*

*Las solicitudes de suscripción deben enviarse a Moneda y Crédito, S. L., Avda. de América, 32 - 6º. 28028 Madrid ( Tels.: 337 74 33 - 34)*

*Envío de originales:*

*Los autores interesados en remitir trabajos para su eventual publicación en la revista deben enviarlo a Moneda y Crédito, S. L., Avda. de América, 32 - 6º. 28028 Madrid.*

© Copyright 1990
Moneda y Crédito, S. L.
Avda. de América, 32 - 6º. 28028 MADRID
Reservados todos los derechos.
ISSN: 0026-959X
Depósito Legal: M. 925 - 1958
Impreso en España por GRAFICAS VILLA, S. L.

Esta publicación se edita con el patrocinio de:

FUNDACION
CENTRAL HISPANO

## CONSEJO ASESOR


Consejo de Redacción: José Viñals, Banco de España (Director)
Javier Andrés, Universidad de Valencia (Director adjunto)
Juan F. Jimeno, Universidad de Alcalá de Henares y FEDEA (Director adjunto)
Angel de la Fuente, Instituto de Análisis Económico, CSIC
Teresa García-Milá, Universidad Pompeu Fabra
Gonzalo Rubio, Universidad del País Vasco

Consejeros: Charles Bean, London School of Economics
Olivier Blanchard, Massachusetts Institute of Technology
Leopoldo Calvo Sotelo, Banco Central Hispano
Miguel Angel García-Cestona, Universidad Autónoma de Barcelona
Charles Goodhart, London School of Economics
Manuel Guitián, Fondo Monetario Internacional
Albert Marcet, Universidad Pompeu Fabra
Andreu Mas-Colell, Universidad Pompeu Fabra
Alfredo Pastor, IESE, Universidad de Navarra
Francisco Pérez, Universidad de Valencia
Charles Wyplosz, Graduate Institute of International Studies, Ginebra

# CONTENIDO


| | *Págs.* |
|---|---|
| INTRODUCCION Y RESUMEN ..... | 7 |
| *¿Convergencia real? España en la OCDE* ..... ANGEL DE LA FUENTE | 11 |
| *Medición de las desigualdades: Variables, indicadores y resultados* ..... FRANCISCO GOERLICH y MATILDE MAS | 59 |
| *Ciclos reales en economías abiertas: una aplicación al caso español* ..... JOSE MARIA MARTIN-MORENO | 87 |
| *Independencia de bancos centrales, desempleo y su relación con la inflación* ..... ENRIQUE ALBEROLA, JOSE MANUEL MARQUES y ALICIA SANCHIS | 115 |
| *Algunos resultados sobre memoria de largo plazo de series bursátiles* ..... IGNACIO OLMEDA | 145 |
| Anuncio: VI Jornadas de Economía Internacional | |

# INTRODUCCION Y RESUMEN

Este número de Moneda y Crédito contiene cinco artículos sobre aspectos macroeconómicos y financieros de la economía española. En el primer artículo se repasa el proceso de convergencia real de la economía española con los países de la OCDE. El segundo artículo presenta un resumen de indicadores de desigualdad utilizados en las teorías del crecimiento y del bienestar social, así como los resultados de su aplicación al caso español. El tercer artículo contiene la aplicación de un modelo de equilibrio general dinámico de una economía abierta al análisis de las fluctuaciones cíclicas de la economía española. El cuarto artículo analiza la relación entre el grado de independencia de los bancos centrales, la persistencia del desempleo y el sesgo inflacionista de la política monetaria y contrasta empíricamente algunas predicciones teóricas a este respecto con datos de países de la OCDE. Finalmente, el quinto artículo presenta abundante evidencia empírica sobre la existencia de memoria de largo en un conjunto amplio de valores bursátiles de activos que cotizan en la Bolsa de Madrid.

Los avances teóricos que se produjeron en la literatura sobre crecimiento económico a partir de mediados de los años ochenta han dado lugar a la aparición de un buen número de estudios sobre los determinantes de la evolución de la renta per cápita por países. Una de las cuestiones recurrentes en estos trabajos se refiere al grado de convergencia real, esto es, la disminución de las diferencias de productividad y de renta per cápita entre países. En el primer artículo de este número, Angel de la Fuente analiza detalladamente el grado de convergencia real de la economía española con el resto de países de la OCDE, así como la evolución de las diferencias en aquellas variables que, según los modelos al uso, son determinantes del crecimiento económico. Este artículo consta de dos partes. En la primera, el autor documenta el grado de convergencia que se ha producido entre los países de la OCDE durante el periodo 1960-95 y compara la evolución de la renta per cápita española con la del resto de dichos países. Esta comparación permite observar que a partir de 1975 se produjo una cierta ralentización en el proceso de convergencia real entre los países de la OCDE, de forma que la posición relativa de España dentro de este grupo de países se estabilizó. En la segunda parte del artículo, se documenta la evolución de algunos determinantes del crecimiento de la renta per cápita en España y en la OCDE (acumulación de capital físico y

humano, gasto en I+D, tasas de actividad laboral y de desempleo y gasto público) y se estima un modelo de crecimiento que relaciona la tasa de crecimiento de la renta per cápita con dichas variables. Los resultados la estimación indican que la convergencia observada se ha producido fundamentalmente por los efectos de convergencia derivados de la existencia de rendimientos decrecientes al capital y por la difusión tecnológica, mientras que el resto de factores (especialmente el gasto en I+D y el comportamiento del mercado de trabajo) han contribuido poco a la convergencia real o, incluso, han contribuido a la divergencia.

Otra perspectiva que se ha adoptado en la literatura económica para identificar las diferencias de renta per cápita entre individuos y/o países consiste en el análisis de la distribución personal de la renta. En el segundo artículo de este número, Francisco Goerlich y Matilde Mas realizan una síntesis entre los indicadores de desigualdad utilizados en la literatura macroeconómica sobre el crecimiento y los utilizados en la literatura microeconómica sobre distribución personal de la renta. Para ello, discuten detalladamente cuestiones relacionadas con la elección de las variables objeto de estudio en ambas ramas de la literatura económica, la definición de dichas variables en términos reales (es decir, la elección de los deflactores adecuados) y, finalmente, la agrupación de dichos datos en los colectivos objeto de comparación (individuos, regiones, etc.) Los autores analizan la evolución del índice de Theil confirmando el mantenimiento de desigualdades en renta per cápita entre las provincias españolas en el periodo 1979-93 y mostrando que las desigualdades de renta entre individuos se explican fundamentalmente por diferencias dentro de cada territorio (provincias y/o regiones) y no tanto por las diferencias entre territorios.

El estudio de las causas de los ciclos económicos y de las características del mecanismo de transmisión de las perturbaciones que pueden generar dichos ciclos es uno de los temas recurrentes en la agenda investigadora de los macroeconomistas. Recientemente, se ha popularizado el enfoque basado en la utilización de modelos de equilibrio general dinámico para el estudio de cuestiones relacionadas con el ciclo económico. Aunque en su origen estos modelos se diseñaron en un contexto de economías cerradas, han sido adaptados para tratar de analizar el comportamiento cíclico de economías abiertas. En el tercer artículo de este número José María Martín-Moreno presenta una aplicación

de este tipo de modelos referida a la economía española. En esta aplicación el autor aborda dos cuestiones básicas: i) ¿hasta qué punto puede un modelo de ciclo real reproducir la correlación positiva entre ahorro e inversión y el comportamiento contracíclico de la balanza comercial que presenta la economía española? y ii) ¿puede dicho tipo de modelos reproducir otras características de las fluctuaciones cíclicas de la economía española cuando se analizan en un contexto de economías abiertas? Los resultados muestran que, salvo en lo que se refiere a la alta volatilidad del consumo, el modelo reproduce, en términos generales, las características fundamentales de las fluctuaciones cíclicas de la economía española.

En la literatura reciente sobre las causas de la inflación, el sesgo inflacionista de la política monetaria se ha relacionado con la incoherencia temporal que aparece cuando el banco central toma sus decisiones con una cierta preocupación por el nivel de desempleo. De hecho, las tendencias recientes hacia una mayor independencia de los bancos centrales tienen su justificación en los modelos de política monetaria basados en el comportamiento estratégico de los agentes que se desarrollaron en este campo de la literatura económica. En el cuarto artículo de este número, Enrique Alberola, José Manuel Marqués y Alicia Sánchez proponen y estiman un modelo dinámico de este tipo para analizar cómo la relación entre independencia del banco central y tasa de inflación se ve alterada en función del grado de persistencia del desempleo. El modelo teórico presentado por los autores permite concluir que la eliminación del sesgo inflacionista de la política monetaria, no sólo requiere dotar de independencia al banco central, sino también abordar reformas institucionales del mercado de trabajo que reduzcan el grado de persistencia del desempleo. No obstante, la contrastación empírica del modelo no permite establecer una relación robusta entre el grado de persistencia del desempleo y la tasa de inflación, una vez que se tienen en cuenta tanto el grado de independencia del banco central como la tasa de paro no aceleradora de la inflación (NAIRU).

El último de los artículos de este número, escrito por Ignacio Olmeda, está dedicado a establecer el grado de memoria de largo plazo (esto es, hasta qué punto la función de autocorrelación de una serie temporal disminuye en relación con el número de retardos) de series bursátiles de activos que cotizan en el mercado de valores español, así como de la serie del índice general. El autor contrasta el grado de

memoria de largo plazo y de no linealidad de las series de rendimientos, volatilidades y volúmenes de contratación de dichas series bursátiles. Los resultados muestran que, en el caso de los rendimientos y de las volatilidades, existe poca evidencia a favor de la hipótesis de memoria de largo plazo, mientras que sí parece existir tal evidencia en el caso de los volúmenes de contratación. Finalmente, se sugiere que los modelos no lineales parecen más adecuados a la hora de captar la estructura de autocorrelación de las series de rendimientos y de volatilidades.

# ¿Convergencia real? España en la OCDE*

ANGEL DE LA FUENTE
**Instituto de Análisis Económico (CSIC)**

## 1. INTRODUCCION

La convergencia real con Europa es probablemente el reto más importante con el que se enfrenta la economía española a medio y largo plazo. Aunque la llamada convergencia nominal ha recibido una mayor atención en los últimos años debido a la necesidad de cumplir los objetivos fijados en el tratado de Maastricht para el acceso a la moneda única, la convergencia en tipos de interés, tasas de inflación y déficits públicos con el resto de la Unión Europea no puede entenderse más que como un objetivo intermedio cuyo cumplimiento podría contribuir al acercamiento de nuestros niveles de productividad, renta y bienestar a los del resto de los países industriales.

En este trabajo se pasa revista al progreso de nuestro país en el cumplimiento del objetivo de convergencia real durante las últimas décadas. El artículo está organizado como sigue. En el apartado 2 se analizan los rasgos más destacados del patrón de crecimiento en una muestra de países industriales que constituye el punto natural de referencia a la hora de

* Este trabajo ha sido financiado por el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (a través del proyecto de investigación «Determinantes del crecimiento a nivel regional y nacional») y por la Fundación COTEC (a través del proyecto de investigación «Innovación tecnológica y crecimiento económico»). Agradezco los comentarios y sugerencias de Xavier Vives, Omar Licandro y los asistentes a seminarios en FEDEA, el Banco de España y la Dirección General de Análisis y Programación Presupuestaria del Ministerio de Economía y Hacienda, así como la asistencia en la investigación de Juan Antonio Duro.

*Dirección* Instituto de Análisis Económico, Campus de la Universidad Autónoma de Barcelona, 08193, Bellaterra, Barcelona. *Tel:* 93-580-6612. *Fax:* 93-580-1452. *E-Mail address:* delafuente@cc.uab. es.

evaluar el comportamiento y perspectivas de la economía española. El resto del trabajo intenta explicar la experiencia de crecimiento de los distintos países de la muestra, con especial atención al caso español, en términos de un modelo descriptivo de crecimiento basado en la literatura reciente. En el apartado 3 se analiza la evolución comparada de diversas variables (las tasas de acumulación de factores productivos y los niveles de actividad y paro, entre otras) que, de acuerdo con la teoría relevante, constituyen los principales determinantes inmediatos de la tasa de crecimiento de la renta per cápita. En el apartado 4 y el Apéndice 1 se desarrolla y estima un modelo empírico que relaciona la tasa de crecimiento de la renta per cápita con el nivel inicial de renta y las variables señaladas en el apartado precedente. Los resultados de la estimación y los datos subyacentes se utilizan a continuación en el apartado 5 y el Apéndice 2 para realizar un sencillo ejercicio de contabilidad del crecimiento que proporciona una estimación cuantitativa de la contribución de cada uno de los factores considerados al crecimiento diferencial de los distintos países de la muestra y a la convergencia en renta per cápita dentro de la OCDE. Finalmente, el apartado 6 concluye el trabajo con un breve resumen y algunas reflexiones sobre las implicaciones del análisis para nuestro país.

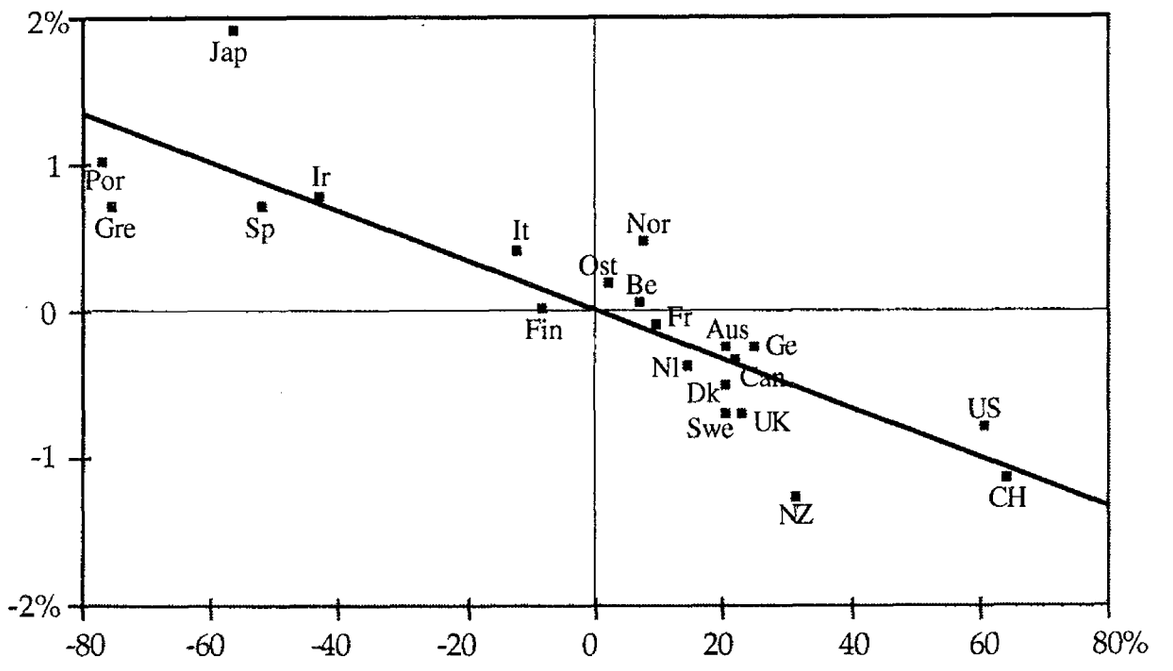
## 2. EVOLUCIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA RENTA EN LA OCDE

El diagrama de *convergencia beta* que aparece en el Gráfico 1 constituye un punto de partida conveniente para nuestro análisis de la experiencia de crecimiento de la OCDE durante las últimas décadas. Este gráfico resume la relación existente entre la situación inicial de cada uno de los países de la muestra en términos de su *renta per cápita relativa* (en desviaciones porcentuales sobre el promedio muestral) y su tasa de crecimiento durante el período (también medida en términos relativos).[1] La pendiente negativa de la recta ajustada de regresión indica que la tasa de crecimiento ha sido mayor en promedio en los países inicialmente más pobres. El coeficiente de pendiente de la regresión, en concreto, indica que el diferencial de renta con respecto a la media muestral se reduce a un ritmo del 1,7% anual en un país típico de la muestra. Encon-

[1] Más precisamente, la renta relativa se define como el logaritmo del producto per cápita en desviaciones sobre el promedio muestral contemporáneo. Cuando la diferencia con el promedio no es muy grande, esta variable es aproximadamente igual a la desviación porcentual de la renta per cápita de cada país sobre el promedio (geométrico) muestral.

tramos, por tanto, evidencia de convergencia beta, si bien a una tasa muy reducida, lo que implica un proceso muy lento de reducción de las disparidades de renta sobre un período de varias décadas.[2]

GRAFICO 1
**CONVERGENCIA EN RENTA PER CAPITA EN LA OCDE, 1960-95**




— *Nota*: La recta de regresión ajustada viene dada por la siguiente ecuación:

$$gyrel.60\text{-}95 = 0.00 - 0.01698 * lyrel60 \quad t = 7.91, \quad R^2 = 0.7673$$

donde gyrel es el incremento medio anual de la renta relativa y lyrel el valor inicial de la misma variable.

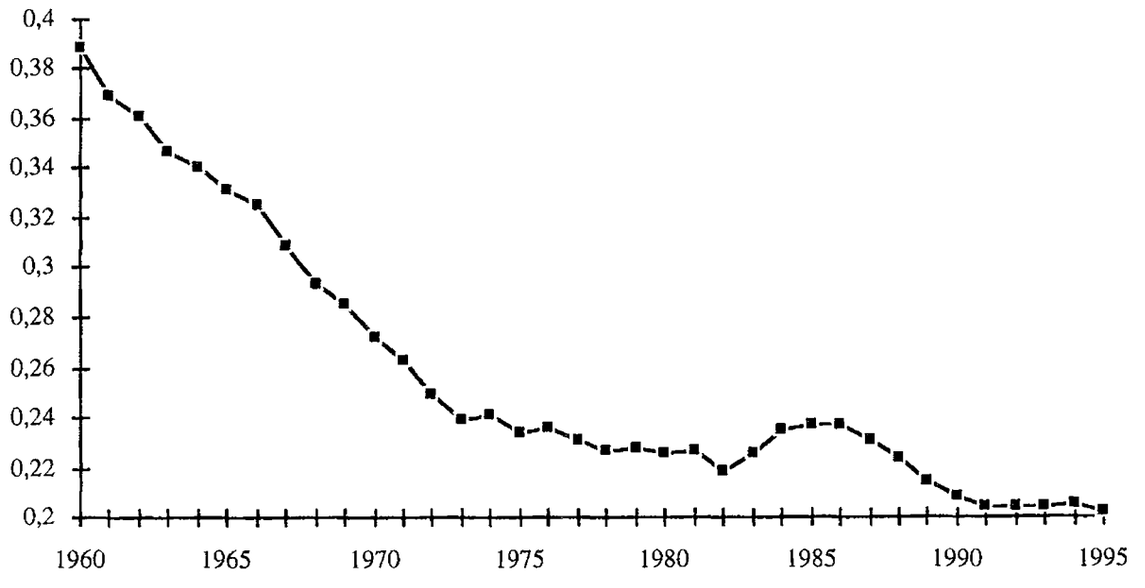
— *Clave*: Por = Portugal, Gre = Grecia, Jap = Japón, Sp = España, Ir = Irlanda, It = Italia, Fin = Finlandia, Ost = Austria, Be = Bélgica, Nor = Noruega, Fr = Francia, Nl = Holanda, Dk = Dinamarca, Swe = Suecia, Aus = Australia, Ge = Alemania Occidental, Can = Canadá, UK = Reino Unido, NZ = Nueva Zelanda, US = Estados Unidos, CH = Suiza.

Este proceso de convergencia se manifiesta también en una reducción muy significativa del nivel de desigualdad entre los países de la muestra (esto es, en la existencia de *convergencia sigma*).[3] El Gráfico 2 muestra la senda temporal de un indicador del grado de dispersión de la renta per cápita en la OCDE. Como se observa en la figura, la evolución de este indicador refleja una fuerte reducción de las disparidades de renta durante la primera mitad del período muestral, seguida de un estancamiento del proceso de convergencia que comienza en la segunda mitad de la década de los setenta.

[2] La muestra que utilizaremos en este trabajo excluye algunos miembros de la OCDE que podríamos considerar atípicos. Luxemburgo e Islandia, por ejemplo, son economías muy pequeñas y muy especializadas en algunos sectores concretos, mientras que Turquía no alcanza el nivel de desarrollo del resto de las economías industriales que consideramos.

[3] Para una discusión más detallada de los conceptos de convergencia sigma y beta, véase Barro y Sala i Martín (1992) o de la Fuente (1996a).

GRAFICO 2
**EVOLUCIÓN DE LA DISPERSIÓN DE LA RENTA PER CÁPITA EN LA OCDE**



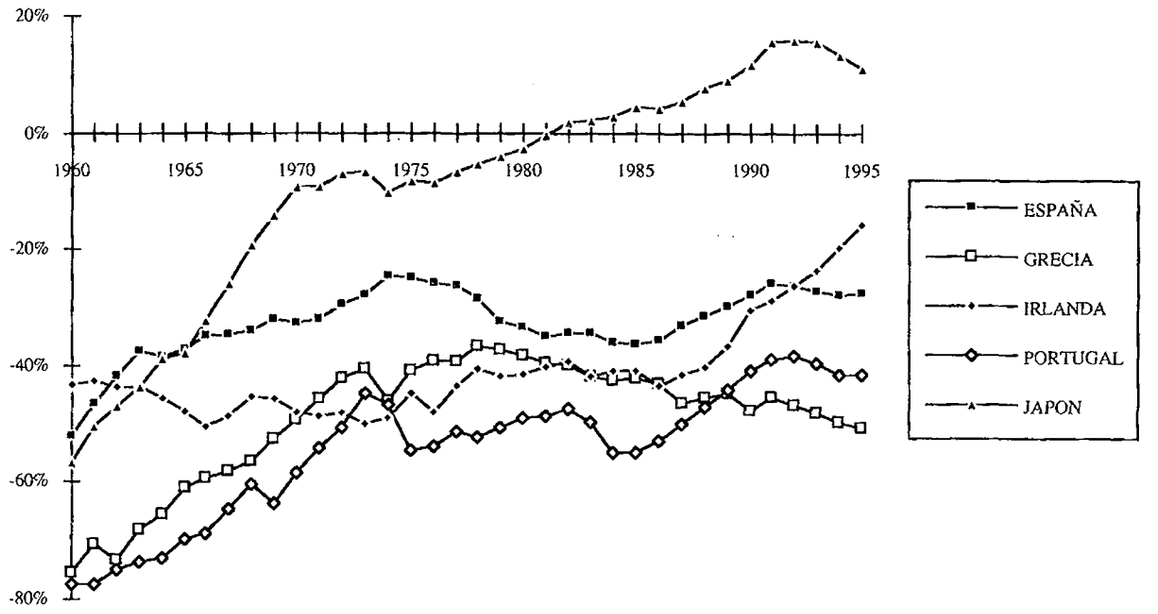

— *Nota*: desviación estándar del logaritmo de la renta per cápita relativa.

En cuanto a la situación española, una tasa de crecimiento superior a la media nos ha permitido reducir apreciablemente el diferencial de renta per cápita con respecto al promedio de la OCDE, pasando de un nivel de renta relativa de –0,52 en 1960 a –0,27 en 1995. El progreso en este frente ha sido, sin embargo, bastante irregular. Tras un fuerte tirón durante el período 1960-75, España pierde posiciones con respecto al promedio muestral durante la década 1975-85, para comenzar después un proceso de recuperación que se estanca a partir de 1990, dejándonos al final del período muestral con un nivel de renta relativa similar al alcanzado en 1975.

El Gráfico 3 compara la evolución de la renta relativa española con la del resto de los países inicialmente rezagados de la muestra. Como se aprecia en la figura, las diferencias de comportamiento entre estas cinco economías son notables. Aunque todas ellas han conseguido acercarse al promedio en alguna medida, la mejoría es espectacular en el caso del Japón (que se sitúa por encima del promedio a partir de 1981) y mucho más reducida en los otros casos. En los países mediterráneos, la mayor parte del avance se produce durante el período 1960-75, observándose un claro estancamiento a partir de este último año. En Irlanda, por contra, el «tirón» se produce a partir de 1985.

GRAFICO 3

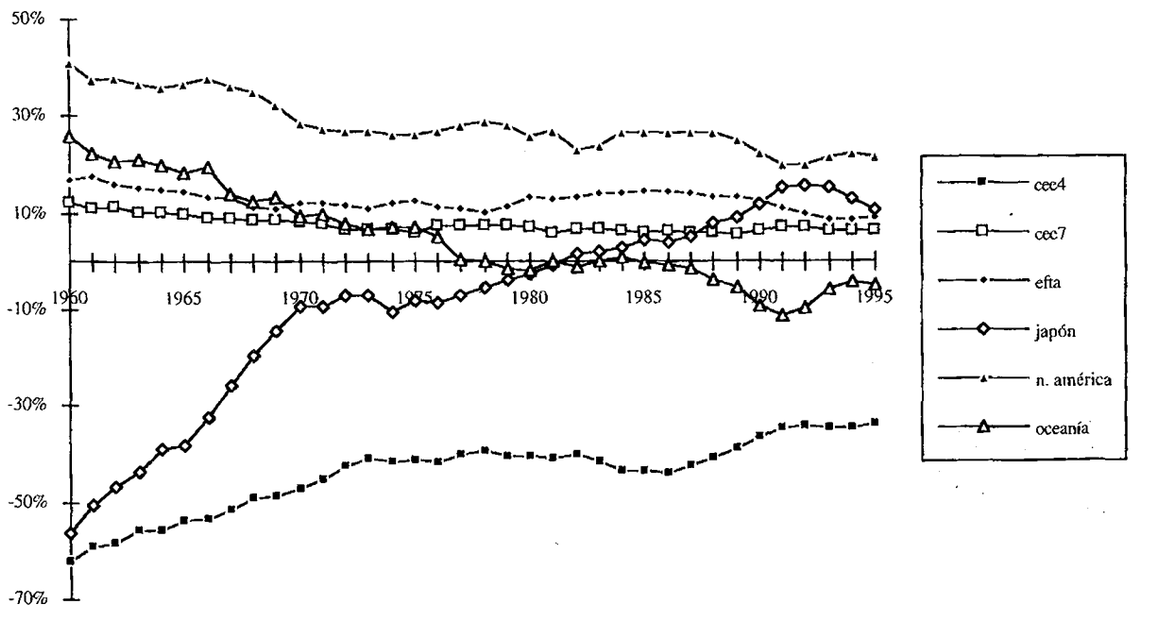
**EVOLUCIÓN DE LA RENTA RELATIVA DE ESPAÑA Y OTROS PAÍSES**




— *Nota*: la renta per cápita relativa es el PIB per cápita medido en desviaciones logarítmicas sobre el promedio contemporáneo de la misma variable en la misma muestra de 21 países miembros de la OCDE que se utiliza en el Gráfico 1.

GRAFICO 4

**EVOLUCIÓN DE LA RENTA RELATIVA DE DISTINTOS GRUPOS DE PAÍSES**




*Nota:* Los grupos de países son: CEE7 = Bélgica, Italia, Holanda, Alemania Occidental, Francia, Reino Unido y Dinamarca; CEE4 = España, Irlanda, Grecia y Portugal; Norteamérica = USA y Canadá; Oceanía: Australia y Nueva Zelanda; Japón; EFTA = Austria, Finlandia, Suecia, Suiza y Noruega.

Finalmente, en el Gráfico 4 se compara la evolución del grupo anterior con la de otras agrupaciones de países industriales. Con el fin de resumir la información relevante, hemos dividido la OCDE en seis submuestras relativamente homogéneas: los países «centrales» de la Comunidad Europea (CEE7); los cuatro países más pobres de la CEE (CEE4); el resto de Europa Occidental («EFTA»); América del Norte (EE.UU. y Canadá); Australia y Nueva Zelanda (Oceanía); y el Japón. Mientras que los dos grupos de países europeos más ricos mantienen una posición relativa muy estable, con un nivel de renta ligeramente por encima del promedio, existen importantes diferencias de comportamiento dentro de cada una de las colas de la distribución, especialmente durante la segunda mitad del período. Como ya hemos visto, Japón converge rápidamente hacia el promedio muestral, mientras que los países europeos más pobres, que parten de niveles muy similares de renta relativa inicial, se estancan a partir de 1978 tras un comienzo muy prometedor. Por otro lado, tanto Norteamérica como Oceanía pierden parte de su ventaja inicial, pero mientras que el declive del segundo grupo continúa durante todo el período (situándose incluso por debajo del promedio a partir de 1985), la posición relativa del primero tiende a estabilizarse en la segunda mitad del período. En conjunto, se aprecia un patrón claro de convergencia durante los años sesenta y la primera mitad de los setenta, pero los diferenciales de renta se estabilizan, aumentando incluso en algún caso, a partir de la segunda mitad de los setenta.

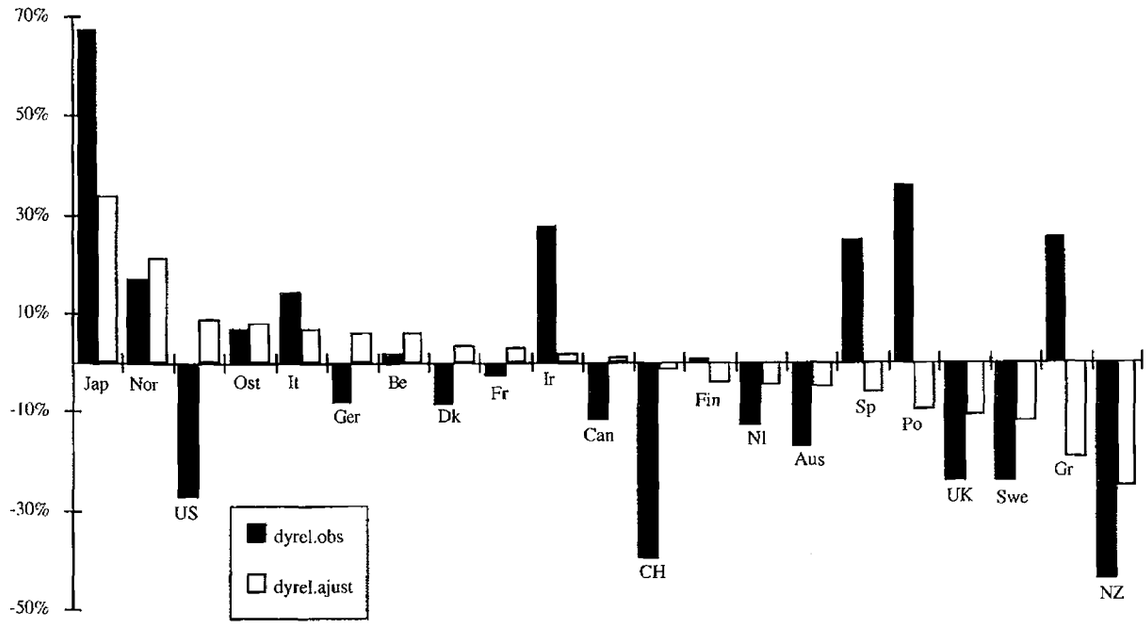
Para poner las cosas en perspectiva, conviene quizás reexaminar los datos que acabamos de repasar utilizando una técnica que permite una mejor valoración del comportamiento global de la economía española en relación con el de otros países industriales. La teoría económica y los análisis empíricos existentes sobre el tema identifican diversos mecanismos que hacen que, otras cosas iguales, los países inicialmente más pobres tiendan casi automáticamente a crecer a tasas superiores al promedio, reduciendo así la distancia que los separa de los más ricos.[4] Un procedimiento sencillo para intentar «limpiar» las tasas de crecimiento nacionales de este efecto de convergencia, haciéndolas así más

[4] La literatura identifica al menos tres factores relevantes: i) la difusión tecnológica, esto es la capacidad de adoptar a bajo coste técnicas más avanzadas desarrolladas en países más ricos, ii) el mayor peso inicial de un sector agrícola caracterizado por bajos niveles de productividad, y la ganancia de productividad que comporta el transvase de mano de obra hacia sectores más productivos y iii) la existencia de rendimientos decrecientes, lo que implica que la rentabilidad de la inversión será mayor en las economías donde el capital es relativamente más escaso. Para una discusión de estos «mecanismos de convergencia», véase de la Fuente (1996a).

comparables unas con otras, consiste en trabajar con el residuo de la regresión de convergencia que aparece en el Gráfico 1. Multiplicando el coeficiente de pendiente de la regresión por la renta relativa inicial de cada país, obtenemos el valor «esperado» de la tasa de crecimiento de su renta relativa. Substrayendo esta cantidad de la tasa observada de crecimiento llegamos, finalmente, a una tasa de crecimiento «corregida» en la que se ha eliminado el efecto de convergencia. Esta tasa corregida de crecimiento (que corresponde a la desviación de cada economía con respecto a la recta ajustada en una regresión de convergencia no condicionada) resume lo bien o mal que le ha ido a un país dado en relación con el patrón medio de comportamiento descrito por la recta de regresión.

GRAFICO 5

**INCREMENTO ACUMULADO DE LA RENTA RELATIVA: VALORES OBSERVADOS Y CORREGIDOS POR EL EFECTO DE CONVERGENCIA**




— *Clave:* Véase el Gráfico 1.

Acumulando los diferenciales anuales de crecimiento de la renta per cápita (netos del efecto de convergencia) durante todo el período muestral, obtenemos el componente del cambio total en la renta relativa de cada país no explicado por su posición inicial (dyrel.ajust). Los resultados de este ejercicio se resumen en el Gráfico 5, donde también se muestran los incrementos no corregidos de la renta per cápita rela-

tiva durante el período (dyrel.obs). El gráfico muestra que la diferencia entre las tasas de crecimiento brutas y ajustadas es importante en muchos países. Corrigiendo por el efecto de convergencia, por ejemplo, los Estados Unidos es el tercer país de la muestra a pesar de que su tasa bruta de crecimiento es inferior al promedio. Nuestro país, finalmente, ha crecido a una tasa anual superior al promedio en unas ocho décimas de punto. Aunque este diferencial positivo es muy apreciable en términos absolutos, España se encuentre por debajo de la recta de regresión que aparece en el Gráfico 1, lo que indica que, dado el nivel inicial de renta per cápita (inferior al promedio en casi un 40%), nuestra tasa de crecimiento ha sido ligeramente inferior a la que habría experimentado un «país típico» que partiese de la misma situación. Restringiéndonos a nuestros «competidores» más directos, la situación es similar en Portugal y bastante más alarmante en Grecia, mientras que Irlanda y especialmente el Japón han tenido un comportamiento mejor que el esperado.

## 3. EVOLUCIÓN DE LOS DETERMINANTES INMEDIATOS DE LA RENTA PER CÁPITA

En el resto de este trabajo intentaremos explicar el patrón de crecimiento que acabamos de examinar en términos del comportamiento de tres grupos de variables. En primer lugar, nos centraremos en la acumulación de factores, descrita por las tasas de inversión en capital físico, humano y tecnológico, y en el posible impacto de dos de los mecanismos de convergencia identificados en la literatura: los rendimientos decrecientes y la difusión tecnológica. Además de estas variables «de teoría del crecimiento», también examinaremos la evolución de dos indicadores que resumen el comportamiento del mercado de trabajo (las tasas de desempleo y de actividad) y tienen un impacto directo sobre la renta per cápita para valores dados del producto por trabajador ocupado. Finalmente, incluiremos entre nuestras variables explicativas un indicador del tamaño total del sector público (el gasto público como fracción del PIB). De acuerdo con numerosos trabajos, la intervención estatal en la economía genera diversas distorsiones (incluyendo las derivadas del exceso de regulación o de los efectos adversos de la imposición y algunas prestaciones sociales sobre los incentivos a trabajar e invertir) que tenderían a reducir la eficiencia en la asignación

de los recursos.[5] El crecimiento del sector público, por tanto, podría tener un efecto negativo sobre el crecimiento de la renta, si bien el efecto neto sobre el bienestar de los agentes podría ser positivo una vez tenemos en cuenta los beneficios directos del gasto del gobierno.

En esta sección nos limitaremos a examinar el comportamiento de estas variables en los países de la OCDE, dejando para el apartado siguiente el desarrollo y estimación de un modelo econométrico que nos permitirá cuantificar su incidencia sobre el crecimiento de la renta per cápita. En cada caso, la información relevante se resume en dos gráficos. En el primero de ellos se compara el nivel de la variable de interés en España con el promedio muestral en cada período, mientras que el segundo recoge los resultados de una regresión de convergencia no condicionada con la variable medida en desviaciones logarítmicas sobre el promedio muestral (esto es, se estima una regresión de la tasa de crecimiento relativo de cada variable sobre el nivel existente al comienzo del período muestral). Este segundo gráfico permite visualizar la situación inicial de cada uno de los países de la muestra y su evolución posterior en términos de los diversos indicadores de interés.

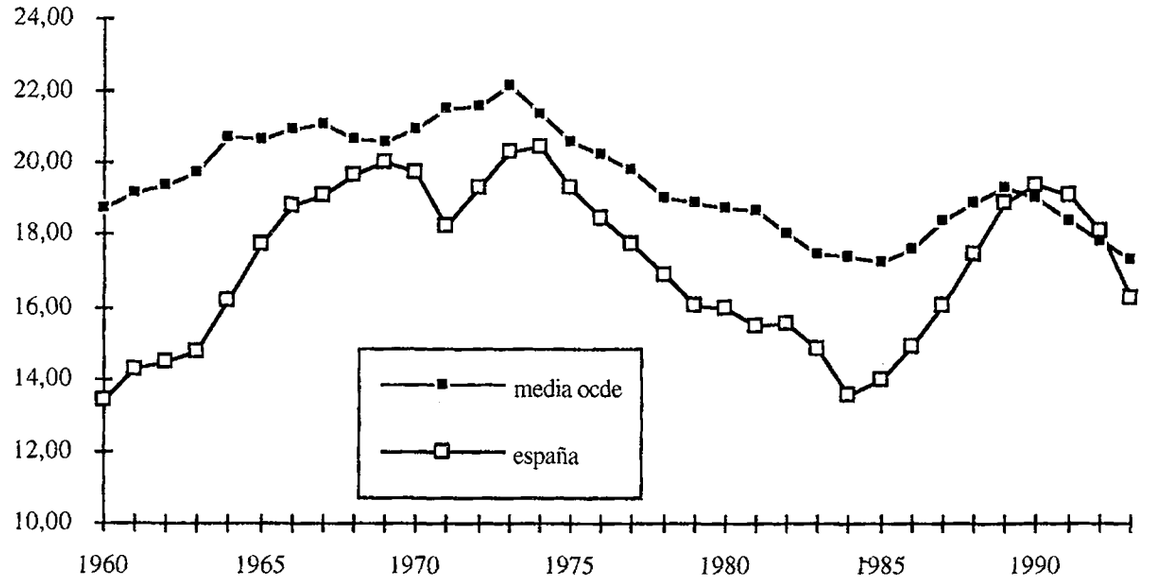
Los Gráficos 6-11 resumen la evolución de las tasas de inversión en capital físico, humano y tecnológico en España y en la OCDE. En el promedio de la muestra, la tendencia es ligeramente decreciente en el caso de la inversión en capital físico, si bien con marcadas oscilaciones cíclicas (Gráfico 6), mientras que la inversión en capital humano y tecnológico aumenta con el tiempo (Gráficos 8 y 10). Por otro lado, se observa un cierto grado de convergencia en términos de los tres indicadores, registrándose una mejora significativa en la posición relativa de la mayor parte de los países con niveles de inversión inicialmente más bajos.

En lo que respecta a España, nuestro país presenta una tasa de inversión en capital físico que es significativamente inferior al promedio de la OCDE durante casi todo el período y algo más sensible a las fluctuaciones cíclicas (Gráfico 6). En términos de gasto en I+D, la situación relativa de España dentro de la OCDE ha mejorado considerablemente (Gráfico 10). Aunque nuestro país aún se caracteriza por niveles de esfuerzo tecnológico muy inferiores al promedio, la magnitud de la brecha se ha reducido aproximadamente a la mitad en términos por-

[5] Véanse entre otros trabajos Landau (1983, 1985 y 1986), Koester y Kormendi (1989), Barro (1991a, b), Easterly y Rebelo (1993) y de la Fuente (1997).

GRÁFICO 6

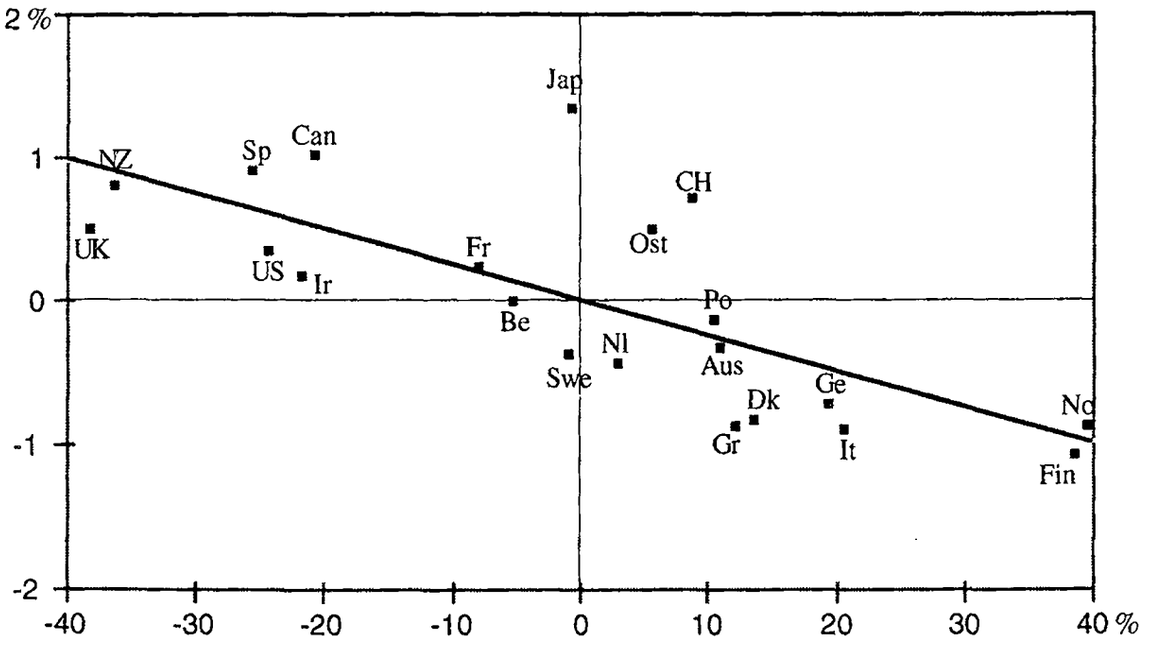
**EVOLUCIÓN DE LA TASA DE INVERSIÓN EN CAPITAL FÍSICO: ESPAÑA vs. PROMEDIO DE LA OCDE**




— *Nota:* media OCDE = promedio no ponderado de las tasas de inversión (inversión sobre PIB a precios internacionales constantes) de los países incluidos en el Gráfico 1. Fuente: Doménech y Boscá (1996).

GRÁFICO 7

**CONVERGENCIA EN TASAS DE INVERSIÓN EN CAPITAL FÍSICO**

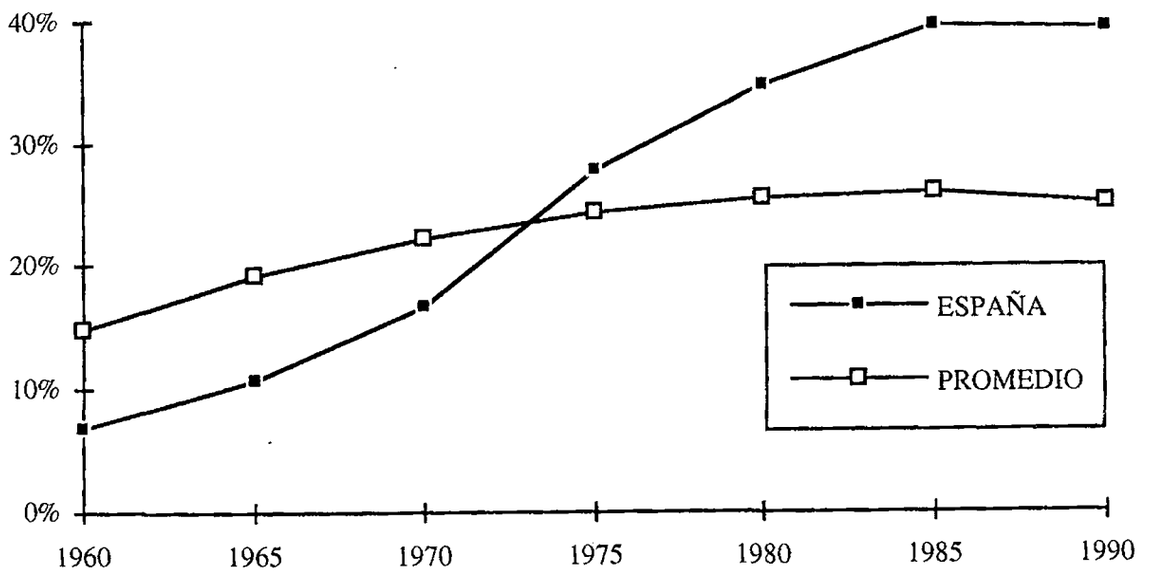



— Nota: La tasa de inversión relativa en capital físico (skrel) se define como el peso de la inversión en capital físico en el PIB, expresado en desviaciones logarítmicas sobre el promedio geométrico muestral en cada período. La figura muestra el resultado de una regresión del incremento anual medio de esta variable (Gskrel = (skrel90 - skrel60)/30) sobre su valor inicial (skrel60) en el período 1960-65. La recta ajustada de regresión viene dada por la ecuación: Gskrel = 0.00 - 0.0244* skrel60 t = -4.70 $R^2$ = 0.538.

En el resto de las ecuaciones de convergencia estimadas en esta sección las variables se miden de forma análoga y el procedimiento es idéntico.

GRÁFICO 8

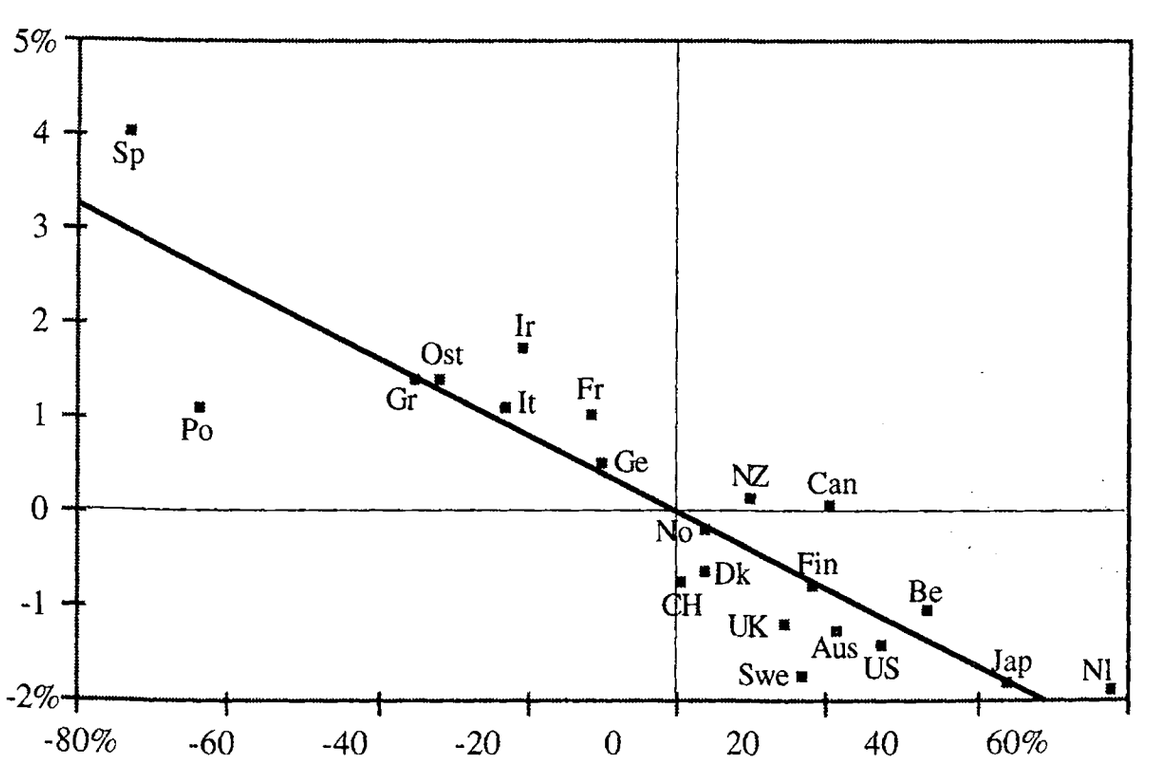
**ESCOLARIZACION SECUNDARIA Y UNIVERSITARIA COMO FRACCIÓN DE LA POBLACIÓN ACTIVA**




— *Fuente:* Anuario Estadístico de UNESCO y Labour Force Statistics (OCDE).

GRÁFICO 9

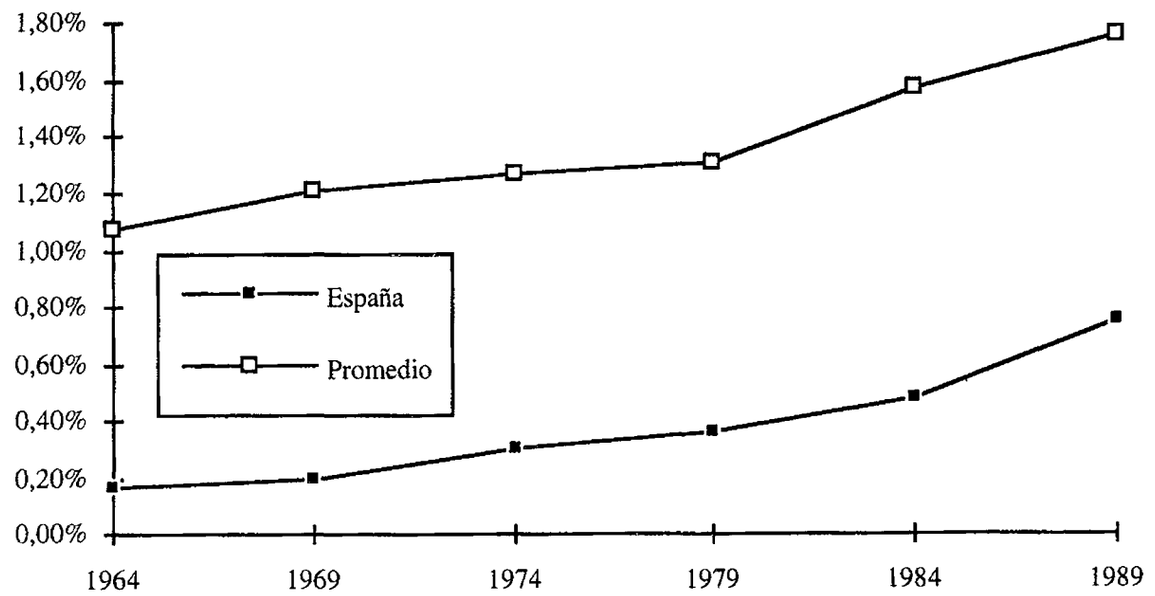
**CONVERGENCIA EN TASAS DE ESCOLARIZACION SOBRE POBLACIÓN ACTIVA**




Gshrel = 0.00 - 0.0408 lshrel.60 t = 9.07, $R^2$ = 0.8125

GRÁFICO 10

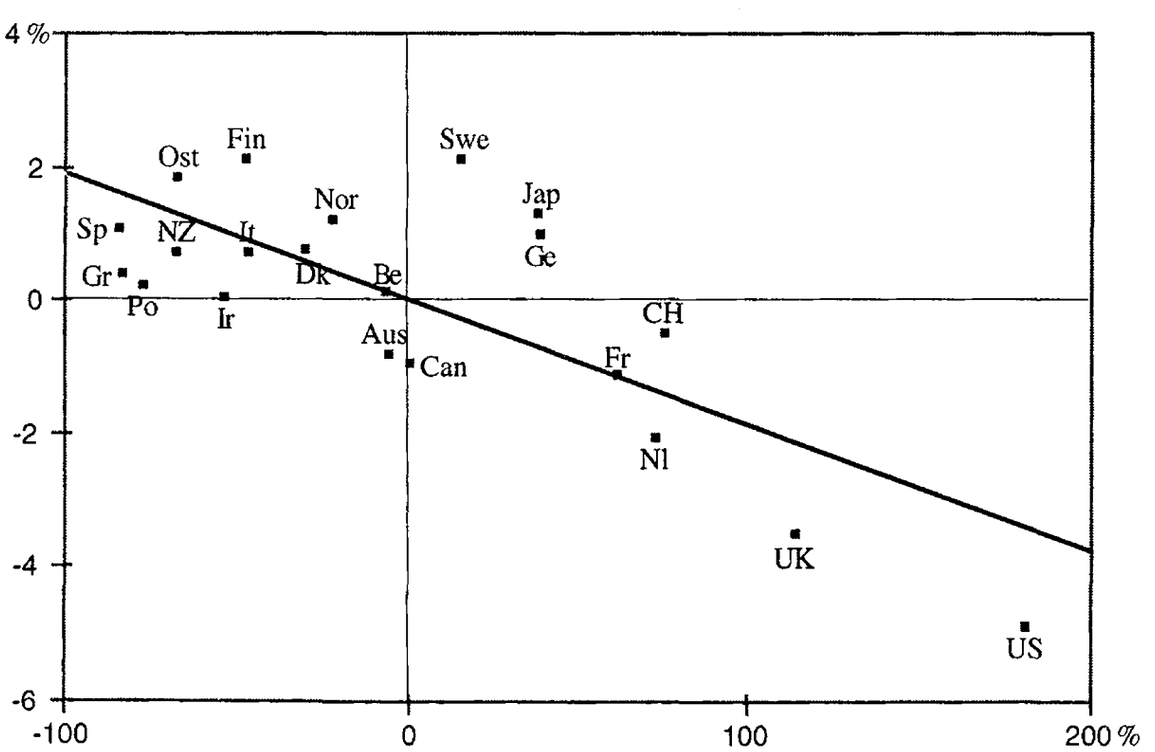
**GASTO EN I+D COMO FRACCIÓN DEL PIB**




— *Fuente:* Anuario Estadístico de UNESCO y Basic Science and Technology Statistics (OCDE).

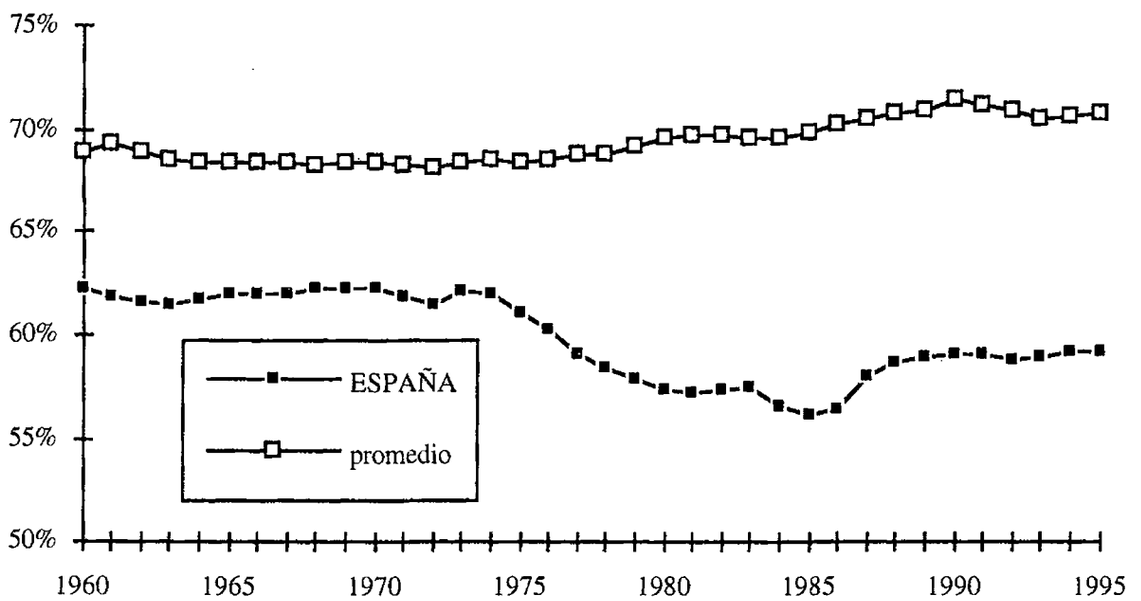
GRÁFICO 11

**CONVERGENCIA EN GASTO RELATIVO EN I+D, 1964-89**



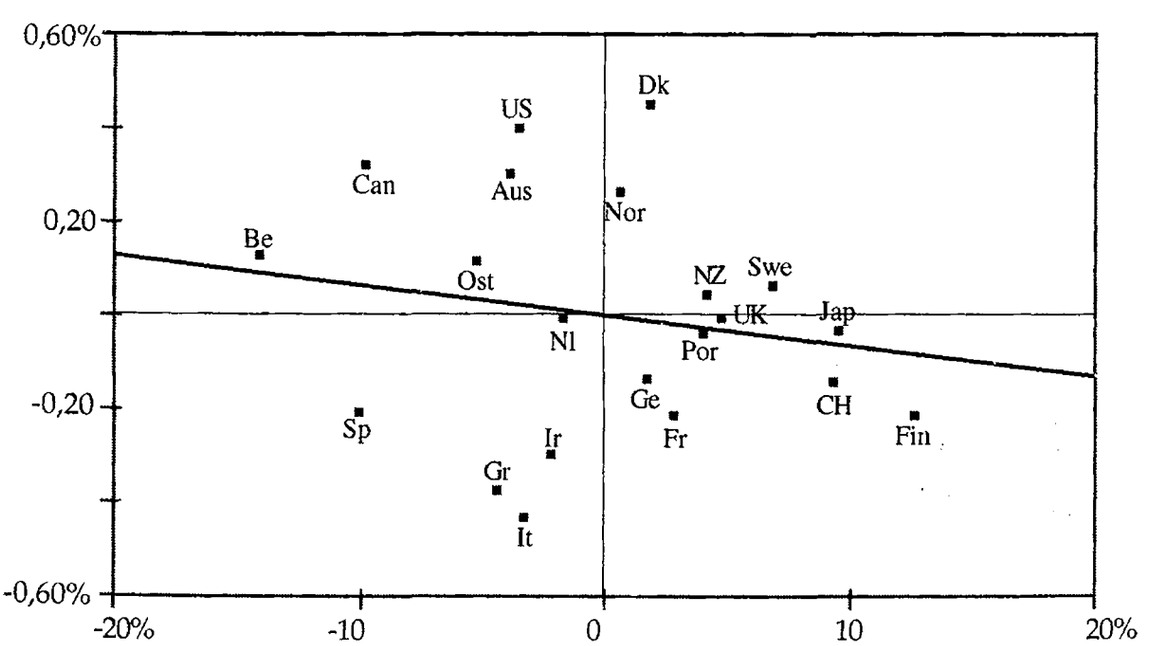

gsr.rel = 0,00 – 0,01888 sr.rel.64 t = 5,08 $R^2$ = 0,5755

GRÁFICO 12
**TASA DE ACTIVIDAD, ESPAÑA vs. PROMEDIO OCDE**




— *Nota:* tasa de actividad = población activa/población en edad de trabajar (15-64).
— *Fuente:* Doménech y Boscá. (1996).

GRÁFICO 13
**CONVERGENCIA EN TASAS RELATIVAS DE ACTIVIDAD, 1960-95**




g.act.rel = 0.00 – 0.00656*actrel.60 t = 0.80 $R^2$ = 0.03235

GRÁFICO 14
**EVOLUCIÓN DE LA TASA DE DESEMPLEO, ESPAÑA vs. PROMEDIO OCDE**

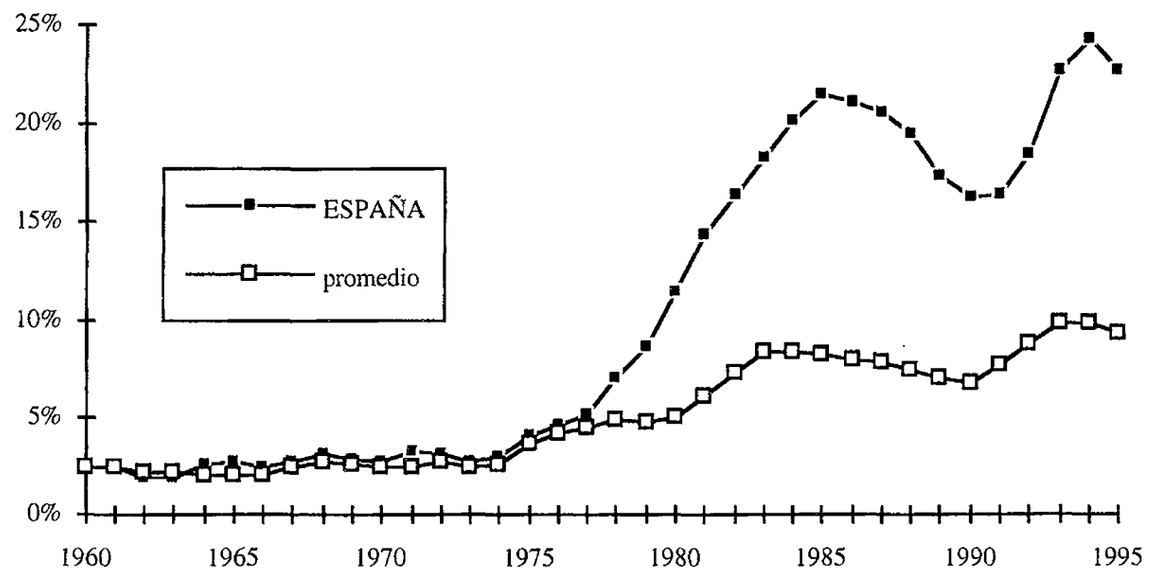
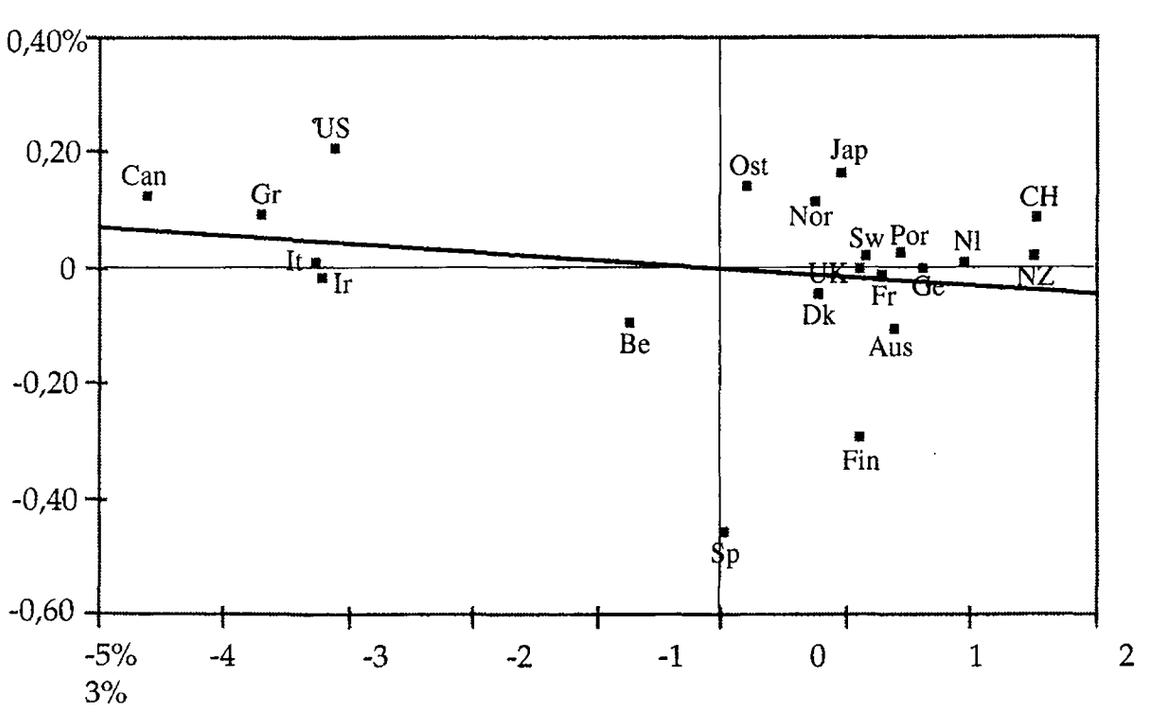



GRÁFICO 15
**CONVERGENCIA BETA EN TASAS DE OCUPACIÓN RELATIVAS, 1960-95**

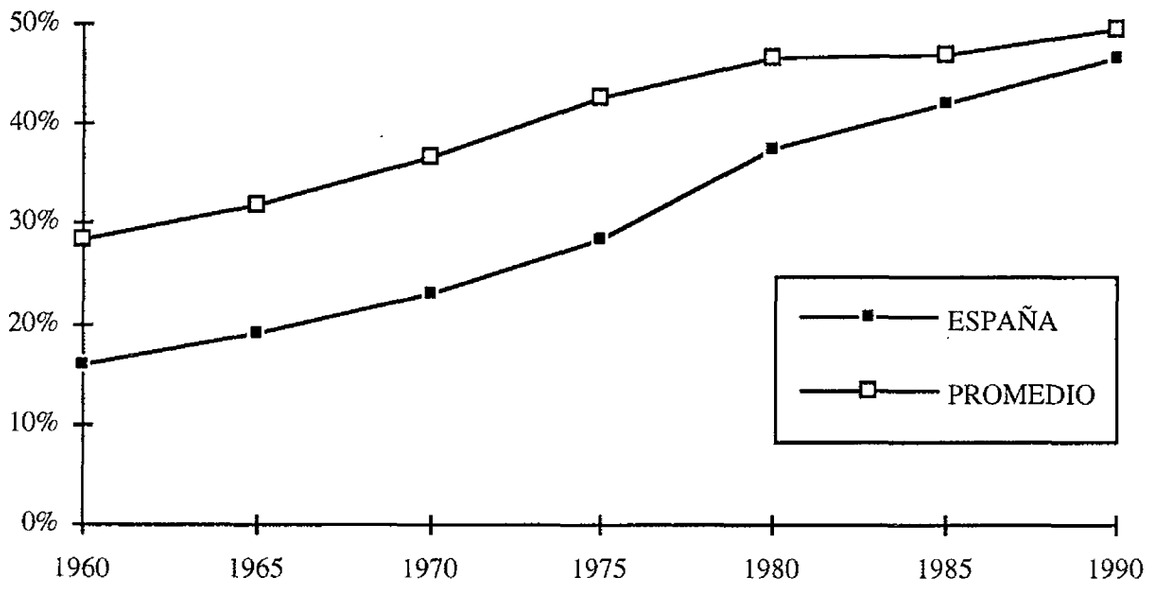



— La tasa de ocupación relativa se define como la tasa de ocupación sobre activos (= 1- tasa de desempleo), expresada en desviaciones logarítmicas sobre su promedio (geométrico) muestral en cada período.

gocrel.60-95 = 0.00 – 0.0142*ocrel60 t = 0,93 $R^2$ = 0.0436

GRÁFICO 16

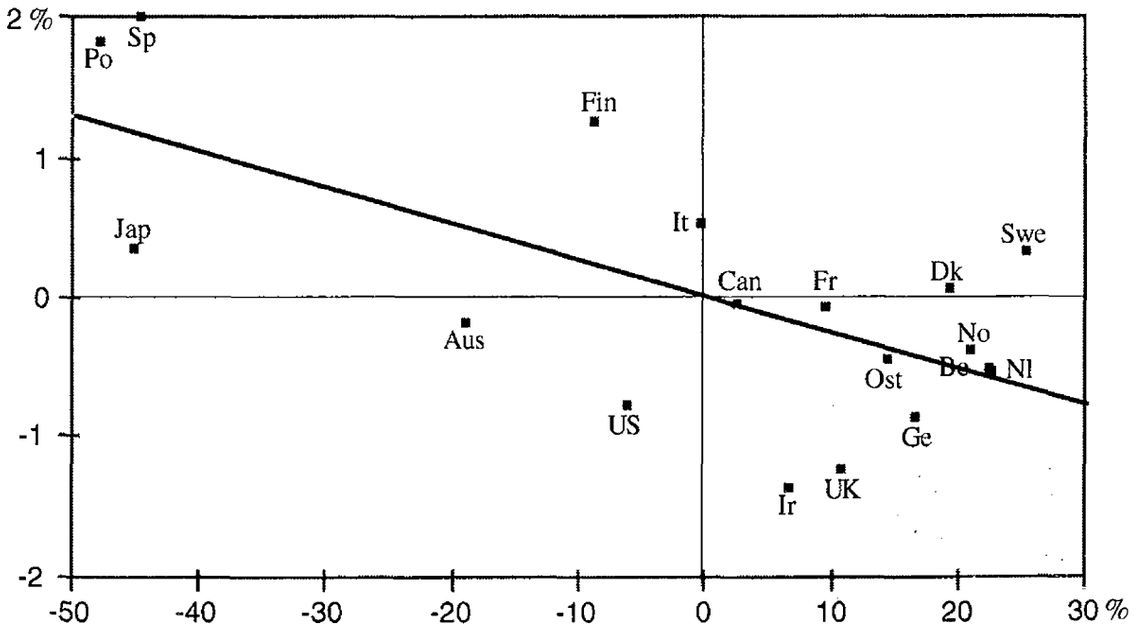
**GASTO PUBLICO COMO FRACCIÓN DEL PIB ESPAÑA vs. PROMEDIO OCDE**




— *Nota:* promedio sobre cada subperíodo de cinco años. El promedio de la OCDE se calcula sobre todos los países para los que se dispone de datos en cada subperíodo. Suiza y Nueva Zelanda se excluyen de la muestra por falta de datos, mientras que los datos de Grecia comienzan en 1980-85. Fuente: OECD Statistical Compendium y Comisión Europea.

GRÁFICO 17

**CONVERGENCIA EN EL PESO RELATIVO DEL GASTO PUBLICO, 1970-95**




— *Nota:* la tasa de crecimiento se calcula a partir de los promedios para 1970-75 y 1990-95

ggovrel = 0.00 – 0.0260*govrel.70 t = 3.63 $R^2$ = 0.4511

centuales, observándose una mejora apreciable durante la segunda mitad del período muestral. Esta mejora resulta aún más clara en el caso de la inversión en capital humano, medida por la tasa de escolarización secundaria y universitaria sobre población activa. En términos de esta variable, nuestro país pasa de el último lugar de la tabla en 1960 al primero en 1990. Aunque en buena medida el indicador utilizado se ve distorsionado por la relativa juventud de nuestra población y su baja tasa de actividad, el cambio refleja un incremento notable del esfuerzo educativo durante las últimas décadas.[6]

Los Gráficos 12-17 describen la evolución de las tasas de desempleo y actividad (parados sobre activos y activos sobre población en edad de trabajar) y el peso del gasto público en el PIB. En el promedio de la OCDE, la tendencia es suavemente creciente en el caso de la tasa de actividad (Gráfico 12), mientras que tanto la tasa de desempleo como el peso del gasto público en el PIB aumentan de manera notable durante las últimas décadas (Gráficos 14 y 16). Por otro lado, se observa convergencia en términos de todas estas variables, aunque con distinta intensidad en cada caso.

La tasa de actividad española es siempre inferior a la media de la OCDE en más de siete puntos y nuestra tasa de desempleo registra un incremento muy superior al promedio a partir de 1978, situándose más de diez puntos por encima de la media muestral en 1995. Finalmente, el nivel de gasto público en España se acerca rápidamente al promedio de la OCDE. La tasa de crecimiento del peso del gasto público en el PIB en España ha sido la más elevada de la muestra (Gráfico 17), pero puesto que el nivel inicial de esta variable era muy bajo, el nivel actual de gasto es aún ligeramente inferior al promedio. El comportamiento de nuestro país en términos de las tres variables que acabamos de discutir ha sido bastante atípico, presentando desviaciones muy significativas sobre las rectas de regresión correspondientes. El diferencial sobre el patrón medio de comportamiento es especialmente llamativo en el caso de la pésima evolución de nuestra tasa de desempleo, que asciende desde un nivel próximo al promedio hasta el primer lugar de la muestra durante el período considerado.

---

[6] Pese a este esfuerzo, el nivel de formación de la población española sigue estando bastante por debajo del promedio de la OCDE y persisten algunas deficiencias preocupantes de nuestro sistema educativo que podrían reducir su contribución al crecimiento. Véase la Sección 6.

# 4. CRECIMIENTO Y CONVERGENCIA EN LA OCDE: UN ANÁLISIS ECONOMETRICO

En las secciones anteriores hemos analizado la evolución de la distribución de la renta per cápita en una muestra de países industriales así como el comportamiento de diversas variables (fundamentalmente flujos inversores) que son, de acuerdo con la teoría relevante, los candidatos naturales para explicar el patrón observado de crecimiento y convergencia. En esta sección desarrollaremos y estimaremos un modelo empírico que relaciona explícitamente el crecimiento de la renta con este grupo de variables. Los resultados servirán más adelante para cuantificar la contribución de estos factores al crecimiento diferencial de los distintos países de la muestra así como a la evolución del nivel de desigualdad.

## *4.1. El marco de análisis*

La teoría económica sugiere que el estudio del crecimiento debería centrarse en dos factores fundamentales: el comportamiento inversor de los distintos países y el impacto de dos posibles «mecanismos de convergencia» que limitan en alguna medida el grado de desigualdad internacional. En cuanto al primero de estos factores, si bien el ahorro y la inversión siempre han jugado un papel central en la teoría del crecimiento, la literatura reciente sobre el tema se caracteriza por una concepción cada vez más amplia de la inversión. Así, mientras que los modelos tradicionales destacaban el papel de la inversión en capital físico, los estudios más recientes atribuyen también una importancia crucial a la inversión en formación («capital humano») y al desarrollo y adopción de nuevas técnicas productivas (inversión en «capital tecnológico»). El mensaje central, sin embargo, no ha variado: aquellos países que ahorran e invierten más tienden a crecer más rápidamente y, a largo plazo, tendrán niveles de renta más elevados.

Controlando por las tasas de inversión, la teoría del crecimiento también identifica dos factores que tienden a favorecer a los países menos avanzados, generando así una tendencia hacia la reducción de las disparidades de renta. El primero de estos mecanismos de convergencia, al que llamaremos *neoclásico,* tiene su origen en el hecho de que, bajo supuestos plausibles sobre las propiedades de la tecnología, el rendimiento de la inversión será mayor en los países en los que el

capital es relativamente más escaso. Esto implica que, a igualdad de esfuerzo inversor, el crecimiento será más rápido en estas economías que en las caracterizadas por una mayor dotación relativa de capital. Una rentabilidad más elevada, además, implica un mayor incentivo al ahorro y a la inversión, así como la posibilidad de atraer capital extranjero —factores todos ellos que reforzarán la tendencia de las economías pobres en capital a crecer a tasas superiores al promedio. El segundo mecanismo de convergencia funciona a través de la difusión internacional de la tecnología. Aunque el retraso tecnológico implica un menor nivel de renta a igualdad de otras condiciones, también ofrece la oportunidad de un rápido crecimiento a través de la adopción de tecnologías extranjeras más avanzadas a un coste relativamente pequeño.[7]

El efecto neto de ambos mecanismos de convergencia es el de mitigar, aunque no eliminar, los diferenciales de renta inducidos por las diferencias de esfuerzo inversor entre países. Si ambos mecanismos son operativos y las tasas de inversión de las distintas economías se mantienen relativamente estables en el tiempo, la teoría predice que la renta relativa (per cápita o por trabajador) de cada país tenderá a estabilizarse con el paso del tiempo a un nivel que depende fundamentalmente de su nivel relativo de esfuerzo inversor y de la intensidad de los dos mecanismos de convergencia que hemos identificado. En caso contrario (en la ausencia de alguno de los mecanismos de convergencia), el nivel de desigualdad entre países aumentaría sin límite, observándose un comportamiento «explosivo» de la distribución internacional de la renta.

Para investigar la validez de la teoría que acabo de esbozar, así como para intentar cuantificar el impacto de los distintos factores relevantes, resulta necesario traducir las ideas precedentes a un sistema de ecuaciones susceptibles de contrastación empírica. El primer paso en esta dirección consiste habitualmente en la introducción de una función de producción agregada que relaciona el producto total de una economía con su dotación de factores productivos (fundamentalmente el tamaño de su fuerza laboral y sus *stocks* de capital físico y humano) y su nivel de desarrollo tecnológico, y en la especificación de una función de progreso técnico que describe los determinantes de la evolución del nivel de eficiencia técnica.

[7] Véanse entre otros Abramovitz (1986), Dowrick y Nguyen (1989) y de la Fuente (1995).

Hecho esto, una primera posibilidad consiste en intentar estimar directamente estas dos funciones. Si disponemos de datos sobre los niveles de renta y *stocks* de factores en distintos años en una muestra de países, podemos utilizar técnicas estadísticas para determinar los valores de los parámetros de las funciones de producción y progreso técnico que mejor explican el comportamiento observado del *output* en función de las variables relevantes.[8] En muchos casos, sin embargo, esta estrategia directa puede no ser la más adecuada. Un problema que se suele plantear en la estimación de relaciones de este tipo es la inexistencia de datos fiables y consistentes sobre las dotaciones de los distintos tipos de capital para una muestra lo suficientemente amplia de economías. Es posible, sin embargo, soslayar esta dificultad mediante la utilización de una aproximación a la función de producción que permite trabajar con datos sobre flujos inversores en vez de con *stocks* de capital. En este segundo procedimiento indirecto, propuesto inicialmente por Mankiw, Romer y Weil (1992) y muy popular en la literatura reciente de crecimiento, lo que se estima, en vez de una función de producción, es una ecuación de convergencia que relaciona la tasa de crecimiento de la renta per cápita o el producto por trabajador con el nivel inicial de la misma variable, las tasas de inversión en distintos tipos de activos y la tasa de crecimiento de la población.[9]

En términos informales, la derivación de la ecuación de convergencia a partir de la función de producción procede de la manera siguiente. Dada la función de producción, el crecimiento del producto por trabajador ha de ser el resultado de un incremento de la dotación de factores productivos por trabajador o del progreso tecnológico (que permitiría aumentar la producción con *stocks* dados de recursos). La tasa de crecimiento del producto por trabajador será por tanto una función creciente de las tasas de inversión en capital físico, humano y tecnológico, de la rentabilidad de la inversión en los distintos tipos de activos, y de la tasa de progreso técnico no explicado por la inversión en I+D.

Para completar la lista de factores explicativos del crecimiento hemos de considerar el efecto de los dos mecanismos de convergencia: la difusión tecnológica y el mecanismo neoclásico. Con el fin de capturar el primero de ellos incluiremos también en la ecuación a estimar una variable ficticia para los países inicialmente menos desarrollados de la muestra que intenta capturar sus oportunidades de imitación, asi

[8] Véase por ejemplo de la Fuente (1996b).

[9] Véase de la Fuente (1994) para una revisión de esta literatura.

como el producto de esta variable y una tendencia. Otras cosas iguales, los países inicialmente menos avanzados presentarán tasas de crecimiento mayores que las de los más desarrollados, por lo que esperamos que el coeficiente de la *dummy* de retraso tecnológico sea positivo. Este efecto, sin embargo, debería ir reduciéndose gradualmente con el paso del tiempo al agotarse las oportunidades de imitación, por lo que el coeficiente del término de interacción entre la *dummy* y la tendencia debería ser negativo.

En cuanto al mecanismo neoclásico de convergencia, hemos visto que este factor incide sobre la evolución de la renta a través de la rentabilidad de la inversión. Bajo los supuestos más habituales sobre las propiedades de la tecnología (en concreto, bajo la hipótesis de que la función de producción presenta rendimientos decrecientes a escala en capital físico, humano y tecnológico), la rentabilidad de la inversión será una función decreciente de los *stocks* de (los diversos tipos de) capital por trabajador. Controlando por las tasas de inversión y por posibles diferencias de eficiencia técnica entre países, esto implica que la tasa de crecimiento será mayor en los países con (dotaciones más reducidas de factores y por lo tanto) niveles más bajos de renta. Por consiguiente, una forma de contrastar empíricamente la existencia del mecanismo neoclásico de convergencia consiste en incluir el nivel inicial de renta por trabajador (además de las tasas de inversión) entre los determinantes del crecimiento del producto. El signo del coeficiente estimado de esta variable en el modelo empírico indicará la dirección del efecto (un valor negativo indicaría que, de acuerdo con la hipótesis neoclásica, los países inicialmente más pobres tienden a crecer más rápidamente que los ricos) mientras que el valor del mismo coeficiente permite cuantificar su intensidad.[10]

## *4.2. Algunos resultados*

La discusión precedente intenta ilustrar de una manera informal como, partiendo de un modelo teórico bien estructurado, es posible obtener una especificación empírica en la que la tasa de crecimiento del producto por trabajador aparece expresada en función de las tasas de inversión en capital físico y humano, el nivel inicial de renta por trabajador, el esfuerzo inversor en actividades de I+D y algún indicador

[10] Véase Barro y Sala i Martín (1992) y Mankiw, Romer y Weil (1992).

de retraso tecnológico inicial con respecto al promedio de la muestra. En el Apéndice 1 se desarrolla y estima econométricamente un modelo empírico basado en las ideas que acabo de esbozar en el que se intenta también controlar por otros determinantes de la evolución de la renta per cápita que no hemos mencionado en el apartado precedente. En concreto, nuestra especificación extiende el modelo neoclásico ampliado popular en la literatura de convergencia con el fin de incorporar el efecto de variables relacionadas con el comportamiento del mercado de trabajo y la incidencia del sector público sobre el nivel de eficiencia productiva. Esto deja fuera, por supuesto, una larga serie de variables con efectos potencialmente importantes sobre el crecimiento, entre las que quizás podríamos destacar el grado de apertura de la economía y distintos indicadores monetarios y financieros.[11]

En este apartado se presentan algunos de los resultados empíricos que resultan de especial interés a la hora de cuantificar la contribución al crecimiento de las variables que hemos considerado. Para interpretar estos resultados conviene introducir explícitamente la función de producción agregada que constituye una de las piezas clave del modelo. En concreto, hemos supuesto que la relación entre el producto agregado de cada economía (Y) y sus dotaciones de recursos productivos viene dada por una función del tipo Cobb-Douglas,

$$Y_{it} = \Theta^{\gamma} K_{it}^{\alpha k} H_{it}^{\alpha h} R_{it}^{\alpha r} (A_{it} L_{it})^{1-\alpha_k-\alpha_h-\alpha_r}, \qquad (1)$$

donde K, H y R son los *stocks* de capital físico, humano y tecnológico, respectivamente, L es el nivel de empleo y $A_{it}$ un indicador del nivel de eficiencia técnica que aumenta con el tiempo a una tasa exponencial y refleja las mejoras en la eficiencia productiva no debidas a la inversión propia en I+D. Los coeficientes $\alpha_i$ (i = k, r, l) miden la elasticidad del producto total con respecto a las dotaciones de los distintos factores. Así, por ejemplo, un incremento del *stock* de capital tecnológico del 1% resultaría (manteniendo constantes las dotaciones de los otros factores y el nivel de eficiencia técnica) en un incremento del $\alpha_r$% en el producto agregado. Finalmente, la variable $\Theta$ representa el peso del gasto público en el producto nacional y se introduce para capturar las posibles distorsiones generadas por el sector público sobre la asignación eficiente de recursos. El coeficiente $\gamma$, por tanto, se puede interpretar como un indicador que resume el impacto de tales distorsiones.

[11] Véanse entre otros King y Levine (1993), Edwards (1993) y Andrés et al. (1996).

**CUADRO 1: PARÁMETROS ESTIMADOS DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN**

| | *variable:* | *coef.* | *(t)* |
|---|---|---|---|
| capital físico | $\alpha_k$ | 0,3065 | (5,07) |
| capital humano | $\alpha_h$ | 0,2041 | (3,74) |
| capital tecnológico | $\alpha_r$ | 0,0603 | (2,22) |
| gasto público | $\gamma$ | –0,1789 | (4,51) |

Partiendo de la ecuación (1) y siguiendo el procedimiento propuesto por Mankiw, Romer y Weil (1992), hemos derivado una especificación empírica que permite recobrar los parámetros de la función de producción a partir de los datos disponibles.[12] Los principales resultados se resumen en el Cuadro 1. Cabe destacar que los coeficientes estimados son estadísticamente significativos y presentan el signo esperado y magnitudes generalmente razonables. Los coeficientes de los *stocks* de capital físico, tecnológico y humano en la función de producción están muy próximos a los obtenidos en otros estudios sobre el tema e indican que los distintos tipos de inversión considerados tienen un impacto positivo y significativo sobre el crecimiento de la productividad. El coeficiente del peso del sector público, por su parte, sugiere que los costes de eficiencia del gasto público son muy significativos. De hecho, el valor estimado de este parámetro resulta sorprendentemente elevado, lo que exige interpretarlo con precaución pese a que este resultado parece ser particularmente robusto a cambios en la especificación del modelo y en la técnica de estimación.[13]

## 5. LAS FUENTES DEL CRECIMIENTO EN LA OCDE Y EN ESPAÑA

El modelo empírico estimado en la sección anterior nos permite expresar la tasa de crecimiento de la renta per cápita de cada país de la muestra como la suma de una serie de componentes que reflejan las contribuciones de las distintas tasas de inversión, los dos mecanismos de convergencia que hemos identificado y otras variables consideradas exógenas en el modelo. Utilizando esta información, en esta sección se

[12] Véase el Apéndice 1.

[13] Véase de la Fuente (1997) para una discusión detallada de los problemas que pueden surgir en conexión con la estimación de la incidencia del gasto público sobre el crecimiento.

analiza el impacto de los factores de interés sobre el comportamiento de cada uno de los países de la muestra y sobre la evolución de la desigualdad en la OCDE.

Combinando los datos analizados en las secciones 2 y 3 con la ecuación de convergencia estimada en la Sección 4 y el Apéndice 1, podemos expresar la tasa de crecimiento de cada uno de los países de la muestra (medida en desviaciones sobre el promedio muestral) como la suma de siete factores que reflejan respectivamente:[14]

i) –iii) las contribuciones de la acumulación de factores productivos (inversión en capital físico (K), humano (H) y tecnológico (I+D), normalizada por la tasa de crecimiento de la población de la forma sugerida por el modelo),

iv) un efecto de convergencia (CONV), que combina lo que hemos llamado el efecto neoclásico y el impacto de la difusión tecnológica (capturado por una variable ficticia para los países menos avanzados),

v) el impacto sobre la renta per cápita de variables relacionadas con el mercado de trabajo (TRAB, que combina el incremento de las tasas de actividad y desempleo),

vi) el efecto del sector público sobre la productividad (GOV), y

vii) un término de error.

Los resultados detallados de esta descomposición (por subperíodos de cinco años) se recogen en el Apéndice 3. El Cuadro 2 muestra el valor promedio (sobre el conjunto del período muestral) de los diversos componentes de la tasa de crecimiento de la renta relativa de cada economía. La primera columna del cuadro (OBS) muestra el diferencial de crecimiento observado para cada país (la diferencia entre la tasa de crecimiento de su renta per cápita y el promedio muestral). La segunda columna (PRED), que es la suma de los diversos componentes de la tasa de crecimiento excepto el término de error, recoge la predicción del modelo sobre el crecimiento relativo del país dado en función de los valores observados de las distintas variables explicativas. Finalmente, la última columna (ERROR) es el error de predicción del modelo, esto es, la diferencia entre la tasa de crecimiento relativo observada y la predicha por el modelo. Las cifras que aparecen en el cuadro se refieren al período 1970-95 y excluyen a Grecia con el fin de que la composición de la muestra sea la misma en todos los períodos.

Centrándonos en el caso de España (Sp), el diferencial de crecimiento de nuestro país con respecto al promedio de la muestra es posi-

[14] Para una discusión más detallada de la metodología empleada en esta sección, véase el Apéndice 2.

tivo pero muy reducido (un 0,10% anual). Las contribuciones de la inversión en capital físico y humano (–0,17% y 0,15%) son ambas modestas pero de signo opuesto y prácticamente se anulan. El componente positivo más importante es el efecto de convergencia relacionado con la operación de los rendimientos decrecientes y la difusión tecnológica, que genera un diferencial positivo de un punto anual. Este efecto positivo, sin embargo, se ve casi exactamente compensado por dos factores que reducen en casi medio punto cada uno la tasa relativa de crecimiento: el bajo nivel de inversión en I+D (–0,49%) y el desastroso comportamiento de nuestro mercado de trabajo (–0,53%).

**CUADRO 2: FUENTES DEL DIFERENCIAL DE CRECIMIENTO CON EL PROMEDIO MUESTRAL, 1970–95**

| | OBS | PRED | K | H | I+D | CONV | TRAB | GOV | ERROR |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| AUS | –0,48% | –0,34% | –0,16% | –0,22% | –0,05% | –0,16% | 0,10% | 0,16% | –0,14% |
| BE | –0,08% | –0,51% | –0,15% | 0,13% | 0,08% | –0,31% | –0,12% | –0,14% | 0,43% |
| CAN | –0,23% | –0,43% | –0,31% | 0,13% | –0,02% | –0,51% | 0,21% | 0,08% | 0,20% |
| DK | –0,25% | –0,38% | 0,15% | –0,12% | –0,03% | –0,33% | 0,13% | –0,18% | 0,13% |
| FIN | –0,13% | 0,10% | 0,50% | 0,01% | –0,08% | 0,09% | –0,24% | –0,17% | –0,23% |
| FR | –0,30% | –0,30% | –0,06% | 0,09% | 0,19% | –0,32% | –0,15% | –0,07% | 0,01% |
| GE | –0,16% | –0,24% | 0,06% | 0,09% | 0,22% | –0,51% | –0,13% | 0,03% | 0,08% |
| IR | 1,17% | 1,25% | –0,07% | 0,12% | –0,18% | 1,34% | –0,20% | 0,25% | –0,08% |
| IT | 0,18% | 0,01% | 0,05% | 0,15% | –0,11% | 0,11% | –0,10% | –0,10% | 0,18% |
| JAP | 0,69% | 0,88% | 0,43% | –0,11% | 0,17% | –0,02% | 0,18% | 0,23% | –0,18% |
| NL | –0,44% | 0,10% | –0,21% | 0,27% | 0,19% | –0,11% | 0,06% | –0,10% | –0,54% |
| NO | 0,90% | 0,53% | 0,66% | –0,02% | 0,02% | –0,33% | 0,26% | –0,06% | 0,38% |
| OST | 0,22% | 0,44% | 0,29% | 0,29% | –0,17% | –0,18% | 0,25% | –0,04% | –0,22% |
| PO | 0,56% | 0,40% | 0,05% | –0,69% | –0,44% | 1,69% | –0,18% | –0,03% | 0,16% |
| **SP** | **0,10%** | **–0,05%** | **–0,17%** | **0,15%** | **–0,49%** | **1,00%** | **–0,53%** | **–0,02%** | **0,15%** |
| SWE | –0,94% | –0,86% | –0,13% | –0,26% | 0,14% | –0,31% | 0,05% | –0,35% | –0,08% |
| UK | –0,30% | 0,05% | –0,41% | –0,07% | 0,27% | 0,07% | –0,02% | 0,20% | –0,34% |
| US | –0,53% | –0,64% | –0,53% | 0,06% | 0,29% | –1,20% | 0,41% | 0,33% | 0,11% |

— *Nota:* Contribución de cada uno de los factores citados al diferencial medio de crecimiento (en tasas anuales) entre cada país y una hipotética economía promedio.

En el Gráfico 18 se compara el caso español con el de Irlanda y Portugal, los otros dos países europeos «rezagados» para los que disponemos de datos completos. La figura sugiere que el mejor comportamiento de la economía irlandesa debe bastante a su mayor disciplina fiscal y a sus relativamente elevadas tasas de inversión en capital humano y tecnológico. España, por contra, destaca positivamente sólo en términos de su inversión en capital humano y presenta las menores tasas de inversión en capital físico y gasto en I+D, además del peor comportamiento del

mercado de trabajo. Finalmente, en el caso de Portugal, sus bajos niveles de inversión en capital humano y tecnológico se ven compensados por un mayor efecto de convergencia (debido a su menor nivel de renta) y por una mayor tasa de inversión en capital físico.

GRÁFICO 18

**FUENTES DEL DIFERENCIAL DE CRECIMIENTO, PROMEDIO 1970-95 ESPAÑA vs. IRLANDA Y PORTUGAL**

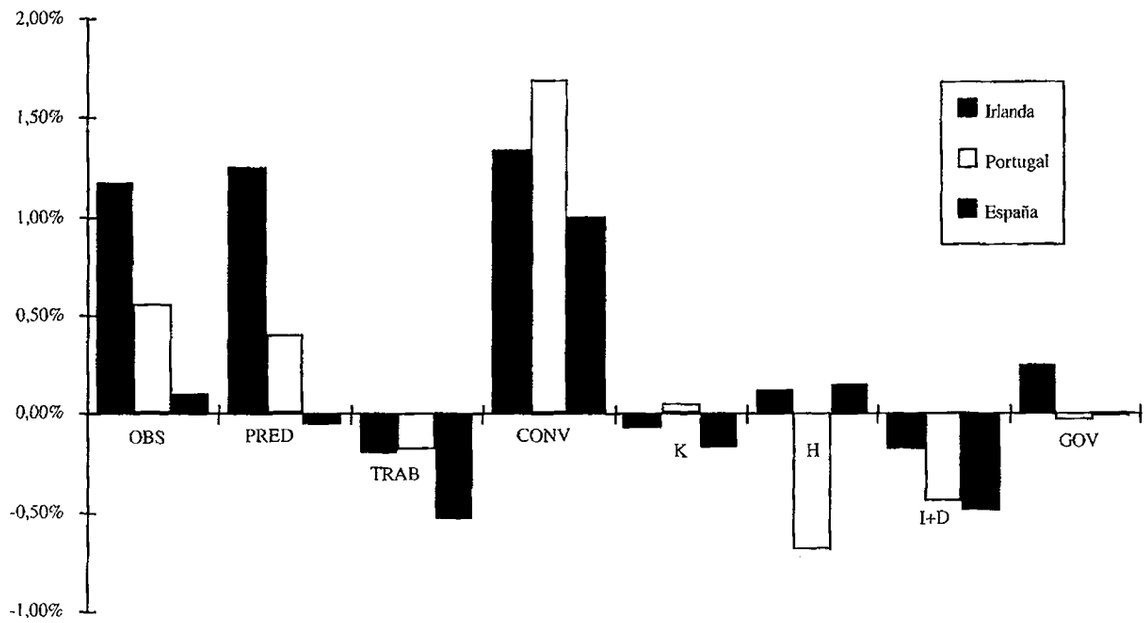
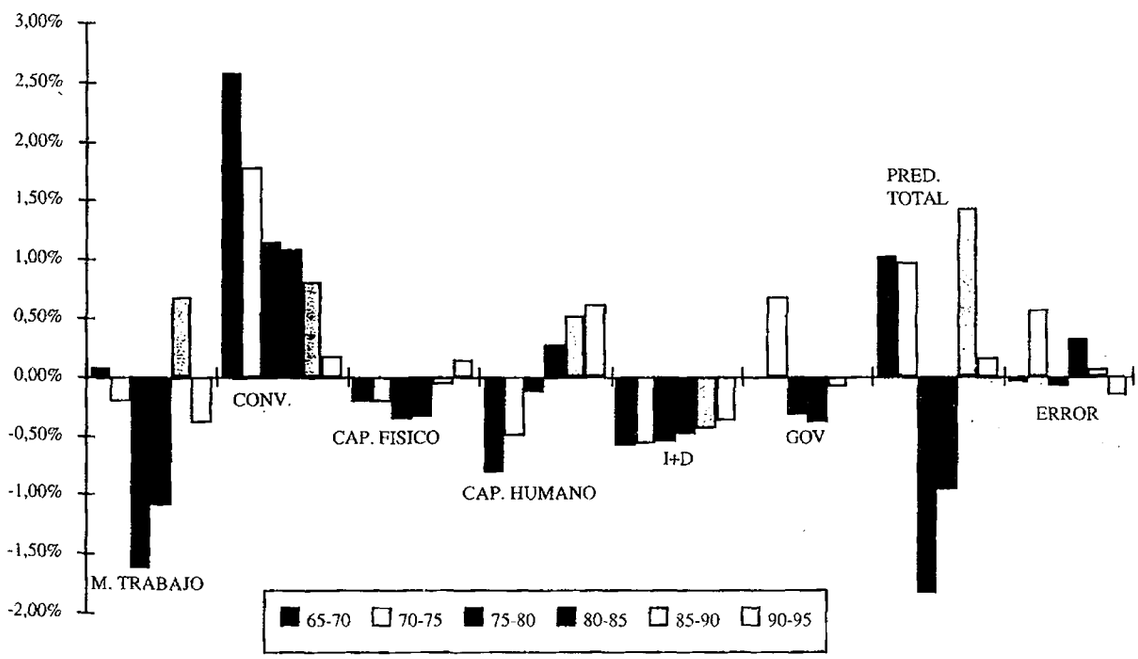



GRÁFICO 19

**FUENTES DEL DIFERENCIAL DE CRECIMIENTO ESPAÑOL**



El Gráfico 19 muestra el patrón temporal de los distintos componentes del crecimiento de la renta relativa española. La gradual reducción del efecto de convergencia se ve compensado en parte por un incremento notable de la inversión en capital humano, un ligero aumento del gasto en I+D y, en los dos últimos subperíodos, por un mejor comportamiento relativo de las variables laborales y la inversión en capital físico, así como por la desaceleración del crecimiento del gasto público.

**CUADRO 3: CONVERGENCIA EN RENTA PER CAPITA OBSERVADA E INDUCIDA POR DIVERSAS VARIABLES**

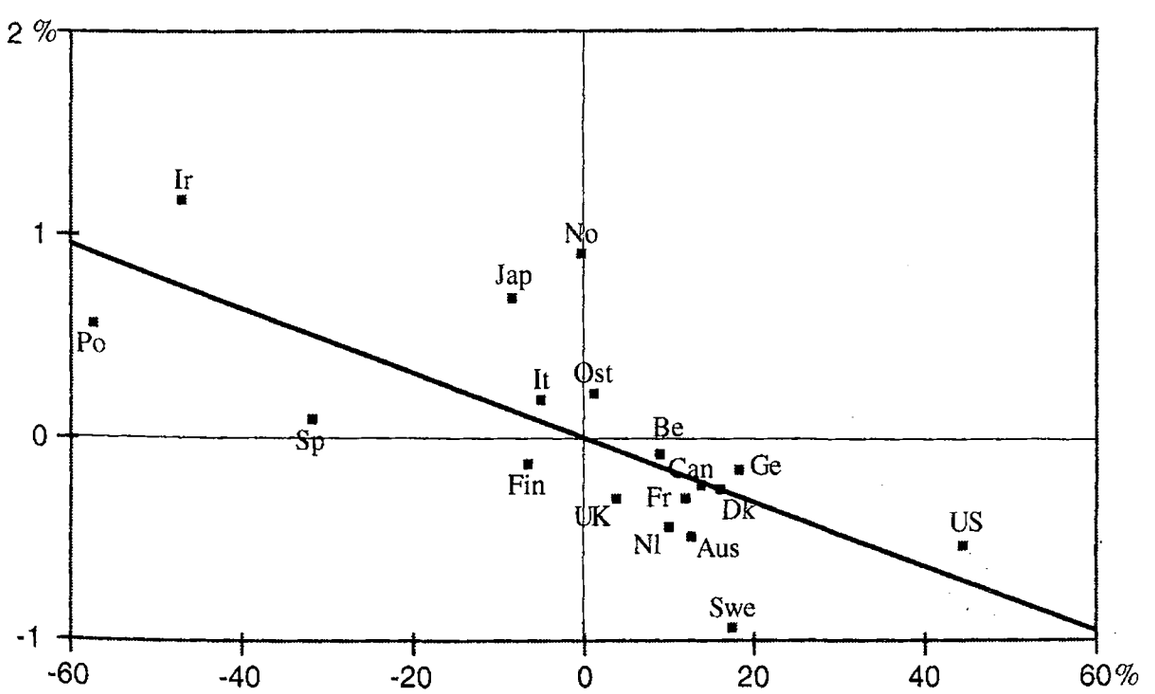
| | *desv. estándar renta relativa* | | | *regresiones parciales de conver* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | *1970* | *1995* | *%Δ* | *beta* | *(t)* | $R^2$ |
| ***observada*** | 0,239 | 0,170 | –28,58% | 1,59% | (4,15) | 0,5178 |
| ***inducida por:*** | | | | | | |
| *mercado trabajo* | 0,239 | 0,276 | 15,61% | –0,57% | (3,08) | 0,3716 |
| *efectos de convergencia* | 0,239 | 0,083 | –65,36% | 2,76% | (17,67) | 0,9513 |
| *capital físico* | 0,239 | 0,230 | –3,62% | 0,35% | (1,13) | 0,0743 |
| *capital humano* | 0,239 | 0,262 | 9,78% | –0,30% | (1,38) | 0,1062 |
| *I+D* | 0,239 | 0,283 | 18,62% | –0,71% | (4,97) | 0,6066 |
| *gobierno* | 0,239 | 0,241 | 1,00% | 0,03% | (0,15) | 0,0014 |

— *Notas:* Un valor negativo del coeficiente de convergencia beta indica «divergencia» (esto es, que el factor considerado contribuye a aumentar la desigualdad). La muestra excluye Grecia, Suiza y Nueva Zelanda por falta de datos fiscales y comienza en 1970.

Hasta el momento nos hemos centrado en la contribución de las variables explicativas del modelo al crecimiento diferencial de cada uno de los países de la muestra. Una segunda cuestión de interés es la incidencia de cada uno de estos factores sobre la evolución de la distribución de la renta. Con el fin de cuantificar la contribución de los distintos componentes de la tasa de crecimiento de la renta per cápita a la convergencia en los niveles de esta última variable, utilizaremos una sencilla extensión de las técnicas habituales para el análisis de la convergencia sigma y beta. El Cuadro 3 resume los resultados. Sus tres primeras columnas muestran los valores iniciales y finales (observados e hipotéticos) de la desviación estándar de la renta per cápita relativa y la reducción porcentual de este indicador durante el período 1970-95. La primera fila del cuadro muestra los valores observados de estas variables. En el resto de las filas se recoge una estimación de la contri-

bución de cada uno de los componentes de la tasa de crecimiento a la convergencia total en renta per cápita. En cada caso, el nivel de dispersión de la renta per cápita en 1995 es el correspondiente a un escenario hipotético en el que la variación en la renta relativa de cada país sería tan sólo la inducida por cada uno de los componentes por separado (véase la ecuación A.11 en el Apéndice 2). La reducción de la desigualdad con respecto al valor observado en 1970, por tanto, mediría la contribución de cada uno de los factores analizados a la convergencia sigma en renta per cápita. El resto de las columnas del cuadro resumen los resultados de una serie de regresiones parciales de convergencia en las que la variable a explicar es el incremento de la renta relativa inducido por cada uno de los componentes y la variable explicativa es el nivel inicial de renta relativa (véase la ecuación A.10). El coeficiente estimado mediría por tanto la tasa de convergencia beta en renta per cápita inducida por cada uno de los componentes de la tasa de crecimiento por separado. Los Gráficos 20-26 muestran las rectas de regresión parcial ajustadas para cada uno de los componentes de la tasa de crecimiento.

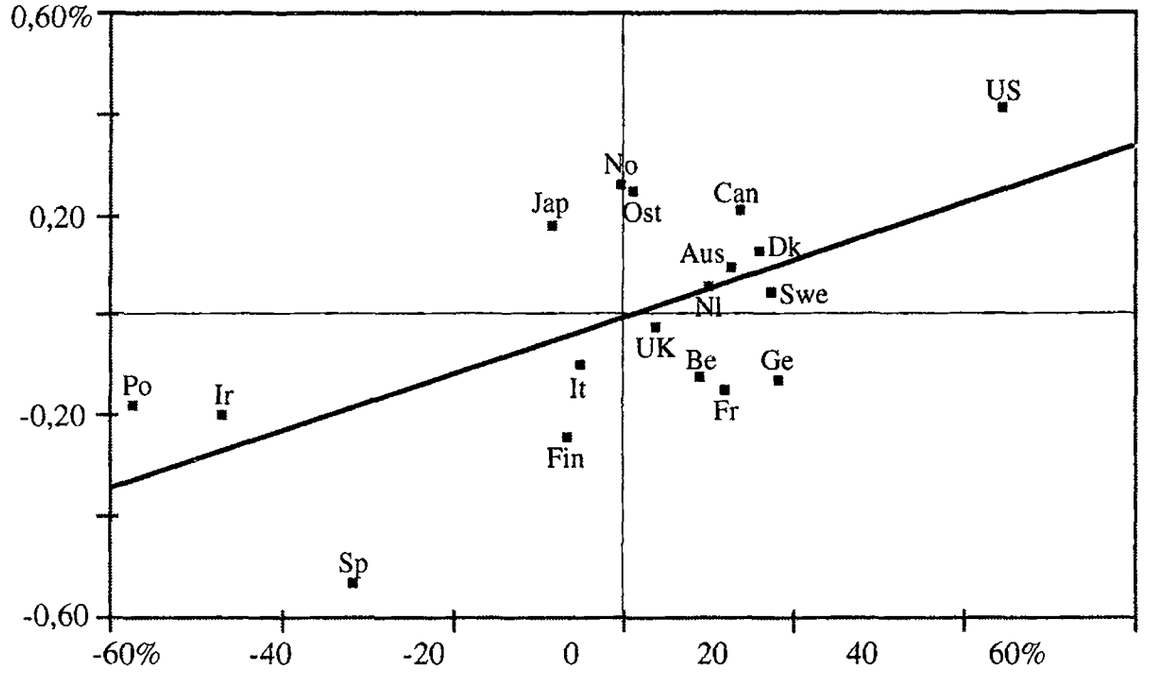
GRÁFICO 20
**CONVERGENCIA BETA EN RENTA PER CÁPITA RELATIVA, 1970-95**




GYPC.OBS = 0.00 – 0.0159*LYPCR70, t = 4.15 $R^2$ = 0.5178

GRÁFICO 21

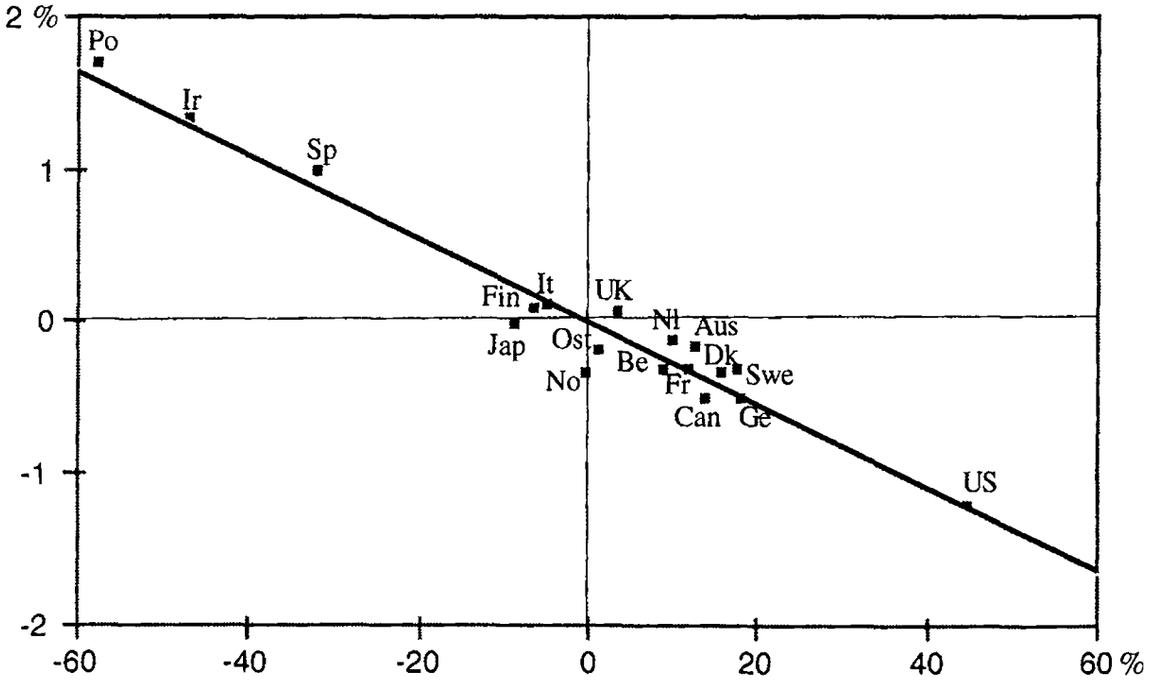
**CONVERGENCIA BETA EN RENTA PER CÁPITA RELATIVA INDUCIDA POR EL COMPORTAMIENTO DEL MERCADO DE TRABAJO, 1970-95**




GYPC.TR = 0,00 + 0,00566*LYPCR70, t = 3,08 $R^2$ = 0,3716

GRÁFICO 22

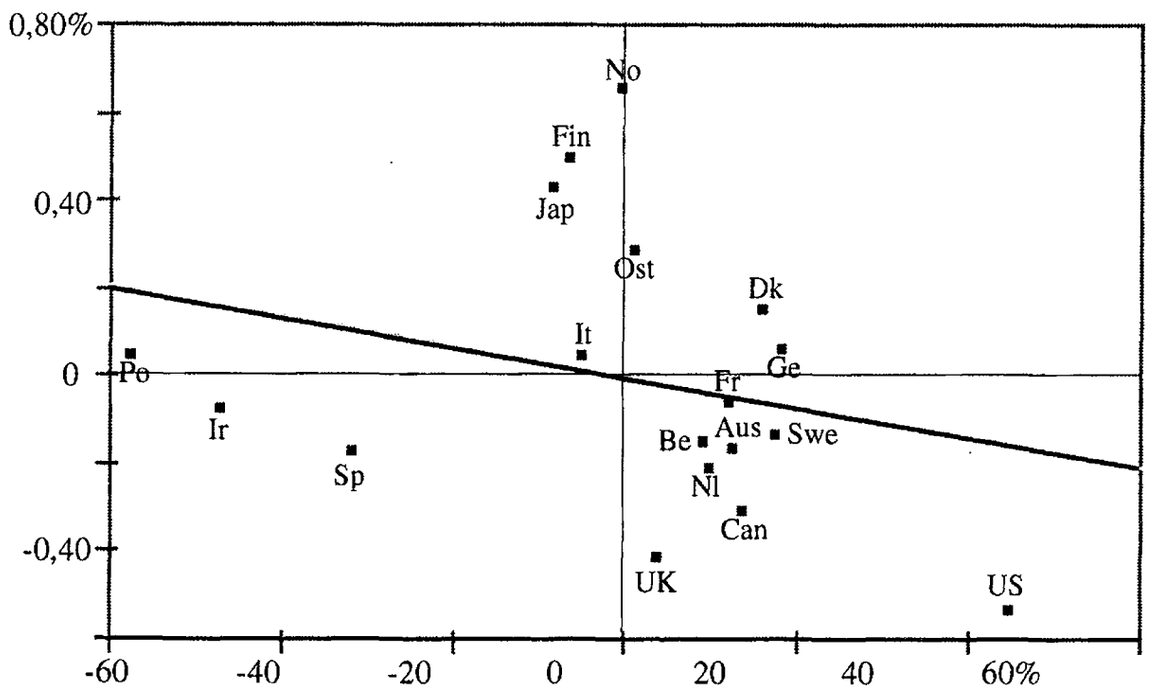
**CONVERGENCIA BETA EN RENTA PER CÁPITA RELATIVA INDUCIDA POR EL EFECTO DE CONVERGENCIA, 1970-95**




PCR70, t = 17,67 $R^2$ = 0,9513

GRÁFICO 23

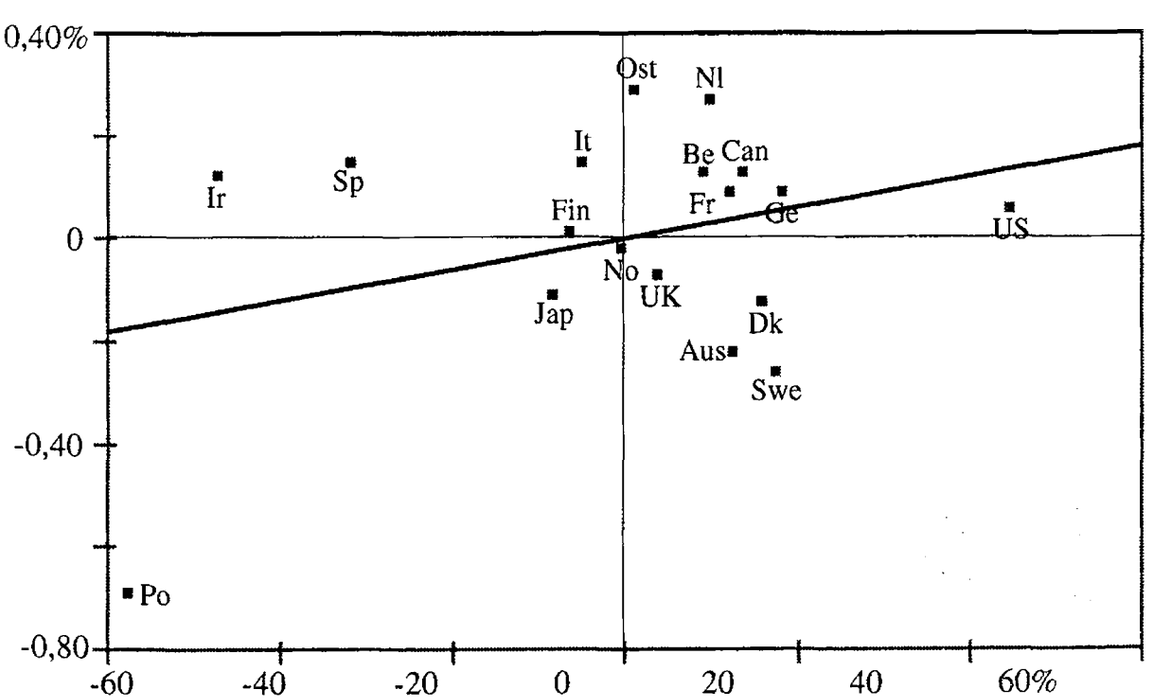
**CONVERGENCIA BETA EN RENTA PER CÁPITA RELATIVA INDUCIDA POR LA INVERSIÓN EN CAPITAL FÍSICO, 1970-95**




GYPC.K = 0,00 – 0,0035*LYPCR.70, t = 1,13 $R^2$ = 0,0743

GRÁFICO 24

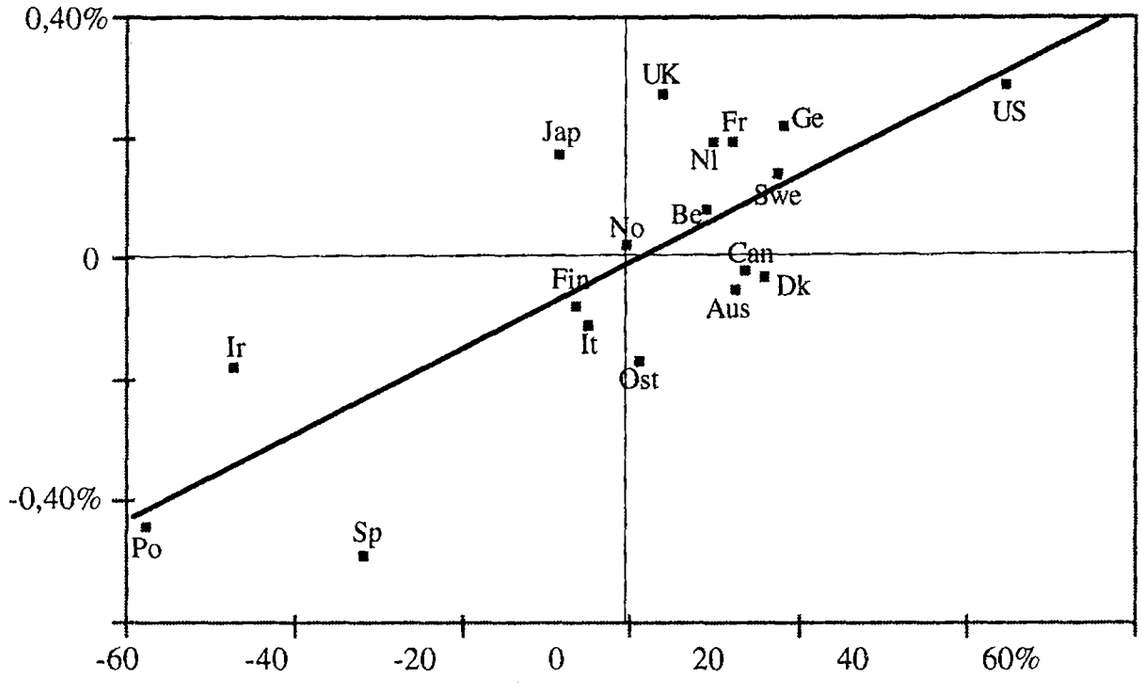
**CONVERGENCIA BETA EN RENTA PER CÁPITA RELATIVA INDUCIDA POR LA INVERSIÓN EN CAPITAL HUMANO**




GYPC.H = 0.00 + 0.0030*LYPCR70, t = 1,38 $R^2$ = 0,1062

GRÁFICO 25

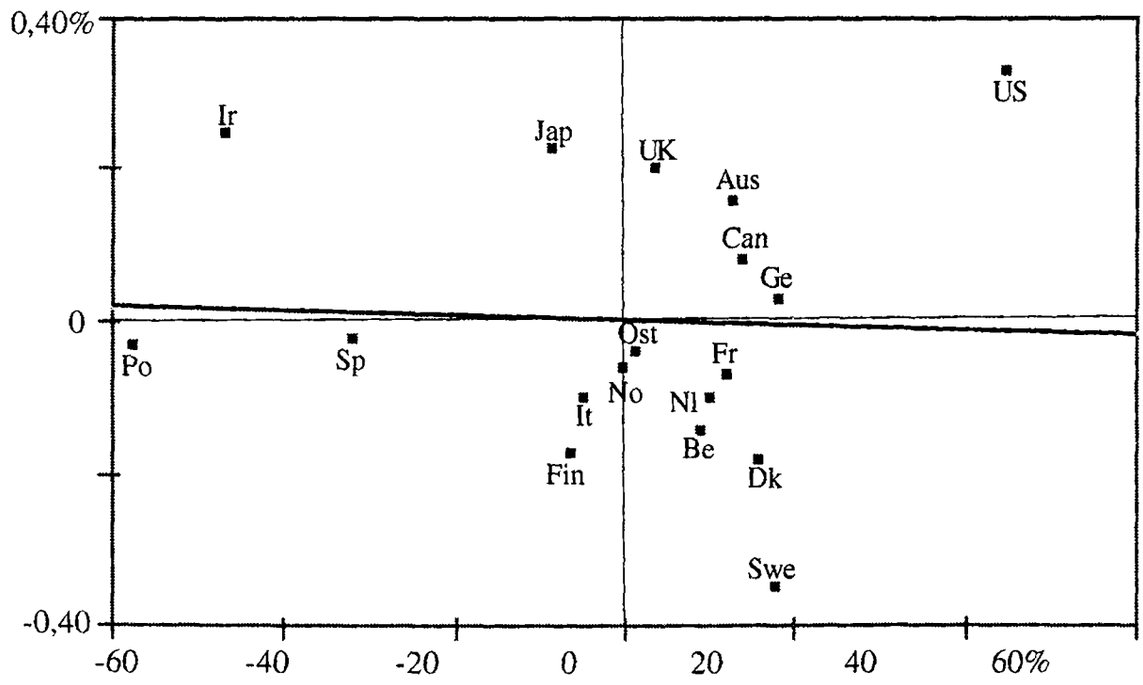
**CONVERGENCIA BETA EN RENTA PER CÁPITA RELATIVA INDUCIDA POR EL GASTO EN I+D, 1970-95**




GYPC.I+D = 0,00 + 0,0071*LYPCR.70, t =4,97 $R^2$ = 0,6066

GRÁFICO 26

**CONVERGENCIA BETA EN RENTA PER CÁPITA RELATIVA INDUCIDA POR EL GASTO PUBLICO, 1970-95**




GYPC.GOV = 0,00 - 0,0003*LYPCR70, t = 0,15 $R^2$ = 0,0014

La magnitud relativa de los distintos indicadores de convergencia parcial que aparecen en el Cuadro 3 puede servir como una indicación aproximada de la importancia comparada de las distintas variables como fuentes de la convergencia. El patrón de resultados en el conjunto de la muestra es plenamente consistente con nuestros comentarios anteriores sobre el caso español. El fuerte impulso a la nivelación de las rentas que suponen los efectos de convergencia se ve contrarrestado en buena parte por dos claros factores de divergencia: los asociados con el mercado de trabajo y la inversión en I+D. La contribución conjunta de estos dos últimos factores es aproximadamente la mitad (pero de signo opuesto) que la del primero, tanto en términos de la tasa de convergencia beta como de la reducción de la dispersión de la renta relativa. El efecto conjunto de la inversión en capital físico y humano es casi nulo, compensándose el ligero efecto positivo del primer factor con el impacto negativo del segundo. Finalmente, el efecto del gasto público sobre la evolución del nivel de desigualdad es también prácticamente nulo, lo que refleja la ausencia de una relación sistemática en esta muestra entre el nivel de renta y el comportamiento del gasto público.

## 6. RESUMEN Y CONCLUSIONES

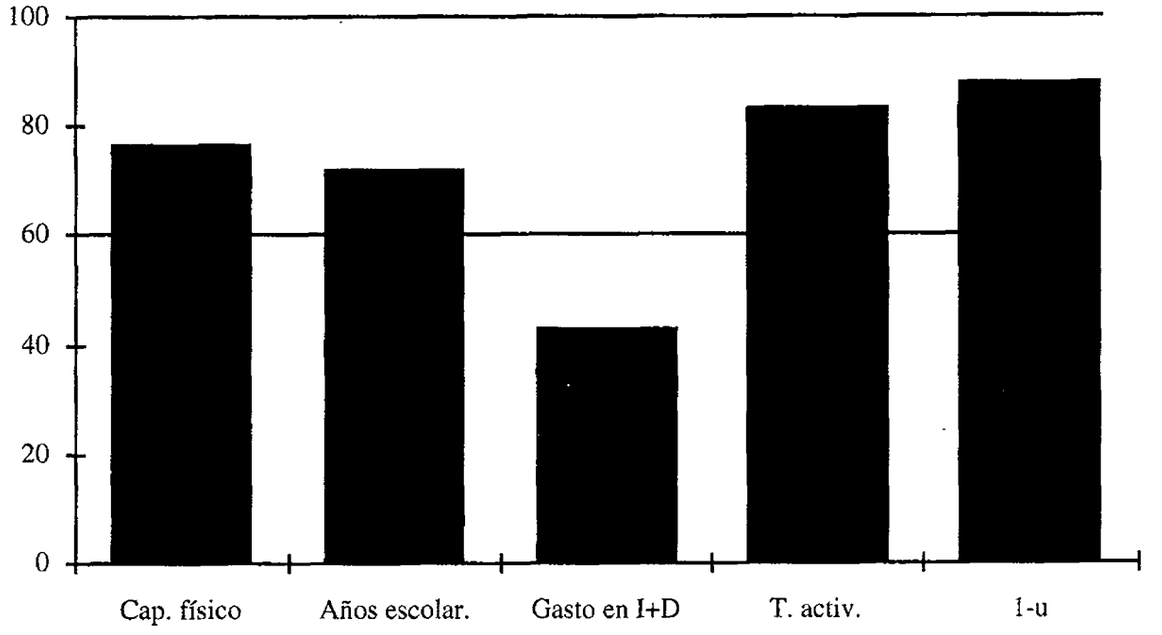
En este trabajo hemos analizado el patrón de convergencia en una muestra de países industriales durante el período 1960-95. En términos generales, el balance es positivo desde la óptica de la convergencia real. En las últimas décadas la renta per cápita española se incrementó en unos veinte puntos porcentuales en relación con el promedio de la OCDE, pasando de un nivel de 55,4 en 1960 a 74,7en 1995 (con el promedio muestral normalizado a 100 en cada año). A nivel agregado, el nivel de desigualdad entre países en la muestra se redujo en casi un 50% como resultado del buen comportamiento (en términos relativos) de las economías inicialmente más pobres. Por otro lado, resulta preocupante observar que el proceso de convergencia real parece haberse ralentizado considerablemente a partir de 1975. Este estancamiento del nivel de desigualdad, así como la estabilización de la posición relativa de nuestro país dentro de la muestra, sugiere que la reducción de las disparidades internacionales no es ni mucho menos un proceso automático y apunta hacia la necesidad de identificar los determinantes del ritmo de crecimiento de las economías.

En esta línea, el objetivo central de este trabajo ha sido el de ofrecer una estimación cuantitativa de las fuentes inmediatas de los cambios observados en la distribución de la renta per cápita en una muestra de países industriales, con el propósito de identificar así algunas de las áreas merecedoras de una mayor atención en la formulación de la política económica. Hemos comenzado examinando la evolución de una serie de variables que, de acuerdo con la teoría relevante, constituyen los principales determinantes inmediatos del nivel de renta y su tasa de crecimiento. Este análisis preliminar de los datos revela una cierta tendencia hacia la convergencia en distintos indicadores de esfuerzo inversor y otros determinantes inmediatos del crecimiento. La posición relativa de nuestro país ha mejorado muy considerablemente en términos de sus niveles de inversión en capital humano y tecnológico, si bien persisten aún carencias significativas en estos campos. Por otro lado, la evolución de las variables que reflejan el comportamiento del mercado de trabajo ha sido muy negativa y el peso del gasto público en el PIB ha aumentado hasta situarse a niveles próximos al promedio de la OCDE.

Seguidamente, hemos tratado de cuantificar la contribución de estas variables al crecimiento y la convergencia en la OCDE durante las tres últimas décadas. Como punto de partida, hemos desarrollado y estimado un sencillo modelo de crecimiento que extiende algunos trabajos recientes en este campo para intentar ofrecer un marco adecuado para el análisis empírico de los principales mecanismos de crecimiento y convergencia identificados en la literatura. Este modelo permite realizar una descomposición bastante detallada de las fuentes inmediatas del crecimiento y la convergencia. Cabe destacar que la reducción de las disparidades de renta observada en la muestra se debe fundamentalmente a la operación de los dos mecanismos de convergencia identificados en la literatura, mientras que el resto de los factores considerados han tenido un efecto divergente o neutral. Entre otros resultados, nuestras estimaciones sugieren que el mayor nivel de inversión tecnológica de los países más avanzados y el mejor comportamiento de sus mercados de trabajo han sido los factores clave en el mantenimiento de niveles de renta claramente superiores al promedio muestral. En el caso español, el impacto adverso sobre la tasa de crecimiento de la renta per cápita de cada uno de estos factores ha estado en torno al medio punto anual, lo que sugiere que las políticas tecnológicas y de empleo deberían recibir la máxima prioridad como parte de un esfuerzo concertado

por promover la convergencia de nuestro país hacia niveles europeos de renta y bienestar.

GRÁFICO 27
**SITUACIÓN DE ESPAÑA EN RELACIÓN A LA OCDE EN 1990-95**




— *Notas*: Promedio de la OCDE = 100; 1-u = tasa de ocupación = 1 – tasa de desempleo.

— *Fuentes:* UNESCO y OCDE (gasto en I+D como fracción del PIB en 1989); Boscá, de la Fuente y Doménech (1996) a partir de OCDE (1992) (años medios de escolarización de la población adulta); Summers y Heston (1991) (stock de capital físico por trabajador en 1990); Doménech y Boscá (1996) (tasas de actividad y ocupación, promedios 1990-95).

A modo de conclusión, el Gráfico 27 recoge lo que podría ser un diagnóstico resumido de la situación actual de nuestro país en la carrera por la convergencia real. La figura muestra la posición relativa de España en 1990 en comparación con el promedio de la OCDE (= 100) en términos de cinco indicadores: el *stock* de capital físico por trabajador, el promedio de años de escolarización de la población adulta, el gasto en I+D expresado como fracción del PIB, la tasa de actividad y la tasa de ocupación (uno menos la tasa de desempleo). En primer lugar, no es necesario insistir sobre los bajos niveles de actividad y ocupación que presenta la economía española pero parece razonable pensar que éstos reflejan en parte, además de peculiaridades socioculturales y la proverbial rigidez de nuestro mercado de trabajo, las reducidas dotaciones de factores productivos que capturan los tres primeros indicadores que aparecen en el gráfico. Comenzando por el tercero de ellos, se confirma nuestra conclusión sobre la insuficiencia del

esfuerzo tecnológico español, que se sitúa en un nivel inferior en un 50% al promedio de los países de nuestro entorno. Por otro lado, las dos primeras variables recogidas en el gráfico muestran que la economía española sufre aún un déficit importante en comparación con otros países industriales en términos de su dotación de recursos productivos por trabajador.

Aunque estos desequilibrios se han reducido de forma apreciable durante el período considerado, su eliminación requerirá un esfuerzo inversor superior al promedio durante algunas décadas. En el caso de la inversión educativa, además, una comparación más detallada de la situación española con la del resto de la OCDE revela dos deficiencias preocupantes.[15] La primera es que la escasez de recursos podría comprometer la calidad de la formación. En efecto, los niveles de gasto educativo en nuestro país son muy bajos en relación a la media europea, incluso cuando se miden en relación al PIB per cápita. La segunda es una cierta desatención a los estudios técnicos y profesionales que hace sospechar que la composición de la oferta educativa no es la más adecuada desde el punto de vista de las necesidades de nuestro mercado de trabajo.

## REFERENCIAS

Abramovitz, M. (1986), «Catching Up, Forging Ahead and Falling Behind», en *Thinking About Growth and Other Essays on Economic Growth and Welfare*. Cambridge U. Press, 1989, pp. 220-44.

Andrés, J., R. Doménech y C. Molinas (1996), «Macroeconomic Performance and Convergence in OECD Countries», *European Economic Review* 40(9), pp. 1683-1704.

Barro, R. (1991a), «Economic Growth in a Cross Section of Countries», *Quarterly Journal of Economics* CVI (2), May, pp. 407-43.

Barro, R. (1991b), «A cross-country study of growth, saving and government», in D. Bernheim and J. Shoven, editors, *National saving and economic performance*, NBER and University of Chicago Press, Chicago, IL 271-301.

Barro, R. y J. W. Lee (1993): «International Comparisons of Educational Attainment», *Journal of Monetary Economics* 32, 363-94.

Barro, R. y X. Sala i Martín (1992), «Convergence», *Journal of Political Economy* 100 (2), pp. 223-51.

Boscá, J., A. de la Fuente y R. Doménech (1996), «Human capital and growth: Theory ahead of evidence?» Mimeo, Instituto de Análisis Económico, Barcelona.

de la Fuente, A. (1994), «Crecimiento y convergencia: un panorama selectivo de la evidencia empírica.» *Cuadernos Económicos del ICE*, 58(3), pp. 23-70.

de la Fuente, A. (1995), «Catch-up, Growth and Convergence in the OECD.» CEPR Discussion Paper no. 1274.

[15] Véase de la Fuente y da Rocha (1996).

de la Fuente, A. (1996a), «Convergencia y otras historias: economía regional desde una perspectiva neoclásica.» *Revista de Economía Aplicada* IV, 10, Primavera, pp. 5-64.

de la Fuente, A. (1996b), «On the sources of convergence: a close look at the Spanish regions.» CEPR Discussion Paper no. 1543.

de la Fuente, A. (1997), «Fiscal policy and growth in the OECD.» CEPR Discussion Paper no. 1755.

de la Fuente, A. (1998), «Innovación tecnológica y crecimiento económico», Fundación COTEC, Colección Estudios no. 11, Madrid.

de la Fuente, A. y J. M. da Rocha (1996), «Capital humano y crecimiento: un panorama y algunos resultados para la OCDE.» Con José María da Rocha, *Moneda y Crédito* 203, pp. 43-84.

Doménech, R. y J. Boscá (1996), «A Database for the Analysis of Economic Growth in the OECD, 1960-95», Ministerio de Economía y Hacienda, Dirección Gral. de Planificación, Madrid.

Dowrick, S. y D. T. Nguyen (1989), «OECD Comparative Economic Growth 1950-85: Catch-up and Convergence.» *American Economic Review* 79(5), pp. 1010-1030.

Easterly, W. y S. Rebelo (1993), «Fiscal policy and economic growth, an empirical investigation», *Journal of Monetary Economics* 32(3), pp. 417-458.

Edwards, S. (1993), «Openness, Trade Liberalization, and Growth in Developing Countries», *Journal of Economic Literature* XXXI, pp. 1358-93.

European Commission (1996), General Government Data. Directorate General II, Economic and Financial Affairs, Brussels.

King, R. y R. Levine (1993), «Finance. Entrepreneurship and Growth: Theory and Evidence», *Journal of Monetary Economics* 32(3), pp. 513-542.

Koester, R. y R. Kormendi (1989), «Taxation, Aggregate Activity and Economic Growth: Cross-Country Evidence on Some Supply-Side Hypotheses», *Economic Inquiry* XXVII, pp. 367-86.

Landau, D. (1983), «Government expenditure and economic growth: a cross-country study», *Southern Economic Journal* 49(3), pp. 783-92.

Landau, D. (1985), «Government Expenditure and Economic Growth in the Developed Countries: 1952-76», *Public Choice*, 47(3), pp. 459-77.

Landau, D. (1986), «Government and economic growth in the less developed countries: an empirical study for 1960-80». *Economic Development and Cultural Change* 35, pp. 35-75.

Lichtenberg, F. (1992), «R&D investment and international productivity differences», NBER Working Paper No. 4161, September.

Mankiw, G., D. Romer y D. Weil (1992): «A Contribution to the Empirics of Economic Growth», *Quartely Journal of Economics* CVII, 407-37.

Marcet, A. (1994), «Los pobres siguen siendo pobres: convergencia entre regiones y países, un análisis bayesiano con datos de panel», en *Crecimiento y Convergencia Regional en España y Europa*, Vol. II. Instituto de Análisis Económico, Barcelona, pp. 249-270.

Nonneman, W. y P. Vanhoudt (1996), «A further augmentation of the Solow model and the empirics of economic growth for OECD countries», *Quarterly Journal of Economics*, pp. 943-53.

OECD (1996), *Statistical Compendium*. Base de datos electrónica, París.

OECD (varios años), *Basic Science and Technology Statistics*. París.

Solow, R. (1956), «A Contribution to the Theory of Economic Growth», *Quarterly Journal of Economics* 70, pp. 65-94.

Summers, R. y A. Heston (1991): «The Penn World Table (Mark 5): An Expanded Set of International Comparisons, 1950-88», *Quarterly Journal of Economics* CVI(2), 327-368.

UNESCO (varios años), *Anuario Estadístico*. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. París.

# APÉNDICE 1. UN MODELO EMPÍRICO DE CRECIMIENTO

El modelo que se estima en esta sección es una extensión del modelo propuesto por Mankiw, Romer y Weil (1992). Partimos de un modelo de Solow ampliado en el que se distingue entre tres tipos de capital, físico (K), humano (H) y tecnológico (R), que entran de forma simétrica en una función de producción agregada de tipo Cobb-Douglas,

$$Y_{it} = \Theta^{\gamma} K_{it}^{\alpha k} H_{it}^{\alpha h} R_{it}^{\alpha r} (A_{it}L_{it})^{1-\alpha_k-\alpha_h-\alpha_r}, \qquad (A.1)$$

donde $Y_{it}$ es el producto agregado en el país i en el período t y $A_{it}$ un indicador del nivel de eficiencia técnica que crece a una tasa exponencial g. La variable $\Theta$ denota el peso relativo del gobierno en la economía, medido por la participación del gasto total de las administraciones públicas en el PIB.

Esta formulación es completamente estándar excepto en que permite que el producto nacional sea una función del tamaño relativo del gobierno. El término $\Theta^{\gamma}$ intenta capturar de la manera más sencilla posible el hecho de que la actividad pública puede afectar el nivel de productividad de diversas maneras, además de a través de la inversión pública, que contribuye directamente a la acumulación de factores productivos. Puesto que algunos de los efectos relevantes son positivos y otros negativos, el signo del coeficiente $\gamma$ no está claro a priori y podría en principio cambiar con el nivel de gasto, si bien nuestras estimacione sugieren que éste no es el caso dentro del rango de valores de $\Theta$ observados en la muestra.

Bajo los supuestos de que la fuerza laboral es igual a la población y que la tasa de depreciación es constante e igual para los diversos tipos de capital, es fácil obtener una ecuación de convergencia de la forma:[16]

$$GYPC_{it} = g + \beta a_{it} - \beta^{*} LYPC_{it} + \gamma (\dot{\theta}_{it} + (\delta+g+n)\theta_{it})$$
$$+ (\delta+g+n) \left( \alpha_k \ln \frac{s_{kit}}{\delta+g+n_{it}} + \alpha_h \ln \frac{s_{hit}}{\delta+g+n_{it}} + \alpha_r \ln \frac{s_{rit}}{\delta+g+n_{it}} \right) \qquad (A.2)$$

[16] Véase de la Fuente (1997) para una derivación de una ecuación muy similar y una discusión de algunas cuestiones econométricas relacionadas con su estimación.

donde $GYPC_{it}$ es la tasa de crecimiento de la renta per cápita en el país i durante el subperíodo que comienza en t, LYPC el logaritmo de la renta per cápita en el período t, $s_{jit}$ la fracción del producto agregado dedicada a la inversión en el tipo j de capital durante el subperíodo, $n_{it}$ la tasa de crecimiento de la población, $a_{it}$ el logaritmo del indicador de productividad total de los factores ($A_{it}$), $\theta = \ln \Theta$ el logaritmo de la participación del gasto público en el PIB, y $\delta$ la tasa de depreciación. El coeficiente $\beta$ mide la tasa de convergencia hacia un pseudo-estado estacionario al que la economía se aproximaría asintóticamente si las variables explicativas que aparecen en el lado derecho de la ecuación se mantuviesen constantes en el tiempo. El valor de este coeficiente dependerá del grado de rendimientos a escala en los distintos tipos de capital.

Siguiendo la práctica habitual, impondremos un valor de $\delta+g$ igual a 0,05, supondremos que el parámetro de convergencia $\beta = (1-\alpha_k-\alpha_h-\alpha_r)(\delta+g+n)$ es constante en el tiempo y entre países (aunque el modelo teórico sugiere que podría variar con la tasa de crecimiento de la población) y, en consecuencia, interpretaremos la variable n que aparece en el término $(\delta+g+n)$ $(= \beta/(1-\alpha_k-\alpha_h-\alpha_r))$ que multiplica a los logaritmos de las tasas de inversión como la tasa promedio de crecimiento de la población en el conjunto de la muestra. Estos supuestos simplificadores tienen la ventaja de que hacen que los coeficientes que aparecen multiplicando a la renta per cápita inicial y a (los logaritmos) de las tasas de inversión ajustadas por el crecimiento de la población sean constantes, lo que facilitará algunos de los ejercicios que realizaremos más adelante.

Antes de proceder a su estimación, extenderemos la ecuación (A.2) con el fin de incorporar algunos determinantes importantes del crecimiento no recogidos por el modelo teórico del que partimos. Puesto que trabajaremos con datos de renta per cápita en vez de con el producto por trabajador, incluiremos en la ecuación los incrementos de las tasas de actividad y desempleo, por cuanto cambios en estas variables incidirían sobre la renta per cápita aún cuando el producto por trabajador ocupado se mantuviese constante. Para controlar por el efecto de difusión tecnológica, finalmente, introduciremos en la ecuación una variable ficticia (DLAG5) para los cinco países inicialmente menos avanzados (España, Grecia, Portugal, Irlanda y el Japón) y el producto de esta variable y una tendencia (DLAG5*t). De acuerdo con la discusión en la Sección 4.a del texto, esperaríamos que el coeficiente de la

primera variable fuese positivo, reflejando la «ventaja» inicial que supone para estos países su retraso tecnológico, y el de la segunda negativo, capturando así el gradual agotamiento de las oportunidades de imitación.

Con estos cambios, la ecuación a estimar es de la forma

$$GYPC_{it} = \Gamma_0 + \Gamma_1{}^*t + \Gamma_2{}^*t^2 + \Gamma_3{}^*DLAG5 + \Gamma_4{}^*\,DLAG5\,{}^*\,t + \Gamma_a{}^*GTAC_{it} + \Gamma_u{}^*DU_{it}$$

$$- \beta{}^*LYPC_{it} + (\delta+g+n)\left(\alpha_k \ln \frac{s_{kit}}{\delta+g+n_{it}} + \alpha_h \ln \frac{s_{hit}}{\delta+g+n_{it}} + \alpha_r \ln \frac{s_{rit}}{\delta+g+n_{it}}\right) \quad (A.3)$$

$$+ \gamma\,(GGOV_{it} + (\delta+g+n) \ln GOV_{it})$$

donde GOV es el gasto público total, expresado como fracción del PIB, GGOV la tasa de crecimiento de esta variable, DU el incremento medio anual de la tasa de desempleo durante el período y GTAC la tasa de crecimiento anual de la tasa de actividad (activos sobre población en edad de trabajar). Los primeros términos de la ecuación (una constante, una tendencia y tendencia al cuadrado y los términos que incluyen la variable fictica DLAG5), intentan aproximar el término $g + \beta a_{it}$ que aparece en la ecuación (A.2).[17] Las variables $s_{jit}$ y $GOV_{it}$ son promedios de observaciones anuales durante cada subperíodo quinquenal, y el peso de la inversión en capital físico en el PIB ($s_k$) se calcula «en términos reales», esto es, después de corregir la formación bruta de capital por las diferencias internacionales en los precios de los bienes de capital.

Los datos de renta per cápita en términos reales, empleo, inversión

[17] Partiendo de la función de producción (A.1), podemos expresar el nivel de renta per capita Q = Y/N (donde N es la población total) en función de las dotaciones de factores normalizadas por el producto AN y de la tasa de empleo, E = L/N. Trabajando con esta expresión y siguiendo un procedimiento similar al propuesto por Mankiw, Romer y Weil (1992) es fácil obtener una ecuación similar a (A.2) en la que la única diferencia es la aparición de un nuevo término de la forma

$(1 - \alpha_k - \alpha_h - \alpha_r)\ \dot{e} + \beta e$

donde $\dot{e}$ es la tasa de crecimiento de la tasa de empleo, E, y e el logaritmo de esta variable. Obsérvese que el coeficiente de la tasa de empleo (e) es igual en valor absoluto al de la renta per cápita inicial, pero con el signo opuesto. El modelo, por tanto, implica que la variable más adecuada para capturar el efecto de convergencia derivado de la existencia de rendimientos decrecientes en los factores acumulables es el producto por trabajador ocupado, y no el nivel de renta per cápita. Sin embargo, la variable e (o los logaritmos de las tasas de actividad y desempleo) no resultan significativas y tienen coeficientes prácticamente nulos cuando se añaden a la ecuación (A.3), por lo que se ha optado por excluirlos de la ecuación. Este resultado es interesante por cuanto parece implicar que, en contra de lo que predice el modelo, el nivel de renta per cápita captura mejor el efecto de convergencia que el producto por trabajador ocupado, lo que sugiere que el efecto de convergencia no se debe únicamente a la existencia de rendimientos decrecientes en los factores acumulables sino también a otros factores que podrían estar más correlacionados con el nivel de renta que con la productividad del trabajo. El problema merece un análisis más detallado, pero éste no es el objetivo del presente trabajo.

real en capital físico y crecimiento de la población que utilizamos en la estimación provienen de Doménech y Boscá (1996). Siguiendo a Mankiw, Romer y Weil (1992), nuestro indicador del nivel de inversión en capital humano ($s_h$) es el número total de estudiantes en programas de nivel secundario o superior (tomado de UNESCO) expresado como fracción de la población activa. Las series de gasto en I+D están construidas a partir de los *Anuarios* de la UNESCO y la publicación *Basic Science and Technology Statistics* de la OCDE siguiendo el procedimiento expuesto en de la Fuente (1998).

Teniendo en cuenta el posible retardo entre la inversión en capital humano o tecnológico y el incremento resultante de la renta, hemos optado por trabajar con promedios sobre varios períodos de las correspondientes tasas de inversión. Así, en el caso del capital humano utilizaremos una media móvil sobre dos subperíodos de cinco años (el corriente y el anterior). En cuanto al I+D, la variable utilizada en la regresión es el promedio acumulativo del gasto (expresado como fracción del PIB) desde el comienzo del período muestral. Finalmente, los datos de gasto público están tomados del *Compedio Estadístico* de la OCDE y de CEE (1996). Debido a la no disponibilidad de datos fiscales, hemos tenido que eliminar a Suiza y Nueva Zelanda de la muestra original. La muestra con la que trabajaremos en esta sección termina en 1990-95 y cubre 19 países. Para casi todos ellos la primera observación corresponde al período 1965-70 o 1970-75; la excepción es Grecia, cuyos datos comienzan en 1980.

El Cuadro A.1 resume los resultados de la estimación del modelo. Siguiendo a de la Fuente (1997), la ecuación (A.3) se estima conjuntamente con una función de inversion por el método de regresiones aparentemente no relacionadas. Aunque la segunda ecuación no resulta de particular interés en el presente trabajo, este método permite mejorar la precisión de los estimadores al tener en cuenta la correlación entre los residuos de las dos ecuaciones. Los resultados, y en particular el coeficiente de la variable de gasto público, son robustos a la estimación por variables instrumentales con el fin de corregir un posible sesgo de endogeneidad que podría ser particularmente problemático en el caso de esta variable.[18]

[18] Este coeficiente es también robusto a cambios en la especificación que podrían mitigar el problema de endogeneidad. Para una discusión más detallada, véase de la Fuente (1997).

## CUADRO A.1: RESULTADOS DE LA ESTIMACION DEL MODELO

| *(variable dependiente =)* | *parámetro* | *GYPC* | *(t)* | $s_k$ | *(t)* |
|---|---|---|---|---|---|
| *constante* | $\Gamma_0$ | 0,0835 | (4,60) | 0,0987 | (1,61) |
| *tendencia: t* | $\Gamma_1$ | –0,00104 | (2,15) | 0,0059 | (5,10) |
| *tendencia²: t²* | $\Gamma_2$ | $2{,}94*10^{-5}$ | (2,41) | –0,00013 | (4,85) |
| *retraso tecnológico: DLAG5* | $\Gamma_3$ | 0,0188 | (3,72) | | |
| *retraso tecnológico* tendencia: DLAG5*t* | $\Gamma_4$ | –0,00098 | (4,71) | | |
| *crec. tasa actividad: GTAC* | $\Gamma_a$ | 0,5267 | (4,44) | | |
| *incremento desempleo: DU* | $\Gamma_u$ | –0,6496 | (4,54) | | |
| *log renta per cápita inicial: LYPC* | $-\beta$ | –0,03394 | (5,25) | –0,0413 | (4,12) |
| *inv. capital físico: ln* $s_k/(\delta+g+n)$ | $\alpha_k$ | 0,3065 | (5,07) | | |
| *inv. capital humano: ln* $s_h/(\delta+g+n)$ | $\alpha_h$ | 0,2041 | (3,74) | | |
| *inversión I+D: ln* $s_r/(\delta+g+n)$ | $\alpha_r$ | 0,0603 | (2,22) | | |
| *gasto público: (GGOV+(δ+g+n) ln GOV)* | $\gamma$ | –0,1789 | (4,51) | –0,3209 | (8,41) |
| | $R^2$ | 0,7817 | | 0,9420 | (10,69) |
| | N | 103 | | 99 | |

— *Notas:*

— Estadísticos t entre paréntesis al lado de cada coeficiente. N es el número de observaciones.

— La ecuación de inversión (variable dependiente = $s_k$, tasa de inversión en capital físico) incluye como regresores, además de las variables que aparecen en el cuadro, la tasa de crecimiento de la población (+), la ratio de dependencia (pob/ocupados) (–), la fraccion de la población con edades comprendidas entre 15 y 64 años (+), un índice del precio relativo de los bienes de capital (–), transferencias a los hogares (+), subsidios a las empresas (+) y el nivel de inversión pública (+), todos ellos expresados como fracción del PIB, así como variables ficticias para Irlanda (–), Noruega (+), USA (–), Reino Unido (–), Austria (+) y España (–). El signo entre paréntesis es el del coeficiente estimado de cada variable.

Los coeficientes de los distintos regresores son significativos, tienen el signo esperado y magnitudes razonables —con la posible excepción del coeficiente de la variable de gasto público. Así, el coeficiente del *stock* de capital tecnológico en la función de producción (0,0603) es similar a los estimados por Lichtenberg (1992) y Nonneman y Vanhoundt (1996), al igual que los coeficientes del capital físico y humano (0,306 y 0,204 respectivamente). La tasa de convergencia (0,034) es también comparable a la obtenida en otros estudios recientes, aunque ligeramente más elevada —lo que sugiere que la introducción de nuevas variables ayuda a estimar con mayor precisión la posición del estado estacionario.[19] Los coeficientes de los términos que incluyen la *dummy* para los países tecnológicamente menos avanzados son significativos y tiene el signo esperado. Los

[19] Marcet (1994) muestra que la omisión de variable relevantes tendrería a sesgar este coeficiente a la baja.

valores de estos coeficientes sugieren que la contribución del efecto de difusión tecnológica al crecimiento de estos países era muy importante comienzo del período (en torno a 1,8% anual) pero se ha reducido significativamente con el paso del tiempo. En cuanto al resto de los regresores, el tamaño del sector público parece tener un efecto negativo sorprendentemente grande sobre la productividad. Los coeficientes de los incrementos de las tasas de actividad y desempleo, finalmente, están próximos a su valor esperado, que sería igual a $(1-\alpha_k-\alpha_h-\alpha_r)$ en valor absoluto (véase la Nota 17). Finalmente, controlando por todos estos factores la tasa de crecimiento del producto per cápita durante el período desciende con el tiempo aunque a un ritmo decreciente, tal como sugieren los coeficientes de la tendencia y la tendencia al cuadrado.

## APÉNDICE 2. LAS FUENTES DE LA CONVERGENCIA: METODOLOGÍA

El modelo estimado en el Apéndice 1 nos permite expresar la tasa de crecimiento de la renta per cápita en el país i en el período t ($GYPC_{it}$) como una suma ponderada de una serie de variables, $X_{kit}$, que incluyen las tasas de inversión en capital físico, humano y tecnológico y otros factores considerados exógenos en el modelo. Tenemos por tanto una relación de la forma

$$GYPC_{it} = \sum_k \alpha_k X_{kit}, \qquad (A.4)$$

donde los coeficientes $\alpha_k$ son los parámetros estimados de la ecuación de convergencia. En lo que sigue, denominaremos a los términos de la forma $\alpha_k X_{kit}$ (esto es, al producto de cada una de las variables explicativas por el coeficiente correspondiente) «componentes» de la tasa de crecimiento.

Como referencia, resultará conveniente introducir un hipotético país promedio al que atribuiremos el promedio muestral en cada período de los valores de la tasa de crecimiento de la renta y de cada una de las variables explicativas del modelo. Sean, por tanto, $X_{kt}$ y $GYPC_t$ los promedios (entre países para cada período) de $X_{kit}$ y $GYPC_{it}$,

$$GYPC_t = \frac{1}{N}\sum_i GYPC_{it} \quad y \quad X_{kt} = \frac{1}{N}\sum_i X_{kit}$$

donde N es el número de países en la muestra.[20] Puesto que la ecuación (A.4) es lineal, es fácil ver (sumando ambos lados de esta expresión sobre países y dividiendo por el número de observaciones) que la misma relación se cumplirá entre los promedios de las variables. Tenemos por tanto la relación

$$GYPC_t = \sum_k \alpha_k X_{kt}, \qquad (A.5)$$

lo que nos permite analizar el comportamiento del país promedio de manera análoga al del resto de los miembros de la muestra.

Restando la ecuación (A.5) de la (A.4), podemos expresar el diferencial de crecimiento entre cada país dado y el país promedio (su crecimiento relativo, GYPC.REL) en función de los valores relativos de sus componentes, esto es,

$$GYPC.REL_{it} = \sum_k \alpha_k X.REL_{kit} \qquad (A.6)$$

donde

$$GYPC.REL_{it} = GYPC_{it} - GYPC_t \quad y \quad X.REL_{kit} = X_{kit} - X_{kt}. \qquad (A.7)$$

Esta reformulación de la descomposición del crecimiento resulta de particular utilidad por dos razones. La primera es que las «contribuciones brutas» al crecimiento de los distintos factores no son directamente interpretables. Así, por ejemplo, algunos de los productos de la forma $\alpha_k X_{ki}$ podrían tener valores negativos, sin que esto implique necesariamente que la contribución del factor k al crecimiento es realmente negativa. Resulta, por tanto, necesario normalizar estas contribuciones de alguna forma que facilite su interpretación. En segundo lugar, en muchos casos lo que nos interesa no es tanto el crecimiento de un país en términos absolutos sino su comportamiento en relación con el resto de los miembros de la muestra. Desde esta perspectiva, la normalización por el promedio muestral resulta natural y permite establecer la contribución de cada uno de los factores de interés al comportamiento diferencial de cada economía.

Las ecuaciones que acabamos de obtener resultan útiles a la hora de

[20] Obsérvese que si X es en realidad el logaritmo de alguna variable (x), como es el caso con las tasas de inversión, tomando antilogaritmos de $X_k$ obtenemos $x_k = \exp(X_k)$, que corresponde a la media geométrica de la variable x, esto es, medida en niveles y no en logaritmos.

analizar los determinantes inmediatos del crecimiento de un país determinado. En muchos casos, sin embargo, resulta necesario resumir esta información de alguna forma que permita caracterizar el comportamiento global de la distribución de la renta y sus componentes. A continuación discutiremos dos técnicas descriptivas que extienden las técnicas habituales de análisis de la convergencia sigma y beta con el fin de cuantificar el impacto de las distintas variables explicativas sobre la evolución del nivel de desigualdad en renta per cápita en el conjunto de la muestra.

En primer lugar, es importante resaltar que una reducción de las disparidades existentes entre países en términos de un componente dado de la tasa de crecimiento de la renta per cápita no contribuye necesariamente a la reducción de la desigualdad en términos del nivel de esta última variable. Así, por ejemplo, la tendencia hacia la convergencia en tasas de inversión en I+D que destacábamos en la Sección 3 del texto no implica necesariamente que el comportamiento de esta variable haya tendido a mitigar las diferencias internacionales en niveles de renta. Aunque el grado de desigualdad en esfuerzo tecnológico es hoy menor que hace treinta años, los países ricos continúan invirtiendo en I+D una fracción mayor de su producto y esto hace que, otras cosas iguales, su tasa de crecimiento sea mayor, lo que contribuye a aumentar la desigualdad en niveles de renta.

Resulta por tanto necesario distinguir entre la convergencia en cada uno de los componentes de la tasa de crecimiento y su contribución a la convergencia en renta per cápita. La tasa de convergencia ($\beta_x$) obtenida de la estimación de una ecuación de convergencia en la variable dada, esto es, de una ecuación de la forma

$$\Delta X.REL_{ki} = a + \beta_k X.REL_{ki}, \qquad (A.8)$$

mediría el primero de estos factores. Para cuantificar el segundo de ellos, utilizaremos una sencilla modificación de las técnicas precedentes. En primer lugar, definiremos para cada componente k su contribución al crecimiento de la renta relativa en el país i durante todo el período muestral como

$$GYPC.REL_{ik} = \alpha_k X.REL_{ki} \qquad (A.9)$$

(donde $X.REL_{ki}$ es el promedio de $X.REL_{kit}$ sobre los distintos subperíodos). A continuación, estimaremos una serie de *ecuaciones parciales*

*de convergencia* (una para cada componente de la tasa de crecimiento de la renta). En cada caso, efectuaremos una regresión de la tasa de crecimiento relativa inducida por el componente de interés sobre el nivel inicial de renta per cápita relativa,

$$GYPC.REL_{ik} = \beta_{ky}\, LYPC.REL_i(0). \qquad (A.10)$$

Obsérvese que la variable a explicar en esta regresión es igual a la contribución del factor considerado al crecimiento de la renta per cápita relativa. Por tanto, el coeficiente $\beta_{ky}$ indicará la velocidad media de convergencia de la renta per cápita en un escenario hipotético en el que cada uno de los países de la muestra mantiene su posición relativa en términos de todos los componentes de la tasa de crecimiento excepto por el factor $X_k$.

Un segundo ejercicio complementario al anterior consiste en aplicar al nivel inicial de renta per cápita relativa ($LYPC.REL_i(0)$) la tasa de crecimiento inducida por cada uno de sus componentes por separado con el fin de calcular el nivel de renta al final del período que se habría observado si todos los demás componentes de la renta hubiesen permanecido constantes. Este nivel de renta hipotético inducido por el factor $X_k$ vendría dado por

$$LYPC.REL_{ik}(D) = LYPC.REL_i(0) + GYPC.REL_{ik} * D, \qquad (A.11)$$

donde D es la duración del período muestral. Una vez hecho esto para cada país, podemos calcular la dispersión de la hipotética distribución final de las rentas per cápita relativas y compararla con el nivel de desigualdad existente al comienzo del período. La diferencia porcentual entre estas dos variables ($\Delta\sigma y^k$) mediría la contribución del componente $X_k$ a la reducción de la desigualdad en rentas per cápita.

# APÉNDICE 3. RESULTADOS DETALLADOS DE LA DESCOMPOSICIÓN DEL DIFERENCIAL DE CRECIMIENTO CON RESPECTO AL PROMEDIO DE LA OCDE

## CUADRO A.2

| *país* | *período* | *GYPC* | *TRAB* | *CONV* | *K* | *H* | *I+D* | *GOV* | *PRED* | *ERROR* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *AUS* | *65-70* | -0,04% | 0,39% | -0,49% | -0,11% | -0,04% | -0,03% | 0,32% | 0,03% | -0,08% |
| *AUS* | *70-75* | -0,76% | -0,06% | -0,63% | -0,21% | -0,04% | -0,01% | 0,02% | -0,93% | 0,17% |
| *AUS* | *75-80* | -0,91% | -0,19% | -0,39% | -0,12% | -0,12% | -0,01% | 0,53% | -0,30% | -0,61% |
| *AUS* | *80-85* | -0,01% | 0,22% | -0,13% | -0,10% | -0,32% | -0,06% | 0,03% | -0,37% | 0,35% |
| *AUS* | *85-90* | -1,50% | 0,20% | -0,02% | -0,21% | -0,37% | -0,08% | 0,29% | -0,19% | -1,31% |
| *AUS* | *90-95* | 0,80% | 0,32% | 0,35% | -0,15% | -0,27% | -0,07% | -0,09% | 0,10% | 0,70% |
| *BE* | *70-75* | 0,41% | -0,04% | -0,50% | -0,12% | 0,23% | 0,09% | -0,27% | -0,60% | 1,01% |
| *BE* | *75-80* | 0,23% | -0,39% | -0,46% | -0,04% | 0,12% | 0,09% | -0,40% | -1,08% | 1,31% |
| *BE* | *80-85* | -0,83% | -0,32% | -0,39% | -0,29% | 0,13% | 0,09% | -0,22% | -1,00% | 0,17% |
| *BE* | *85-90* | 0,05% | 0,05% | -0,14% | -0,26% | 0,09% | 0,07% | 0,16% | -0,02% | 0,08% |
| *BE* | *90-95* | -0,26% | 0,11% | -0,04% | -0,04% | 0,07% | 0,05% | 0,01% | 0,15% | -0,41% |
| *CAN* | *65-70* | -1,12% | 0,10% | -0,71% | -0,60% | 0,15% | 0,00% | -0,33% | -1,39% | 0,27% |
| *CAN* | *70-75* | 0,66% | 0,60% | -0,66% | -0,72% | 0,21% | 0,01% | 0,15% | -0,40% | 1,07% |
| *CAN* | *75-80* | 0,04% | 0,46% | -0,66% | -0,43% | 0,28% | 0,00% | 0,33% | -0,01% | 0,05% |
| *CAN* | *80-85* | 0,18% | 0,32% | -0,56% | -0,20% | 0,15% | -0,02% | -0,23% | -0,53% | 0,71% |
| *CAN* | *85-90* | -1,22% | 0,18% | -0,48% | -0,20% | -0,06% | -0,04% | -0,11% | -0,71% | -0,51% |
| *CAN* | *90-95* | -0,81% | -0,51% | -0,17% | -0,03% | 0,06% | -0,05% | 0,23% | -0,47% | -0,34% |
| *DK* | *70-75* | -1,27% | -0,10% | -0,74% | 0,37% | -0,19% | -0,04% | 0,08% | -0,61% | -0,66% |
| *DK* | *75-80* | -0,43% | 0,42% | -0,41% | 0,29% | -0,21% | -0,03% | -0,40% | -0,35% | -0,08% |
| *DK* | *80-85* | 1,05% | 0,40% | -0,23% | 0,05% | -0,06% | -0,03% | -0,16% | -0,03% | 1,08% |
| *DK* | *85-90* | -1,38% | -0,25% | -0,30% | 0,17% | -0,05% | -0,04% | -0,23% | -0,69% | -0,68% |
| *DK* | *90-95* | 0,77% | 0,18% | 0,04% | -0,11% | -0,11% | -0,03% | -0,18% | -0,21% | 0,98% |
| *FIN* | *65-70* | 0,44% | -0,45% | 0,24% | 0,75% | 0,24% | -0,14% | 0,36% | 1,01% | -0,57% |
| *FIN* | *70-75* | 0,86% | 0,22% | 0,02% | 0,65% | 0,21% | -0,12% | -0,05% | 0,94% | -0,08% |
| *FIN* | *75-80* | -0,18% | 0,23% | -0,01% | 0,61% | 0,14% | -0,10% | 0,27% | 1,14% | -1,32% |
| *FIN* | *80-85* | 0,68% | 0,56% | 0,13% | 0,53% | -0,06% | -0,10% | -0,10% | 0,95% | -0,27% |
| *FIN* | *85-90* | 0,32% | -0,45% | 0,12% | 0,54% | -0,10% | -0,06% | -0,18% | -0,14% | 0,46% |
| *FIN* | *90-95* | -2,35% | -1,75% | 0,17% | 0,14% | -0,11% | -0,04% | -0,81% | -2,39% | 0,04% |
| *FR* | *70-75* | -0,19% | -0,01% | -0,61% | -0,01% | 0,01% | 0,23% | 0,09% | -0,31% | 0,12% |
| *FR* | *75-80* | 0,03% | -0,25% | -0,47% | -0,03% | 0,12% | 0,21% | 0,02% | -0,40% | 0,43% |
| *FR* | *80-85* | -0,62% | -0,44% | -0,36% | -0,12% | 0,08% | 0,18% | -0,25% | -0,91% | 0,29% |
| *FR* | *85-90* | -0,24% | -0,24% | -0,15% | -0,11% | 0,08% | 0,17% | -0,01% | -0,27% | 0,03% |
| *FR* | *90-95* | -0,47% | 0,18% | 0,00% | 0,00% | 0,19% | 0,17% | -0,17% | 0,36% | -0,83% |
| *GE* | *65-70* | -0,71% | -0,09% | -0,79% | 0,22% | -0,21% | 0,17% | 0,00% | -0,70% | -0,01% |
| *GE* | *70-75* | -0,93% | -0,39% | -0,81% | 0,18% | -0,17% | 0,21% | -0,32% | -1,30% | 0,37% |
| *GE* | *75-80* | 0,64% | 0,07% | -0,55% | 0,18% | 0,11% | 0,24% | 0,23% | 0,28% | 0,36% |
| *GE* | *80-85* | -0,30% | -0,33% | -0,55% | 0,21% | 0,28% | 0,25% | 0,30% | 0,17% | -0,47% |
| *GE* | *85-90* | -0,08% | -0,06% | -0,39% | -0,17% | 0,12% | 0,19% | 0,09% | -0,22% | 0,13% |
| *GE* | *90-95* | -0,13% | 0,07% | -0,27% | -0,07% | 0,11% | 0,20% | -0,17% | -0,13% | 0,01% |
| *IR* | *70-75* | 0,62% | -0,51% | 2,30% | -0,21% | -0,17% | -0,21% | -0,19% | 1,01% | -0,39% |
| *IR* | *75-80* | 0,44% | -0,06% | 1,82% | -0,09% | -0,06% | -0,20% | 0,01% | 1,42% | -0,98% |
| *IR* | *80-85* | 0,11% | -1,05% | 1,36% | 0,15% | 0,10% | -0,19% | -0,02% | 0,35% | -0,24% |
| *IR* | *85-90* | 1,89% | -0,14% | 0,96% | 0,05% | 0,37% | -0,14% | 0,85% | 1,95% | -0,06% |

## CUADRO A.2 (Cont.)

| país | período | GYPC | TRAB | CONV | K | H | I+D | GOV | PRED | ERROR |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| IR | 90-95 | 2,79% | 0,76% | 0,26% | -0,24% | 0,35% | -0,18% | 0,58% | 1,52% | 1,27% |
| IT | 70-75 | -0,54% | 0,05% | -0,03% | 0,10% | -0,05% | -0,11% | -0,02% | -0,07% | -0,48% |
| IT | 75-80 | 1,65% | 0,08% | 0,17% | 0,01% | 0,12% | -0,11% | 0,11% | 0,38% | 1,27% |
| IT | 80-85 | -0,31% | -0,08% | 0,00% | 0,08% | 0,25% | -0,11% | -0,42% | -0,29% | -0,02% |
| IT | 85-90 | 0,30% | -0,34% | 0,16% | 0,04% | 0,24% | -0,11% | -0,32% | -0,31% | 0,61% |
| IT | 90-95 | -0,17% | -0,20% | 0,22% | 0,01% | 0,20% | -0,10% | 0,18% | 0,32% | -0,49% |
| JAP | 65-70 | 5,78% | 0,04% | 2,61% | 0,15% | 0,33% | 0,14% | 0,80% | 4,06% | 1,72% |
| JAP | 70-75 | 0,18% | 0,04% | 1,00% | 0,23% | 0,03% | 0,14% | -0,07% | 1,36% | -1,18% |
| JAP | 75-80 | 0,91% | 0,00% | 0,58% | 0,29% | -0,18% | 0,16% | 0,03% | 0,90% | 0,01% |
| JAP | 80-85 | 1,39% | 0,45% | 0,05% | 0,33% | -0,21% | 0,17% | 0,66% | 1,45% | -0,05% |
| JAP | 85-90 | 1,26% | -0,21% | -0,57% | 0,50% | -0,15% | 0,19% | 0,35% | 0,11% | 1,15% |
| JAP | 90-95 | -0,28% | 0,64% | -1,17% | 0,78% | -0,07% | 0,21% | 0,18% | 0,57% | -0,85% |
| NL | 70-75 | -0,48% | -0,69% | -0,54% | -0,10% | 0,35% | 0,23% | -0,22% | -0,97% | 0,49% |
| NL | 75-80 | -0,75% | -0,03% | -0,35% | -0,23% | 0,32% | 0,21% | -0,33% | -0,41% | -0,33% |
| NL | 80-85 | -0,83% | -0,19% | -0,11% | -0,26% | 0,32% | 0,20% | -0,05% | -0,09% | -0,74% |
| NL | 85-90 | -0,24% | 0,36% | 0,14% | -0,23% | 0,26% | 0,17% | -0,09% | 0,61% | -0,85% |
| NL | 90-95 | 0,11% | 0,87% | 0,29% | -0,23% | 0,12% | 0,15% | 0,17% | 1,36% | -1,25% |
| NO | 65-70 | -1,14% | 0,12% | -0,23% | 0,63% | -0,02% | -0,04% | -0,47% | -0,02% | -1,13% |
| NO | 70-75 | 1,19% | 0,35% | -0,18% | 0,79% | 0,06% | 0,00% | 0,04% | 1,06% | 0,13% |
| NO | 75-80 | 1,67% | 0,73% | -0,28% | 0,93% | 0,03% | 0,02% | -0,01% | 1,42% | 0,25% |
| NO | 80-85 | 1,36% | 0,61% | -0,45% | 0,77% | -0,06% | 0,03% | 0,46% | 1,36% | 0,00% |
| NO | 85-90 | -1,60% | -0,79% | -0,57% | 0,59% | -0,08% | 0,02% | -0,84% | -1,67% | 0,07% |
| NO | 90-95 | 1,89% | 0,39% | -0,19% | 0,24% | -0,05% | 0,03% | 0,04% | 0,45% | 1,44% |
| OST | 65-70 | 0,62% | -0,32% | 0,01% | 0,19% | -0,06% | -0,33% | -0,10% | -0,60% | 1,23% |
| OST | 70-75 | 0,86% | 0,41% | -0,24% | 0,32% | 0,26% | -0,21% | -0,05% | 0,50% | 0,36% |
| OST | 75-80 | 0,72% | 0,10% | -0,27% | 0,41% | 0,36% | -0,17% | -0,03% | 0,39% | 0,33% |
| OST | 80-85 | -0,33% | 0,39% | -0,29% | 0,29% | 0,40% | -0,16% | -0,01% | 0,62% | -0,94% |
| OST | 85-90 | -0,15% | -0,17% | -0,12% | 0,18% | 0,32% | -0,15% | 0,01% | 0,07% | -0,22% |
| OST | 90-95 | 0,01% | 0,54% | 0,01% | 0,26% | 0,10% | -0,15% | -0,13% | 0,63% | -0,62% |
| PO | 70-75 | 0,75% | -0,68% | 2,66% | 0,09% | -0,63% | -0,45% | 0,03% | 1,01% | -0,26% |
| PO | 75-80 | 0,89% | -0,29% | 2,15% | -0,25% | -0,92% | -0,50% | -0,21% | -0,03% | 0,92% |
| PO | 80-85 | -1,22% | -0,28% | 1,61% | 0,01% | -0,96% | -0,46% | 0,19% | 0,12% | -1,34% |
| PO | 85-90 | 2,59% | 0,81% | 1,44% | 0,14% | -0,56% | -0,40% | -0,30% | 1,12% | 1,47% |
| PO | 90-95 | -0,20% | -0,47% | 0,62% | 0,26% | -0,36% | -0,41% | 0,14% | -0,23% | 0,03% |
| SP | 65-70 | 0,97% | 0,08% | 2,58% | -0,22% | -0,82% | -0,59% | -0,01% | 1,02% | -0,05% |
| SP | 70-75 | 1,54% | -0,21% | 1,79% | -0,21% | -0,50% | -0,58% | 0,67% | 0,97% | 0,57% |
| SP | 75-80 | -1,91% | -1,63% | 1,14% | -0,35% | -0,13% | -0,55% | -0,33% | -1,84% | -0,07% |
| SP | 80-85 | -0,63% | -1,09% | 1,09% | -0,35% | 0,27% | -0,49% | -0,39% | -0,96% | 0,32% |
| SP | 85-90 | 1,50% | 0,68% | 0,81% | -0,07% | 0,51% | -0,44% | -0,08% | 1,43% | 0,07% |
| SP | 90-95 | 0,01% | -0,39% | 0,18% | 0,14% | 0,61% | -0,38% | 0,00% | 0,16% | -0,16% |
| SWE | 65-70 | -0,77% | 0,16% | -0,78% | -0,03% | 0,06% | 0,10% | -0,53% | -1,02% | 0,26% |
| SWE | 70-75 | -0,51% | 0,76% | -0,79% | -0,08% | 0,03% | 0,11% | -0,01% | 0,02% | -0,53% |
| SWE | 75-80 | -1,62% | 0,28% | -0,60% | -0,13% | -0,21% | 0,12% | -0,82% | -1,36% | -0,26% |

**CUADRO A.2 (Cont.)**

| *país* | *período* | *GYPC* | *TRAB* | *CONV* | *K* | *H* | *I+D* | *GOV* | *PRED* | *ERROR* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *SWE* | *80-85* | 0,02% | 0,45% | -0,21% | -0,11% | -0,32% | 0,14% | -0,24% | -0,29% | 0,31% |
| *SWE* | *85-90* | -0,93% | -0,20% | -0,11% | -0,09% | -0,38% | 0,14% | -0,11% | -0,74% | -0,19% |
| *SWE* | *90-95* | -1,68% | -1,05% | 0,16% | -0,22% | -0,40% | 0,16% | -0,57% | -1,92% | 0,24% |
| *UK* | *65-70* | -1,95% | -0,19% | -0,51% | -0,42% | 0,02% | 0,33% | 0,02% | -0,75% | -1,21% |
| *UK* | *70-75* | -0,79% | 0,23% | -0,32% | -0,43% | -0,07% | 0,33% | -0,07% | -0,33% | -0,46% |
| *UK* | *75-80* | -0,90% | -0,19% | -0,08% | -0,43% | 0,00% | 0,30% | 0,42% | 0,01% | -0,91% |
| *UK* | *80-85* | 0,19% | -0,31% | 0,18% | -0,49% | 0,01% | 0,27% | 0,25% | -0,09% | 0,28% |
| *UK* | *85-90* | 0,33% | 0,45% | 0,26% | -0,36% | -0,09% | 0,24% | 0,39% | 0,88% | -0,55% |
| *UK* | *90-95* | -0,32% | -0,28% | 0,31% | -0,35% | -0,18% | 0,21% | 0,04% | -0,24% | -0,08% |
| *US* | *65-70* | -2,08% | 0,16% | -1,92% | -0,56% | 0,35% | 0,39% | -0,07% | -1,65% | -0,43% |
| *US* | *70-75* | -1,60% | 0,03% | -1,71% | -0,64% | 0,45% | 0,36% | 0,17% | -1,34% | -0,26% |
| *US* | *75-80* | -0,53% | 0,65% | -1,33% | -0,62% | 0,24% | 0,31% | 0,59% | -0,16% | -0,37% |
| *US* | *80-85* | 0,09% | 0,68% | -1,13% | -0,49% | 0,00% | 0,28% | 0,20% | -0,47% | 0,55% |
| *US* | *85-90* | -0,90% | 0,12% | -1,04% | -0,50% | -0,16% | 0,26% | 0,12% | -1,20% | 0,30% |
| *US* | *90-95* | 0,28% | 0,58% | -0,78% | -0,40% | -0,25% | 0,23% | 0,57% | -0,04% | 0,31% |


## ABSTRACT

This paper analyzes the evolution of the distribution of income per capita and its main immediate determinants in a sample of industrial countries, with special emphasis on the case of Spain. After a preliminary analysis of the comparative evolution of these variables, we estimate a convergence equation based on the recent literature using panel data for the period 1960-95. The results are then used to obtain quantitative estimates of the contribution of the different variables of interest to the differential growth of each of the countries in the sample and to the convergence of income per capita within the OECD.

# Medición de las desigualdades: variables, indicadores y resultados*

FRANCISCO J. GOERLICH
Universitat de València

MATILDE MAS
Universitat de València e IVIE

En la literatura sobre la desigualdad y su evolución en el tiempo pueden identificarse dos corrientes que han permanecido hasta fechas recientes separadas. Por una parte, la literatura tradicional sobre la desigualdad (Atkinson, 1970, Sen, 1973, Shorrocks, 1980, 1982, 1984, Esteban y Ray, 1993, 1994) encuadrada en la teoría del bienestar social, se ha centrado fundamentalmente en el estudio de la distribución personal de la renta y en el papel de las políticas redistributivas como instrumentos que permitan reducir las desigualdades. Por otra parte, y en fechas más recientes, la literatura sobre la convergencia económica (Barro y Sala-i-Martín, 1991, 1992, 1995, Quah, 1993 a,b), ha orientado su atención hacia la convergencia o divergencia de la renta *per capita*, o la productividad del trabajo, de diversas unidades geográficas, ya sean regiones o países.

Aunque existen diferencias entre las dos corrientes, ambas comparten un objetivo común: estudiar la evolución en el tiempo de la distribución de una variable económica considerada de especial relevancia desde el punto de vista del bienestar o de la actividad económica. A grandes rasgos, se está hablando de conceptos similares: grupos de individuos o regiones que presentan peculiaridades distintas del resto. Los últimos tra-

* El trabajo se enmarca en el proyecto de la DGCITY PB94-1523. Los autores agradecen, sin implicarles, los comentarios de Francisco Pérez, Joan María Esteban, Juan F. Jimeno y también las sugerencias de dos evaluadores anónimos. F.J. Goerlich agradece la ayuda financiera del Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas y M. Mas la del Ministerio de Educación y Ciencia PR95-092. Resultados mencionados en el texto pero no ofrecidos están disponibles si se solicitan a los autores.

bajos de Quah (1996, 1997) incluyen referencias sobre la literatura de la desigualdad, en un claro intento de tender un puente entre ambas corrientes. Para el caso español, Rabadán y Salas (1996), interesados en el papel redistributivo jugado por el sector público a través del sistema impositivo, han sido los primeros en proponer medir la convergencia mediante índices de desigualdad procedentes de la literatura del bienestar social. El objetivo de este trabajo es realizar una síntesis de los indicadores tradicionales utilizados desde la perspectiva de las teorías del crecimiento y del bienestar, aplicándolos a las regiones y provincias españolas. Sin embargo, las distintas perspectivas de ambas teorías obligan a ser cuidadosos en tres direcciones: a) la selección de las variables objeto de estudio; b) la selección de los índices de precios más adecuados; y c) la selección de la muestra (datos individuales frente a datos agregados por provincias o regiones).

El trabajo se estructura de la forma siguiente. El apartado 1 revisa la evidencia empírica sobre la hipótesis de $\sigma$-convergencia entre las regiones y/o provincias españolas. El apartado 2 discute la selección de las variables más apropiadas dependiendo del problema que se desee abordar, así como la selección de los deflactores. El apartado 3 ilustra la conveniencia de utilizar dos familias de estadísticos de dispersión, los estadísticos simples aplicados habitualmente en la contrastación de la hipótesis de convergencia derivada de los modelos de crecimiento, y los estadísticos ponderados provenientes de la literatura sobre bienestar social. La descripción y propiedades de los mismos se presentan en el Apéndice. Ambos tipos de indicadores son aplicados a los datos de las provincias y regiones españolas en el apartado 4. El apartado 5 amplía los resultados agregados al considerar el componente individual de la desigualdad, a partir de la información proporcionada por la *Encuesta de Presupuestos Familiares* 1990/1991 del Instituto Nacional de Estadística (INE). Por último, el apartado 6 concluye.

## 1. LA CONTRASTACIÓN DE LA HIPÓTESIS DE CONVERGENCIA EN ESPAÑA

Como ha señalado Sala-i-Martín (1994b), una de las principales diferencias entre la nueva generación de economistas y la de los años sesenta, es el gran interés que los investigadores actuales prestan a los temas de carácter empírico. De estos, uno de los que mayor atención está recibiendo es la hipótesis de convergencia, que se deriva de los

modelos neoclásicos de crecimiento con rendimientos decrecientes. Los economistas españoles no han sido ajenos a este interés, como demuestra el importante número de trabajos publicados sobre el tema desde comienzos de los años noventa. Sin embargo, el interés teórico no ha ido acompañado, con frecuencia, de la suficiente precisión en la selección de las variables más adecuadas en la contrastación empírica.

Como es bien conocido, la hipótesis de convergencia ha sido contrastada utilizando los conceptos de convergencia $\beta$ y $\sigma$ popularizados por Barro y Sala-i-Martín (1991 y 1992). En el presente trabajo estamos interesados en el primero de ellos, puesto que es el relacionado con los índices de desigualdad utilizados en la literatura del bienestar social.[1] El cuadro 1 presenta una síntesis de las principales aportaciones realizadas para el caso español. La fuente estadística comúnmente utilizada en el análisis de fenómenos de largo plazo en España con un nivel de desagregación superior al nacional es la publicación *Renta Nacional de España y su Distribución Provincial* iniciada en el año 1955 por el Banco de Bilbao y continuada en la actualidad por la Fundación Banco Bilbao-Vizcaya (BBV). Esta publicación proporciona información sobre las macromagnitudes más relevantes con detalle provincial, expresadas en términos nominales. La mayoría de los trabajos toman como referente las comunidades autónomas, y sólo algunos de ellos consideran la desagregación provincial.

De la información contenida en el cuadro 1 interesa destacar cuatro aspectos. En primer lugar, las variables analizadas son el VAB per capita; la productividad del trabajo y la Renta Familiar Disponible per capita. En segundo lugar, existe una imprecisión notable en la especificación del procedimiento seguido para aislar el efecto de la evolución de los precios. En tercer lugar, todos los trabajos referenciados, con la única excepción de Rabadán y Salas (1996), utilizan estadísticos de dispersión simples. En cuarto, y último lugar, la práctica generalidad de los trabajos coinciden en señalar el estancamiento de la convergencia desde finales de los años setenta,[2] aunque obsérvese que este resultado se alcanza cuando la variable utilizada es la renta per capita pero no la productividad del trabajo.[3]

---

[1] En Barro y Sala-i-Martín (1995) puede encontrarse la relación existente entre ambos conceptos.

[2] De hecho este estancamiento, junto con el 2% de la velocidad de convergencia, son las dos «leyes de hierro «de la literatura empírica. En Barro y Sala-i-Martín (1995, cap 11) puede encontrarse evidencia del estancamiento en la convergencia a partir de mediada la década de los setenta en prácticamente todos los países avanzados. Abramovitz (1994) adelanta algunas razones para explicarlo. Sin embargo, como se observa en el Cuadro 1 el estancamiento se produce cuando la variable analizada en la renta *per capita*, pero no la productividad del trabajo. Un resultado similar se obtiene para 24 países de la *Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico* (OCDE) (véase Goerlich y Mas (1998)).

[3] La excepción es Sala-i-Martín (1994) y Barro y Sala-i-Martín (1995) aunque en este caso los datos no presentan periodicidad bienal y finalizan en 1987.

## CUADRO 1. EVIDENCIA SOBRE CONVERGENCIA SIGMA REGIONAL EN ESPAÑA

| AUTOR | DESAGRE. | PERIODO | VARIABLES | DEFLACTOR | INDICADOR | RESULTADOS |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Barro y Sala-i-Martín (1995)** | CCAA | 1955-1987 | (VAB/empleo) relativo media nacional | No menciona | Varianza simple del log | Reducción continuada |
| **Cuadrado y García (1995)** | CCAA | 1955-1993 | VAB/población | Índice de precios implícito del PIB (BBV). Base 86 | D.T. log. simple | Estancamiento a partir finales 70 |
| **De la Fuente (1994)** | CCAA | 1960-1989 | (VAB/empleo) relativo media nacional | No menciona | D.T. log. simple | Estancamiento a partir finales 70 |
| **De la Fuente (1996)** | CCAA | 1955-1989 | (VAB/empleo) relativo media nacional | No menciona | D.T. log. simple | Estancamiento a partir finales 70 |
| **De la Fuente (1997)** | CCAA | 1955-1991 | (VAB/empleo) relativo media nacional | No menciona | D.T. log. simple | Estabilización al final periodo |
| **Dolado et al. (1994)** | Provincias | 1955-1989<br><br>1967-1991<br>1967-1991 | VAB/población activa<br>VAB/empleo<br>Renta Personal<br>Renta Familiar Disponible | Deflactor nacional PIB | D.T. log. simple | Estancamiento a partir finales 70 |
| **García et al. (1995)** | CCAA<br>Provincias | 1955-1991<br>1967-1991 | VAB/población<br>Renta Familiar Disponible pc | No menciona | D.T. log. simple | Estancamiento a partir finales 70 |
| **Mas et al. (1994)** | CCAA | 1955-1991 | VAB/población<br>VAB/empleo sectorial | Deflactor nacional<br>Deflactores sectoriales | D.T. log. simple | Estancamiento a partir finales 70 en renta pero no en productividad |
| **Mas et al. (1995)** | Provincias | 1955-1991 | VAB/población<br>VAB/empleo sectorial | Deflactor nacional<br>Deflactores sectoriales | D.T. log. simple | Estancamiento a partir finales 70 en renta pero no en productividad |
| **Pérez et al. (1996)** | CCAA | 1955-1991<br><br>1967-1991 | VAB/población<br>VAB/ocupación<br>Renta Familiar Disponible pc | Deflactores sectoriales<br><br>IPC | D.T. log. simple | Estancamiento a partir finales 70 en renta pero no en productividad |
| **Rabadán y Salas (1996)** | CCAA<br>Provincias | 1955-1991<br>1967-1991<br>1967-1991 | VAB/población<br>Renta Familiar pc<br>Renta Familiar Disponible pc | Deflactor nacional | Gini; Theil; Atkinson | |
| **Raymond (1994)** | CCAA | 1955-1993<br>1955-1989 | VAB/Población<br>VAB/empleo | No menciona | D. T. log. simple | Estancamiento a partir finales 70 en renta pero no en productividad |
| **Raymond y García (1996)** | CCAA | 1955-1994<br>1967-1994 | VAB/población<br>Renta Familiar Disponible pc | No menciona | D.T. log. simple | Estancamiento a partir finales 70. |
| **Raymond y García (1994)** | CCAA | 1955-1993<br>1955-1989 | VAB/Población<br>VAB/empleo | No menciona | D. T. log. simple | Estancamiento a partir finales 70 en renta pero no en productividad |
| **Sala-i-Martín (1994a)** | CCAA | 1955-1987 | (Renta/población) relativo media nacional | No menciona | D.T. log. simple | Reducción continuada |

Fuente: Elaboración propia.

# 2. SELECCIÓN DE VARIABLES Y DEFLACTORES

## *2.1. Desde la perspectiva de la teoría del crecimiento*

Todos los trabajos mencionados en el Cuadro 1, nuevamente con la única excepción de Rabadán y Salas (1996), toman como referente explícito los modelos de crecimiento. Las hipótesis de estos modelos, y en especial el supuesto de rendimientos decrecientes en los factores que se acumulan, predicen la existencia de convergencia (reducción de las desigualdades) con el transcurso del tiempo. Pero nótese que la reducción de desigualdades a la que estos modelos se refieren son desigualdades en la productividad del trabajo y no necesariamente en renta per capita. El modelo neoclásico parte de una función de producción en la que el factor trabajo es identificado con la población total. Crecimientos de esta última se traducen en paralelos crecimientos de la ocupación que contribuye a la obtención del producto. Sin embargo, en economías que, como la española, presentan diferencias regionales tan notables en tasas de paro y actividad, así como en estructura demográfica, diferencias que además no han sido constantes en el tiempo, el paralelismo entre productividad del trabajo y renta *per capita* no es adecuado. De hecho, los resultados presentados en el cuadro 1 ya indican que los resultados son distintos dependiendo de cual sea la variable analizada.

Por otra parte, es importante precisar el procedimiento seguido para expresar las variables en términos reales. El objeto de análisis de la teoría del crecimiento es la evolución del valor de los bienes producidos en un ámbito geográfico determinado durante un periodo de tiempo. Por esta razón, el índice de precios apropiado es el deflactor del VAB. El problema surge cuando se llevan a cabo análisis regionales, puesto que la ausencia de deflactores con este nivel de desagregación espacial es generalizada. Es por esta razón por lo que algunos autores se inclinan por utilizar el deflactor nacional; otros, por analizar la evolución de las variables regionales en relación al valor nacional, procedimiento que equivale al anterior puesto que implícitamente considera que la evolución de los precios es la misma para todas las regiones, e igual al valor nacional; mientras que otros autores no mencionan el procedimiento seguido para deflactar las series. Las carencias estadísticas son siempre un problema grave, pero utilizar el deflactor nacional para expresar en términos constantes las series correspondientes a

cada región no parece el mejor procedimiento. La razón estriba en que el deflactor está considerando la distinta evolución de los precios sectoriales correspondientes a la estructura productiva agregada. Si esta es, como es habitual, dispar entre regiones el índice de precios utilizado debe considerar estas diferencias en la especialización territorial. La anterior reflexión recomienda, como mal menor, utilizar los deflactores sectoriales nacionales para expresar en términos constantes el valor de la producción de cada sector, y obtener el VAB regional por agregación. De esta forma se obtiene un deflactor regional implícito que tiene en cuenta, al menos, las diferencias regionales en la estructura productiva.

## *2.2. Desde la perspectiva del bienestar*

La economía del bienestar aborda problemas similares pero con un enfoque diferente. El objetivo en este caso no es analizar la convergencia en las condiciones productivas sino, sobre todo, en las condiciones de vida de los ciudadanos. Este cambio de énfasis debe reflejarse también en la selección de la(s) variable(s) y de los deflactores objeto de estudio.

La selección de la(s) variable(s) a analizar, dependerá del objetivo que se persiga. Es legítimo centrar la atención estrictamente en la renta *per capita*, pero también lo es considerar la renta disponible para el gasto. La selección entre una u otra depende en gran medida de la disponibilidad estadística. En el caso de las provincias españolas, la Fundación BBV proporciona información referida a cuatro variables, todas ellas merecedoras de atención: Valor Añadido Neto (VAN) a coste de factores; Renta Regional Neta; Renta Familiar antes de Impuestos; y Renta Familiar Neta Disponible. La relación existente entre estas cuatro variables es la siguiente:

1. **VAN** = Valor Añadido Bruto a coste de factores - Amortizaciones.
2. **Renta Regional Neta** = VAN + Rentas netas procedentes de otras provincias (= rentas del trabajo + rentas mixtas y de capital).
3. **Renta Familiar antes de Impuestos** = Renta Regional Neta - Beneficios retenidos - Impuestos directos a cargo de las empresas y rentas del Estado + Otros ingresos familiares (= Ayuda familiar + Transferencias públicas y de la Seguridad Social + Rentas del exterior).
4. **Renta Familiar Neta Disponible** = Renta Familiar antes de impuestos - Cotizaciones sociales - Impuestos directos a las familias.

Las definiciones anteriores ponen de manifiesto que la relación

entre 1 y 2 está afectada por la localización geográfica de la propiedad de los factores productivos (en especial del capital). En el paso de 2 a 3, el elemento más importante es el papel jugado por las transferencias públicas (incluidas las pensiones de la Seguridad Social). Por último, en el paso de 3 a 4 se refleja la influencia de la imposición directa, sobre las familias y las cotizaciones a la Seguridad Social. Dependiendo del problema que se desee analizar será más recomendable utilizar una u otra definición, sin embargo, desde nuestra perspectiva todas tienen interés.

Respecto al segundo punto, el indicador de precios adecuado debe ser aquel que mejor refleje las diferencias en capacidad de compra de los individuos según el territorio que habiten. Para los años más recientes es posible disponer de índices de capacidad adquisitiva relativos entre regiones,[4] pero no existe información con detalle provincial. Por estas razones, hay que acudir a los índices de precios al consumo (IPC) provinciales que sí están disponibles desde el año 1964. Nótese, sin embargo, que utilizar los IPC proporcionados por el INE no soluciona el problema de diferencias en los niveles de precios puesto que estos toman el valor 100 en el año base para cada una de las provincias, aunque sí tiene en cuenta la distinta evolución en el tiempo.

## 3. INDICADORES

Como ya se ha señalado, y puede comprobarse a partir del cuadro 1, prácticamente todos los trabajos referenciados, con la única excepción de Rabadán y Salas (1996), utilizan como estadístico de dispersión la desviación típica simple del logaritmo de la variable. En algunos trabajos la variable analizada se normaliza respecto al valor del agregado, lo que se corresponde con la media ponderada en el caso de datos provinciales o regionales.[5] La utilización de un estadístico no ponderado implica otorgar el mismo peso a todas las agrupaciones que constituyen la muestra, sean estas provincias o regiones, independientemente de la población que la habite.[6] Esta aproximación es perfectamente

[4] Fundación BBV (1997) presenta índices de precios relativos para las comunidades autónomas referidos a los años 1991, 1993 y 1995.

[5] No obstante, dado que la media del logaritmo de esta variable normalizada no es cero por construcción no queda claro como se calcula la desviación típica en estos trabajos.

[6] En nuestro caso, otorgan la misma ponderación a la provincia de Soria, cuya población representa aproximadamente el 0,2% de la población total, que a la provincia de Madrid que reúne, aproximadamente al 13% de la población española.

legítima cuando se adoptan los supuestos de la gran mayoría de modelos de crecimiento,[7] puesto que las unidades de análisis de partida son las agrupaciones de población que comparten un mismo territorio y similares parámetros fundamentales pero que difieren en las distancias que les separan del estado estacionario. Desde esta perspectiva, la importancia otorgada a cada agrupación (país, región o estado) puede considerarse la misma, aunque evidentemente sea difícil atribuir significado económico al concepto de convergencia entre dos regiones cuando en una de ellas habita, por ejemplo, el 99% de la población total. Sin embargo, el interés por analizar la evolución de la desigualdad no tiene por qué circunscribirse exclusivamente a la contrastación de la hipótesis de convergencia derivada de una familia de modelos de crecimiento. Si nuestro interés se desplaza del comportamiento entre áreas geográficas resumidas en un único agente representativo, o promedio, al conjunto de los individuos que las habitan, entonces el tamaño es importante. Por ejemplo, si estamos interesados en la convergencia de la productividad del trabajo del conjunto de los trabajadores que habitan espacios geográficos amplios entonces es recomendable utilizar estadísticos ponderados, pues para esta tiene mayor repercusión la reducción de la brecha entre las unidades territoriales que agrupan a un conjunto mayor de la población. Piénsese, por otra parte, en las repercusiones que para las políticas regionales compensatorias tiene el distinto tamaño de las regiones. Por ejemplo, la política regional europea instrumentada a través de los Fondos Estructurales FEDER[8] tiene como objetivo explícito la convergencia en renta *per capita* y productividad de las regiones con menores niveles de renta, las denominadas regiones Objetivo 1. Evidentemente, desde la perspectiva presupuestaria de la Unión Europea no tiene la misma repercusión contribuir a que una región muy poblada, como Andalucía, converja con la media comunitaria a que lo haga Cantabria, con una población muy inferior. En consecuencia, en nuestra opinión, ambos tipos de indicadores, ponderados y no ponderados, proporcionan visiones complementarias de un fenómeno complejo como es la reducción de las disparidades entre unidades geográficas.

Por otra parte la desviación típica del logaritmo no es la única medida de dispersión posible, la literatura de la desigualdad ha desarro-

[7] Si se exceptúan aquéllos que implícitamente tienen en cuenta externalidades asociadas al tamaño, como por ejemplo Romer (1986).

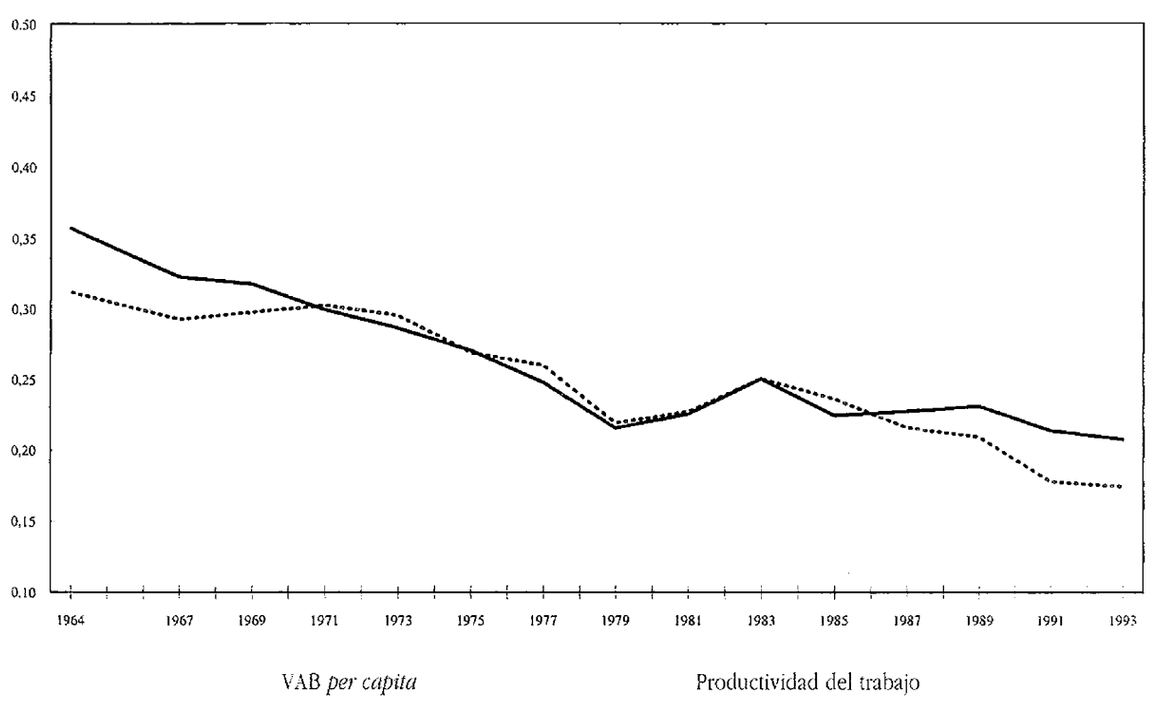
[8] Fondo Europeo de Desarrollo Regional.

llado un importante conjunto de indicadores de dispersión perfectamente utilizables en contextos macroeconómicos y/o regionales. Las propiedades de descomponibilidad de algunos de estos índices los hace especialmente atractivos desde el punto de vista de analizar los diversos componentes de la desigualdad. El Apéndice ofrece información detallada sobre los índices utilizados en el trabajo, así como sus propiedades.

# 4. RESULTADOS

## *4.1. Renta* per capita *frente a Productividad del trabajo.*

GRAFICO 1
**PRODUCTIVIDAD DEL TRABAJO Y VAB PER CAPITA**
Desviación típica del logaritmo




*Fuentes*: VAB: BBV; Deflactores y población: INE; Ocupados: Mas, Pérez, Uriel y Serrano (1995).

En el apartado 2 se ha defendido que la variable relevante en la contrastación de la hipótesis de convergencia es el producto por trabajador ocupado donde el producto se obtiene por agregación de los VAB sectoriales, expresados en pesetas constantes utilizando los deflactores sectoriales nacionales. A pesar de ello, y como ilustra el cuadro 1, la mayoría de los trabajos se refieren al VAB *per capita* considerando implícitamente que ambas variables son equivalentes. Sin embargo, el

gráfico 1 ilustra los distintos perfiles que presenta, para las provincias españolas, el indicador de dispersión habitualmente utilizado, la desviación típica del logaritmo.

Un resultado comúnmente aceptado en el análisis de la convergencia en España, tanto a nivel provincial como regional, es la reducción de las desigualdades hasta 1979 y su estancamiento posterior a partir de esta fecha. Según el gráfico 1 esta constatación es correcta cuando se utiliza como variable de análisis el VAB *per capita,* pero deja de serlo si se analiza la evolución de la productividad del trabajo. El cuadro 2 resume las tasas de crecimiento (de reducción) de las desigualdades para ambas variables.

**CUADRO 2. DESVIACION TIPICA DEL LOGARITMO**

Tasa de crecimiento anual acumulativa (%)

| Período | VAB *per capita* | Productividad del trabajo |
|---|---|---|
| 1964-1979 | -3,30 | -2,32 |
| 1979-1993 | -0,27 | -1,62 |
| 1964-1993 | -1,87 | -1,98 |

*Fuentes:* VAB: BBV; Deflactores y Población: INE; Ocupados: Mas, Pérez, Uriel y Serrano (1995).

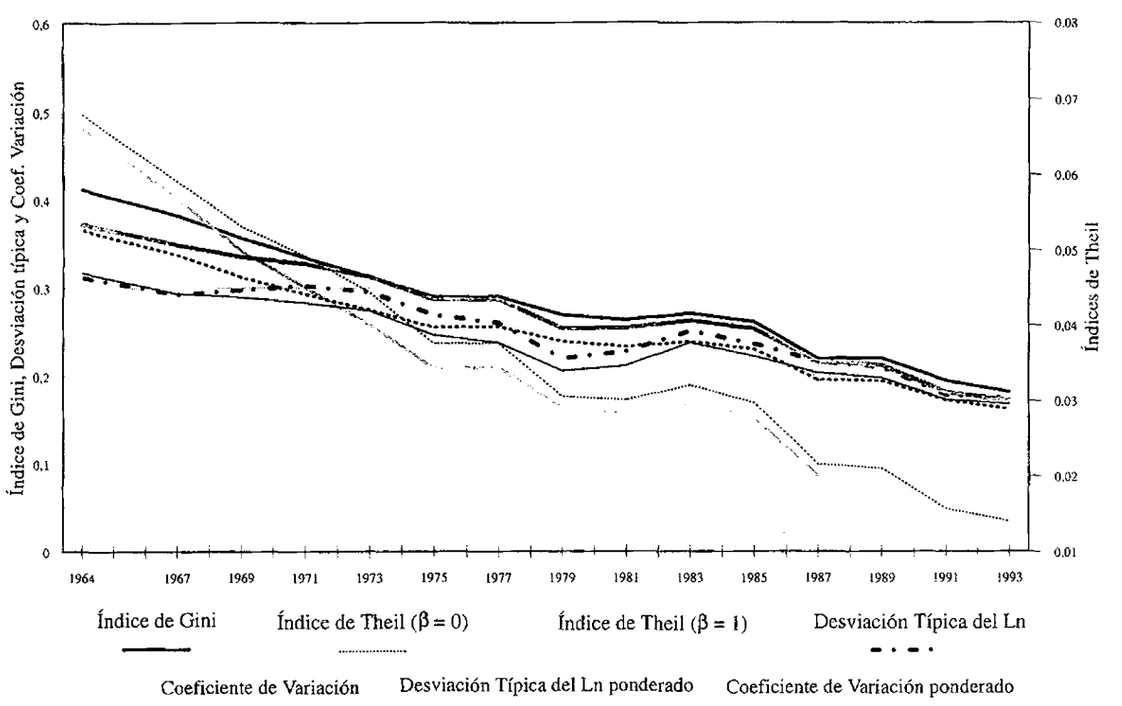
Como puede observarse, la reducción de las desigualdades ha sido superior para la productividad del trabajo en el conjunto del periodo 1964-1993. Además, el perfil de la reducción ha sido muy distinto, puesto que en la productividad del trabajo no se observa el estancamiento de la convergencia, que ha sido señalado repetidamente por la literatura que analiza distintas economías cuando la variable analizada es el VAB *per capita*, aunque sí una ralentización de la misma. En consecuencia, los resultados que se obtienen respecto al perfil seguido por la desigualdad dependen crucialmente de la variable utilizada.

## *4.2. Productividad del trabajo. Estadísticos simples y ponderados*

El gráfico 2 presenta la evolución seguida por los estadísticos de dispersión aplicados a la productividad del trabajo, correspondientes a las cincuenta provincias españolas durante el periodo 1964-1993. La definición de los índices se encuentra en el Apéndice. Las diferencias en los valores absolutos alcanzados por los indicadores, más reducidos para los índices de Theil, aconsejan el cambio de escala que se realiza

en el gráfico. El gráfico 2 ilustra que si el problema en el que estamos interesados es el perfil seguidos por los estadísticos de dispersión, todos ellos presentan una reducción prácticamente continuada a lo largo de todo el periodo.[9] Sin embargo, si estamos interesados en la intensidad con la que se produce la disminución de las desigualdades, los resultados sí difieren entre indicadores. El cuadro 3 resume las tasas de crecimiento (decrecimiento) de los siete indicadores seleccionados.

GRAFICO 2
**PRODUCTIVIDAD DEL TRABAJO DEFLACTADA SECTORIALMENTE**
Estadísticos de dispersión




*Fuentes*: VAB: BBV; Deflactores: INE; Ocupados: Mas, Pérez, Uriel y Serrano (1995).

## CUADRO 3. PRODUCTIVIDAD DEL TRABAJO. INDICADORES DE DISPERSION

Tasas de crecimiento anual acumulativa (%)

| Período | Ponderados | | | | | No ponderados | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Theil β = 0 | Theil β = 1 | Gini | Desv. Típica Ln | Coeficiente variación | Desv. Típica Ln | Coeficiente variación |
| 1964-1979 | -5,19 | -5,32 | -2,80 | -2,63 | -2,93 | -2,32 | -2,87 |
| 1979-1993 | -5,43 | -5,38 | -2,78 | -2,75 | -2,72 | -1,62 | -1,47 |
| 1964-1993 | -5,30 | -5,35 | -2,79 | -2,69 | -2,83 | -1,98 | -2,19 |

*Fuentes:* VAB: BBV; Deflactores y Población: INE; Ocupados: Mas, Pérez, Uriel y Serrano (1995).

[9] Este resultado se desprende también del examen de las curvas de Lorenz y las propiedades de los índices utilizados, salvo para la desviación típica de los logaritmos.

Los resultados más relevantes que muestra el cuadro 3 son los siguientes. En primer lugar, la superior tasa de reducción de los estadísticos ponderados indica que la convergencia se ha producido con mayor intensidad entre las provincias más pobladas. En segundo lugar, la similitud entre las tasas de (de)crecimiento de los índices de Theil[10] permite afirmar que la convergencia no ha sido más intensa entre las provincias más ricas, puesto que este índice otorga mayor ponderación al extremo superior de la distribución cuando $\beta$ aumenta. En tercer lugar, el hecho más notable que muestra el cuadro 3 es la ausencia de estancamiento, ni tampoco ralentización, a partir de 1979 cuando se utilizan los estadísticos ponderados, indicando que la convergencia continuó al mismo ritmo en el segundo subperiodo cuando tenemos en cuenta el número de trabajadores afectados en las distintas provincias. En consecuencia, la utilización de un tipo u otro de indicadores es relevante en el diagnóstico sobre los logros conseguidos, al tiempo que proporcionan visiones complementarias de un mismo proceso.

## *4.3.* ***Renta*** **per capita**

Anteriormente se ha defendido que, desde la perspectiva del bienestar, la variable adecuada es la renta *per capita*, en cualquiera de las cuatro definiciones proporcionadas por el BBV y resumidas en el apartado 2, deflactada por un índice de precios que recoja las diferencias de capacidad de compra entre provincias. La ausencia, hasta fechas recientes, de índices de poder adquisitivo relativos recomienda utilizar los índices de Precios al Consumo (IPC) provinciales, disponibles desde 1964. Por otra parte, desde la perspectiva del bienestar es aconsejable utilizar estadísticos ponderados, como ha reconocido esta literatura desde sus inicios. El gráfico 3 refleja la evolución seguida por uno de los indicadores de desigualdad utilizados anteriormente, el índice de Theil ($\beta = 0$). La observación de este gráfico permite concluir que:

1. Las cuatro variables consideradas presentan una evolución similar: reducción de la desigualdad hasta finales de la década de los setenta y estancamiento a partir de entonces. En el cuadro 4 puede comprobarse que el estancamiento a partir de 1979 es muy claro en todos los casos y que, en algunas variables hay incluso retrocesos. De hecho, sólo las desigualdades en Renta Familiar antes de Impuestos

[10] Esta similitud indica que existe una estrecha correlación entre las participaciones de la población y de la renta en el caso de las provincias españolas.

continuaron reduciéndose, aunque ligeramente, en el periodo 1979-1993, mientras las tres variables restantes mostraron divergencia, la mayor en Renta Regional Neta. En este punto conviene recordar que el cuadro 2 mostraba estancamiento de la convergencia del VAB *per capita* durante el periodo 1979-1993. Sin embargo, ahora constatamos que otra medida de desigualdad de una variable muy próxima a la anterior, el VAN *per capita*, no sólo no se estancó, sino que aumentó en el segundo subperiodo. Obsérvese que tres razones pueden explicar esta discrepancia. En primer lugar, los indicadores de desigualdad son distintos. En el cuadro 2 se utilizaba un indicador no ponderado, mientras que ahora se utiliza el índice de Theil que pondera por la población relativa. En segundo lugar, la transformación en variables reales también es distinta. Ahora utilizamos los IPC mientras que en el apartado anterior se utilizaron deflactores sectoriales. En tercer lugar, las variables no son exactamente las mismas, pues anteriormente se incluían las amortizaciones mientras que ahora los valores son netos.[11]

**CUADRO 4. ÍNDICE DE THEIL ($\beta = 0$)**

Tasas de crecimiento anual acumulativas (%)

| Período | Valor Añadido Neto | Renta Regional Neta | Renta Familiar antes de impuestos | Renta Familiar Neta Disponible |
|---|---|---|---|---|
| 1967-1979 | -7,43 | -6,76 | -7,45 | -11,32 |
| 1979-1993 | + 1,06 | + 1,12 | -0,11 | + 0,53 |
| 1964-1993 | -2,95 | -2,60 | -3,57 | -5,12 |

*Nota:* Todas las variables son per cápita y deflactadas por los IPC provinciales

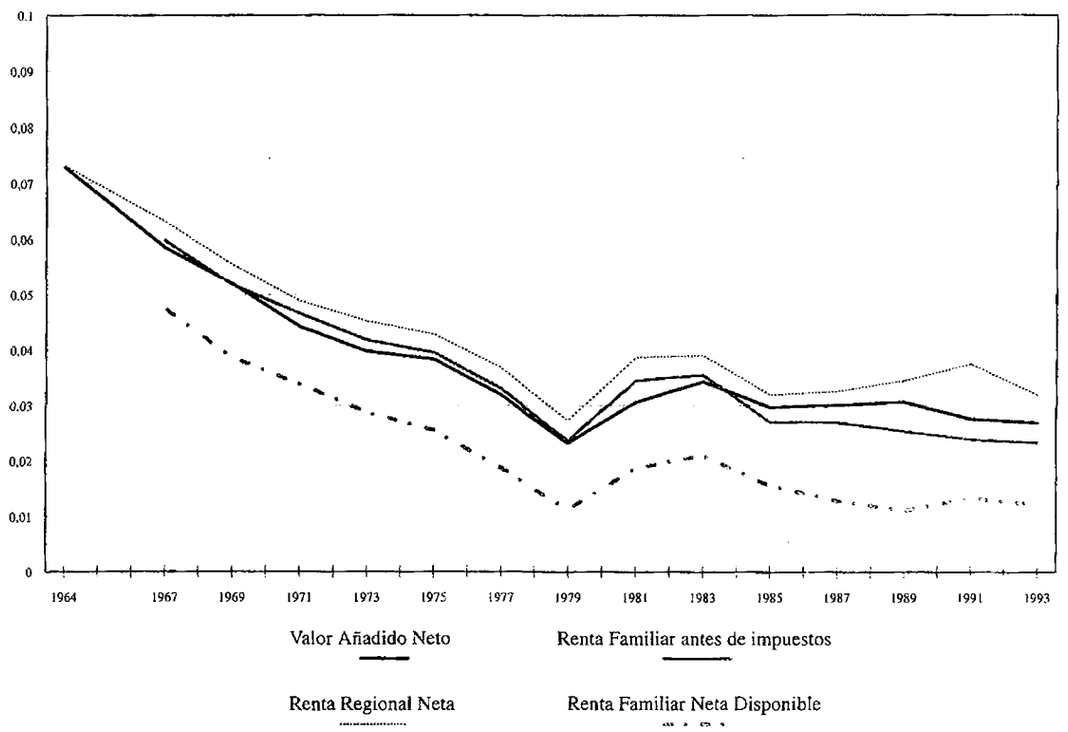
*Fuentes:* BBV; IPC y Población: INE.

[11] El trabajo de Rabadán y Salas (1996) utiliza también estadísticos ponderados para medir la desigualdad. Las variables son similares a las aquí analizadas, y la información procede también del BBV, sin embargo estos autores utilizan el deflactor nacional del PIB para expresar las series en términos reales. Los valores para el índice de Theil correspondientes al PIB *per capita*, Renta Directa (que se aproxima a nuestro concepto de Renta Familiar antes de Impuestos) y Renta Familiar Disponible *per capita* que obtienen estos autores, así como las correspondientes tasas de (de)crecimiento, son las siguientes:

| Valores | PIB *per capita* | Renta Directa | Renta Familiar |
|---|---|---|---|
| 1967 | 0,0512 | 0,0524 | 0,0413 |
| 1979 | 0,0277 | 0,0283 | 0,0142 |
| 1991 | 0,0267 | 0,0238 | 0,0133 |
| Tasas anuales acumulativas | | | |
| 1967-1979 | -4,96 | -4,97 | -8,51 |
| 1979-1991 | -0,31 | -1,44 | -0,51 |
| 1967-1991 | -2,66 | -3,22 | -4,59 |

Obsérvese que, en este caso, ninguna variable presenta divergencia en el periodo 1979-1991; que la velocidad de reducción en el primer subperiodo es sensiblemente menor en las estimaciones de estos autores; y también es menor la tasa de reducción anual en el periodo completo.

GRAFICO 3
**EVOLUCION DEL INDICE DE THEIL (β = 0). 1964-1993**




*Nota*: Todas las variables están expresadas en términos per capita y deflactadas por los IPC provinciales.
*Fuentes*: BBV. IPC y población: INE.

2. El mayor nivel de desigualdad entre las provincias españolas se produce en la variable Renta Regional Neta. Esta observación implica que las provincias son más desiguales cuando se tiene en cuenta la residencia de los propietarios de los factores productivos. Además, la brecha entre ambas variables se ha ampliado en el tiempo. Este hecho indica que el proceso de reducción de las desigualdades ha ido acompañado de un proceso de relativa concentración de la propiedad de los factores productivos en algunas de ellas. Es muy probable que esa tendencia se vea favorecida por el proceso de acumulación de capital físico, un factor que permite con mayor facilidad la separación geográfica entre el lugar en el que se localiza la inversión y aquel en el que viven sus propietarios.

3. El menor nivel de desigualdad lo presenta la variable Renta Familiar Neta Disponible. La evolución de esta variable está reflejando básicamente la intervención redistributiva del sector público y, en este sentido, puede afirmarse que ésta redujo efectivamente las desigualdades interprovinciales en el conjunto del periodo. Sin embargo, también tiene interés constatar que los dos instrumentos redistributivos, transferencias e impuestos, no han actuado siempre en la misma dirección.

La evolución de las tres primeras variables permite advertir que hasta 1979 el efecto de las transferencias era prácticamente idéntico, pero de signo contrario, al derivado de la localización de la propiedad de los factores. En otras palabras, la acción del sector público por la vía de las transferencias volvía a situar a las provincias en el nivel de desigualdad del VAN *per capita* que se derivaba de sus procesos productivos. Durante la década de los ochenta la situación es diferente. Así, se puede comprobar que la desigualdad de la Renta Familiar antes de Impuestos se sitúa durante toda la última década por debajo de la desigualdad del VAN y de la Renta Regional Neta, a una distancia creciente de esta última. En consecuencia, durante los últimos años los instrumentos que maneja el sector público para contribuir a la reducción de las desigualdades operan positivamente tanto por la vía de las transferencias como de la imposición directa, dando como resultado una reducción a la mitad del índice de desigualdad que existiría si no hubiera intervención redistributiva.

## *4.4. Descomposición geográfica. Desigualdad interprovincial e interregional*

Una de las aplicaciones de algunos índices de desigualdad es la de proporcionarnos información acerca de los posibles componentes de la misma, así como su importancia relativa. Los índices de Theil disfrutan de la propiedad de descomponibilidad[12] que puede aplicarse desde distintas perspectivas. En este caso estamos interesados en la descomponibilidad por subgrupos de población, en la que el índice agregado de desigualdad se descompone en dos elementos: uno debido a la desigualdad entre los grupos, desigualdad externa, y otro debido a la desigualdad dentro de los grupos, desigualdad interna.

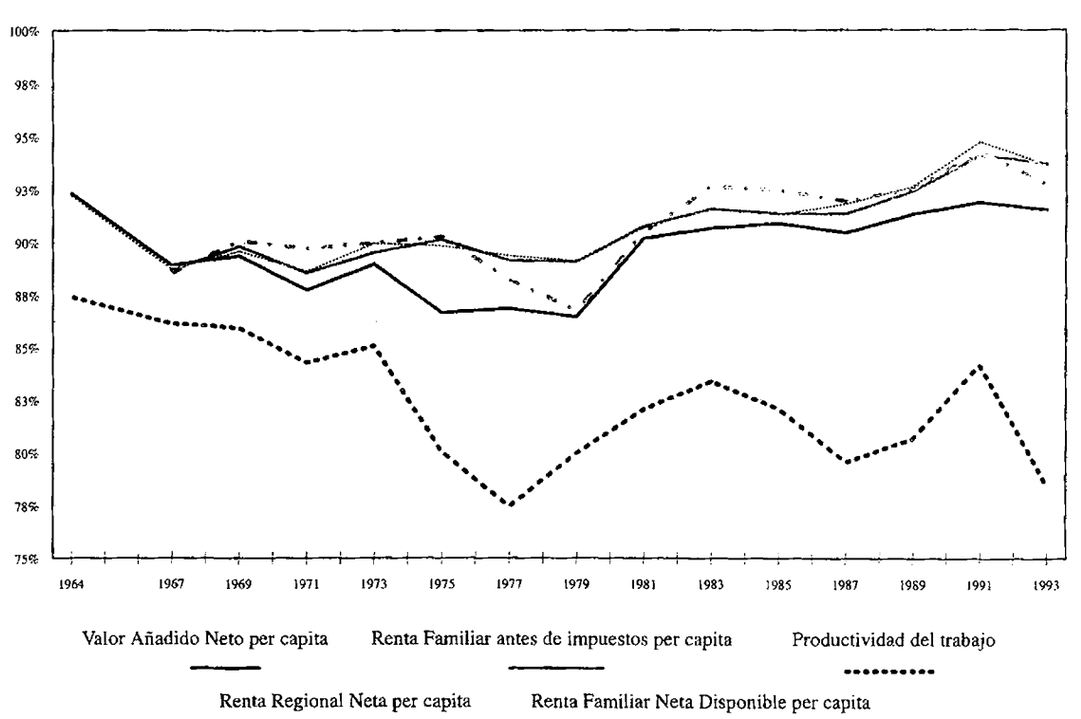
El Apéndice detalla la derivación de esta propiedad así como su significado general. Aquí nos interesa su aplicación a la desigualdad existente entre las provincias frente a las comunidades autónomas españolas. En este caso, el componente interno nos indica el grado de desigualdad que obtendríamos si igualásemos el valor de la variable correspondiente (productividad del trabajo o renta *per capita* en sus distintas versiones) entre las comunidades autónomas, manteniendo constantes las desigualdades internas relativas entre las provincias que

[12] Las referencias básicas sobre esta propiedad de los índices de Theil son Shorrocks (1980, 1982, 1984). En Chakravarty (1990) puede encontrarse una panorámica.

las integran. El componente externo es el índice de desigualdad entre comunidades. Dicho término mide la desigualdad que observaríamos si la desigualdad entre provincias fuese totalmente eliminada (asignando a cada provincia el valor medio de la comunidad) y sólo existieran desigualdades entre comunidades.

Una forma alternativa de interpretar la descomposición anterior, más relacionada con la presentación habitual de la teoría del crecimiento sería la siguiente. Los estadísticos de dispersión pueden aplicarse a distintos niveles de agregación. Es claro que cuánto mayor es el nivel de desagregación, mayor será el valor del índice. Sin embargo, el interés de la propiedad de descomponibilidad es que permite identificar con precisión cuál es la participación de cada una de las desigualdades en el indicador global. A partir de la ecuación (A.10) del Apéndice podemos comprobar que $T(0)$ es el índice (de Theil) de dispersión aplicado a las cincuenta provincias españolas, mientras que $T^E(0)$ es el correspondiente índice (de Theil) aplicado a la muestra de las diecisiete comunidades autánomas. Por lo tanto, $T(0) - T^E(0)$ no es más que la desigualdad que añaden al índice global las diferencias interprovinciales.

GRAFICO 4
**EVOLUCION DEL PORCENTAJE DE DESIGUALDAD EXTERNA**
Índice de Theil ($\beta = 0$). 1964-1993




*Fuentes*: BBV; Deflactores, Población e IPC: INE; Ocupación: Mas, Pérez, Uriel y Serrano (1995).

El gráfico 4 presenta la evolución del porcentaje de desigualdad externa obtenido a partir de la ecuación (A.10) del Apéndice. Este gráfico indica que las diferencias interregionales son muy superiores a las que se añaden al considerar la desagregación provincial. Además, también indica que el componente externo del índice es superior en las variables de renta *per capita* que en productividad del trabajo. En consecuencia, la desigualdad global observada se debe, fundamentalmente, a desigualdades entre CCAA y no a desigualdades interprovinciales dentro de las CCAA. La eliminación de la desigualdad interna sólo conseguiría reducir la desigualdad agregada en un porcentaje inferior al 20% en la variable productividad del trabajo, y al 10% en las variables de renta *per capita*. En consecuencia, tiene sentido concluir que las políticas de reequilibrio territorial en España deben ser definidas, fundamentalmente, desde una perspectiva regional y no provincial. Obsérvese que estos resultados sólo pueden concluirse a partir de indicadores que presenten la mencionada propiedad de descomponibilidad.

## 5. DESIGUALDAD INDIVIDUAL Y DESIGUALDAD TERRITORIAL

El análisis desarrollado en el apartado 4.4 ha tomado como punto de partida los datos provinciales con lo que implícitamente asignábamos a cada individuo una renta igual a la renta *per capita* media de su provincia. Sin embargo, la disponibilidad de datos sobre los ingresos de los hogares procedentes de la *Encuesta de Presupuestos Familiares* (EPF 1990/1991) nos permite realizar un ejercicio adicional que completa al análisis anterior. La consideración de datos individuales ofrece ventajas ya que nos permite analizar hasta qué punto las desigualdades en la distribución personal de la renta se encuentra entre los individuos y no en agrupaciones territoriales administrativas o políticas. La cuestión es importante ya que si las desigualdades están fundamentalmente entre los individuos cualquier política de reducción y eliminación de la pobreza requiere algo más que transferencias entre CCAA y/o provincias. En este punto conviene tener en cuenta que los ingresos *per capita* a los que se refiere la EPF excluyen la provisión de bienes públicos. Por lo tanto, individuos que residen en una región y disfrutan de los mismos ingresos monetarios que los de otra, pueden alcanzar un nivel de bienestar distinto si la provisión de bienes públicos (infraestructuras, educación, sanidad, cultura, etc.) es distinta entre regiones. Sin embargo, esta importante cuestión no será analizada en este trabajo.

Nuevamente, antes de abordar el problema es necesario precisar el índice de precios a partir del cual se van a obtener los valores a precios constantes. Podría argumentarse que, puesto que en este ejercicio los datos están referidos a un único año y no a una serie temporal, no es necesario realizar el análisis en términos reales. Esta sería la recomendación si los únicos índices de precios provinciales de que dispusiéramos fueran los IPC puesto que estos índices sólo reflejan la evolución temporal, y toman el valor 100 para todas las provincias en el año 1990. Sin embargo, como se ha mencionado anteriormente, disponemos para el año 1991 de índices de paridad de poder de compra por comunidades autónomas, en los que toma valor 100 el dato correspondiente a España y se diferencia según el nivel de precios de las distintas regiones. En el ejercicio que se realiza a continuación se han contemplado alternativamente los datos sin deflactar y deflactados por los índices de paridad de poder de compra, considerando que éstos son comunes a todas las provincias que integran una comunidad.

La pregunta que nos formulamos es similar a la del apartado 4.4: ¿la desigualdad se encuentra entre los individuos, las provincias o las regiones? La propiedad de descomponibilidad de los índices de Theil permite analizar la contribución de tres componentes: (1) un componente externo a las provincias que reflejaría la desigualdad entre las CCAA, que denominamos desigualdad interregional; (2) otro componente que reflejaría la desigualdad entre las provincias, que constituye la desigualdad interprovincial dentro de cada comunidad; y (3) finalmente, un componente interno a las provincias que refleja la desigualdad entre los individuos y que sería el único existente si eliminásemos la desigualdad entre agrupaciones, tanto provinciales como regionales, y que llamaremos componente interpersonal o índice interno.

**CUADRO 5. DESIGUALDAD INTERREGIONAL, INTERPROVINCIAL E INTERPERSONAL. EPF91**

Índice de Theil $\beta = 0$

| Variable | Índice global | Interregional | | Interprovincial | | Interpersonal | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Índice | % | Índice | % | Índice | % |
| Ingreso *per capita* sin deflactar | 0,1684 | 0,0090 | 5,35 | 0,0021 | 1,25 | 0,1573 | 93,40 |
| Ingreso *per capita* deflactado PPP | 0,1661 | 0,0067 | 4,03 | 0,0021 | 1,26 | 0,1573 | 94,70 |

*Fuentes:* Ingresos y Población: INE (EPF91); PPP: BBV.

El cuadro 5 permite comprobar que la consideración de diferencias en precios, medida por los índices de capacidad de poder de compra, reduce la desigualdad global al reducir el índice interregional. El valor de los índices interprovinciales e interpersonales no sufre modificación, puesto que las únicas diferencias en precios que la disponibilidad estadística permite contemplar es la existente entre comunidades autónomas.[13] Como consecuencia de los cambios que se producen en el índice global y el interregional, se alteran los porcentajes de todos los componentes.

Por otra parte, el cuadro 5 proporciona una visión diferente de la desigualdad a la que nos ofrecían los apartados anteriores: la contribución más importante a la desigualdad global es la que tiene su origen en el componente individual. De hecho, la eliminación de las desigualdades internas, manteniendo constantes las diferencias provinciales y regionales, reduciría la desigualdad global en más del 90%. El segundo componente en importancia es, como anteriormente, las diferencias regionales mientras que la reducción del componente provincial contribuiría muy poco a la reducción de la desigualdad global (aproximadamente un punto porcentual).[14]

## 6. CONCLUSIONES

En la última década se ha prestado un gran interés a la contrastación empírica de la hipótesis de convergencia, derivada de los modelos neoclásicos de crecimiento. Sin embargo, el interés por la desigualdad, sus causas y remedios, ha estado presente en la literatura económica prácticamente desde sus comienzos. A pesar de contar con abundantes elementos comunes, no ha sido hasta fechas muy recientes cuando se ha iniciado un proceso también de convergencia entre ambas literaturas. La polinización entre ambas permite avanzar en el análisis de la desigualdad y precisar algunos conceptos que hasta ahora han recibido escasa atención. Algunos de ellos han sido revisados en este trabajo y se resumen a continuación.

---

[13] Obsérvese que este resultado se obtiene al utilizar como indicador de desigualdad el índice de Theil $\beta=0$ que utiliza como ponderaciones las proporciones de población. Si por el contrario se utilizara el índice correspondiente a $\beta=1$, los indicadores interprovinciales e interpersonales no se hubieran mantenido constantes. La razón estriba en que, en este último caso, las ponderaciones del componente *intra*-grupos son las rentas relativas y éstas se ven modificadas al deflactar los valores regionales.

[14] Estos resultados son prácticamente idénticos a los obtenidos por Ruiz-Castillo (1987) a partir de la EPF 1980/1981.

1. La necesidad de delimitar con precisión el marco teórico de referencia y las implicaciones que ello tiene en la selección de variables, deflactores e indicadores.

2. En la selección de indicadores es donde ambas teorías muestran las relaciones más estrechas. La medición de la desigualdad (y su reducción) ha sido abordada en la teoría del crecimiento utilizando dos estadísticos de dispersión no ponderados: la desviación típica y el coeficiente de variación, aunque es sencillo considerarlos también en su versión ponderada. Por otra parte, la teoría del bienestar ha dedicado una reflexión profunda a la elaboración de índices y a las propiedades de los mismos. Dos de los más profusamente utilizados en esta literatura han sido los índices de Gini y de Theil. Si estamos interesados en el perfil que muestra la evolución de la desigualdad, todos ellos ofrecen resultados similares cuando se calculan para la productividad del trabajo y en ninguno de ellos puede observarse el estancamiento en la convergencia a finales de los años setenta, que sin embargo sí se observa cuando la variable analizada es la renta *per capita*.

3. La selección entre estadísticos ponderados y no ponderados dependerá del problema que se desee analizar, aunque ambos proporcionan información complementaria sobre el fenómeno de la convergencia. Si estamos interesados en la reducción de las desigualdades que afecten al mayor número de individuos dentro de un espacio geográfico determinado, es conveniente utilizar estadíticos ponderados. La propiedad de descomponibilidad de algunos índices, en concreto los índices de Theil, permite avanzar un paso más en la localización de la desigualdad.

4. En el diseño de la política regional es importante detectar en qué unidad geográfica se localizan las mayores desigualdades. En el caso de la Unión Europea es interesante constatar si las mayores diferencias se encuentran entre los países, las NUTS[15] 2 o las NUTS 3 puesto que las políticas reequilibradoras deben ser distintas en cada caso. La aplicación de la propiedad de descomponibilidad del índice de Theil a las comunidades autónomas (NUTS 2) y provincias (NUTS 3) españolas permite concluir que prácticamente toda la desigualdad entre territorios se encuentra en las diferencias existentes entre regiones y que además, el porcentaje que representa la desigualdad externa (interregional) se ha mantenido en torno al 90%, desde comienzos de la década de los ochenta en las distintas variables de renta *per capita* y en el 80% en el caso de la productividad por ocupado.

[15] Nomenclatura de las unidades territoriales estadísticas.

5. Si se comparan las tasas de crecimiento (decrecimiento) del índice de Theil entre los subperiodos 1964-1979 y 1979-1993, se comprueba que las desigualdades en renta *per capita*, en sus distintas versiones, se estancaron o mostraron signos de divergencia. Además, la concentración de la propiedad de los factores en los últimos años ha acentuado las desigualdades provinciales en renta mientras que la imposición directa ha actuado siempre como elemento reductor de las mismas. En cambio, sólo a partir de mediada la década de los ochenta han contribuido las transferencias del sector público a reducir las desigualdades.

6. La explotación de los datos individuales contenidos en la EPF 1990/1991, y la propiedad de descomponibilidad del índice de Theil, permite matizar la conclusión de que las mayores desigualdades se producen entre regiones. Las desigualdades más substanciales en los niveles de renta se producen entre los individuos, teniendo una importancia mucho menor el territorio en el que éstos habiten, sean provincias o comunidades autónomas. La desaparición de la desigualdad interterritorial sólo contribuiría a reducir la desigualdad en los ingresos de los individuos en, aproximadamente, un 7%.

## APÉNDICE: ÍNDICES DE DESIGUALDAD

La literatura de la desigualdad abunda en índices y en las propiedades que presentan los mismos (Chakvravarty (1990), Cowell (1995)). No entraremos en ella sino que simplemente describiremos los índices utilizados en el texto y las propiedades más relevantes desde nuestra perspectiva. Goerlich (1997) ofrece una descripción mucho más detallada de los índices utilizados en este trabajo.[16] También se formulan dos de los indicadores más frecuentemente utilizados en la literatura sobre convergencia. Unos y otros serán definidos a continuación para la variable renta *per capita*. Sea:

***$x_i$* renta *per capita***, $x_i = Y_i/N_i$, por grupo de población, $i = 1,2,...,n$; en nuestro caso se considera la renta *per capita* de cada provincia; $Y_i$ es por tanto la renta y $N_i$ la población del grupo $i$.

***$p_i$* frecuencia relativa,** porcentaje de población del grupo $i$; en nuestro caso será la población relativa de la provincia, $p_i = N_i/N$,

[16] Para una panorámica sobre los distintos enfoques con los que puede abordarse la medición de la desigualdad puede verse Zubiri (1985) y Ruiz-Castillo (1986).

$N = \Sigma_{i=1}^{n} N_i$. Para datos de individuos, $N_i = 1$, $p_i = 1/N$, y $x_i = Y_i$ para todo $i$.

**$\mu$ renta *per capita* media ponderada,** $\mu = \dfrac{Y}{N} = \dfrac{\Sigma_{i=1}^{n} Y_i}{N} = \Sigma_{i=1}^{n} p_i x_i$.

**$\bar{x}$ renta *per capita* media simple,** $\bar{x} = \dfrac{\Sigma_{i=1}^{n} x_i}{n}$ (i.e. media no ponderada)

Obsérvese que la renta *per capita* del agregado es $\mu$ y no $\bar{x}$.

## 1. Índice de Gini (G)

$$G = \frac{1}{2\mu} \sum_i \sum_j p_i p_j |x_i - x_j| \qquad \text{(A.1)}$$

donde $\sum_i$ debe entenderse como $\Sigma_{i=1}^{n}$.

Habitualmente los resultados numéricos del índice de Gini, que para distribuciones continuas varía en el intervalo [0, 1], se ilustran gráficamente mediante las curvas de Lorenz.[17] La curva de Lorenz supone una aproximación alternativa a la representación de la dispersión de la distribución de la renta y consiste en relacionar las proporciones acumuladas de población con las proporciones acumuladas de la renta, a partir de la ordenación no decreciente del vector de rentas *per capita*.

## 2. Familia de índices de desigualdad de Theil (*T*)

$$T(\beta) = \begin{cases} \dfrac{1}{\beta(\beta-1)} \sum_i p_i \left[ \left( \dfrac{x_i}{\mu} \right)^{\beta} - 1 \right] & \beta \neq 0,1 \\ \sum_i p_i \left( \dfrac{x_i}{\mu} \right) \log \left( \dfrac{x_i}{\mu} \right) & \beta = 1 \\ -\sum_i p_i \log \left( \dfrac{x_i}{\mu} \right) & \beta = 0 \end{cases} \qquad \text{(A.2)}$$

[17] El índice de Gini se corresponde con el doble del área comprendida entre la curva de Lorenz y la línea de 45 grados o de igualdad perfecta.

Distintos valores de $\beta$ generan distintos índices de desigualdad. Es posible demostrar (Shorrocks (1980)) que conforme $\beta$ aumenta (disminuye) se otorga mayor peso a la parte superior (inferior) de la distribución. Los índices originales propuestos por Theil (1967), a partir de conceptos propios de la teoría de la información, y que son los utilizados en el texto, se corresponden con los valores $\beta = 1$ y $\beta = 0$. Obsérvese que para $\beta = 1$ el índice utiliza proporciones de renta, $\frac{p_i x_i}{\mu} = \frac{Y_i}{Y}$, como factores de ponderación de la desigualdad, mientras que para $\beta = 0$ el índice utiliza proporciones de población, $p_i$, como factores de ponderación.

Obsérvese que tanto los índices de Gini como los de Theil son estadísticos ponderados. Las correspondientes versiones no ponderadas, que no han sido utilizadas, se obtienen sustituyendo $p_i$ por $1/n$ y $\mu$ por $\bar{x}$. La propiedad de descomponibilidad del índice de Theil que comentaremos posteriormente no depende de que se trate de un estadístico ponderado o no, sino que deriva de la estructura del mismo.

## 3. Desviación típica simple del logaritmo (*SD*)

$$SD(\log x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\log x_i - \log \tilde{x})^2}{n}} \qquad \text{(A.3)}$$

donde $\log \tilde{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \log x_i}{n}$.

## 4. Desviación típica ponderada del logaritmo ($SD_\omega$)

$$SD_\omega(\log x) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} p_i (\log x_i - \log \tilde{\mu})^2} \qquad \text{(A.4)}$$

donde $\log \tilde{\mu} = \sum_{i=1}^{n} p_i \log x_i$.

Obsérvese que la desviación típica del logaritmo mide la distancia respecto al logaritmo de la media geométrica, ya sea simple, $\tilde{x}$, o ponderada, $\tilde{\mu}$.

## 5. Coeficiente de variación simple (*CV*)

A partir de la definición de la varianza simple, que no es independiente de la escala en la que se miden las variables, el coeficiente de variación simple se define como

$$CV(x) = \frac{\sqrt{Var(x)}}{\bar{x}} \qquad \text{(A.5)}$$

## 6. Coeficiente de variación ponderado ($CV_\omega$)

A partir de la definición de la varianza ponderada, $Var_\omega(x) = \Sigma_{i=1}^{n} p_i (x_i - \mu)^2$, que de nuevo no es independiente de la escala en la que se miden las variables, el coeficiente de variación ponderado se define como

$$CV_\omega(x) = \frac{\sqrt{Var_\omega(x)}}{\mu} \qquad \text{(A.6)}$$

### *Descomponibilidad del índice de Theil por subgrupos de población*

Se dice que un índice de desigualdad es aditivamente descomponible por subgrupos de población si puede ser escrito como la suma de un componente *inter*-grupos y un componente *intra*-grupos, donde **(i)** el **componente *inter*-grupos**, que mide la **desigualdad externa**, es el valor del índice de desigualdad cuando cada miembro del grupo recibe la renta *per capita* media de dicho grupo, y **(ii)** el **componente *intra*-grupos**, que mide la **desigualdad interna**, es una suma ponderada de los índices de desigualdad para cada uno de los grupos, donde los pesos en la suma dependen sólo de las proporciones de renta y/o población de dicho grupo. La desigualdad interna es, por tanto, una

suma ponderada de la desigualdad dentro de cada uno de los grupos, donde la ponderación trata de reflejar el peso de cada grupo dentro del total.

Es posible demostrar que la familia de índices de Theil es descomponible en este sentido (Shorrocks (1980, 1984)). De esta familia se eligió la descomposición de $T(0)$ ya que para este índice la desigualdad interna puede escribirse como una media ponderada de los índices de desigualdad para cada uno de los grupos, utilizando como ponderaciones las proporciones de población de cada grupo dentro del total. La utilización de ponderaciones demográficas evita ciertas ambigüedades de interpretación de los componentes al ser dichas ponderaciones independientes del mecanismo de transferencias utilizado para eliminar la desigualdad *inter*-grupos (Shorrocks (1980), Ruiz-Castillo (1986), Goerlich(1997)).

Sea $i = 1,2,...,n$ el índice para las unidades económicas de partida, en nuestro caso provincias o individuos con datos procedentes de la *Encuesta de Presupuestos Familiares* 1990/1991 (EPF91), y $g = 1,2,...,G$ el índice que denota las agrupaciones de las unidades económicas de partida,[18] CCAA cuando los datos de partida son provinciales o bien CCAA o provincias cuando los datos proceden de la EPF91. Ahora denominamos $n_g$ al conjunto de unidades económicas de partida pertenecientes a la agrupación $g$, por tanto $N_g = \sum_{i \in n_g} N_i$, $Y_g = \sum_{i \in n_g} Y_i$, $p_g$ es la población relativa respecto al total de la agrupación $g$,

$$p_g = \frac{N_g}{N} = \sum_{i \in n_g} p_i, \text{ y } \mu_g \text{ es la renta } \textit{per capita} \text{ media la agrupación } g,$$

$$\mu_g = \frac{Y_g}{N_g} = \frac{1}{p_g} \sum_{i \in n_g} p_i \, x_i$$

El índice **global** de desigualdad de Theil para $\beta = 0$ viene dado por

$$T(0) = -\sum_i p_i \log\left(\frac{x_i}{\mu}\right) \qquad \text{(A.7)}$$

Observando que el porcentaje de población de cada unidad económica de partida sobre su correspondiente agrupación puede escri-

[18] Las agrupaciones G deben ser exhaustivas y mutuamente excluyentes, lo que claramente se satisface en nuestro caso.

birse como $\frac{N_i}{N_g} = \frac{p_i}{p_g}$, el índice **interno** de desigualdad para cada agrupación vendrá dado por

$$T_g(0) = -\sum_{i \in n_g} p_i \left(\frac{p_i}{p_g}\right) \log\left(\frac{x_i}{\mu_g}\right) \tag{A.8}$$

El índice de desigualdad **externa** entre agrupaciones vendrá dado por

$$T^E(0) = -\sum_{g} p_g \log\left(\frac{\mu_g}{\mu}\right) \tag{A.9}$$

Ponderando los índices de Theil internos de cada agrupación, utilizando como ponderación el porcentaje la población de cada agrupación dentro del total, $p_g$, y sumando el índice de Theil externo entre agrupaciones se puede demostrar, tras algunas manipulaciones algebraicas (Shorrocks (1980)), que el índice global de Theil correspondiente al caso $\beta = 0$ puede escribirse como la suma de ambos componentes, es decir,

$$T(0) = \sum_{g=1}^{G} p_g T_g(0) + T^E(0) \tag{A.10}$$

## REFERENCIAS


Abramovitz, M. (1994), «Catch-up and Convergence in the Postwar Growth Boom and After» en Baumol, W.J., Nelson, R.R. y E. N. Wolff (eds) *Convergence of Productivity,* Oxford University Press.

Atkinson, A. B. (1970), «On the Measurement of Inequality», *Journal of Economic Theory.*

Barro, R.J. y X. Sala-i-Martín (1991), «Convergence across States and Regions», *Brookings Papers on Economic Activity.*

Barro, R.J. y X. Sala-i-Martín (1992), «Convergence», *Journal of Political Economy.*

Barro, R.J. y X. Sala-i-Martín (1995), *Economic Growth,* McGraw-Hill.

Chakvravarty, S.R. (1990), *Ethical Social Index Numbers,* Springer Verlag, Berlín.

Cowell, F. (1995), *Measuring Inequality,* 2nd Edition, LSE Handbook in Economics, Prentice Hall, London (1ª Edición, Phillip Allan Publishers Limited, London).

Cuadrado, J.R. y B. García (1995). «Las diferencias interregionales en España. Evolución y perspectivas» en *La economía española en un escenario abierto,* Fundación Argentaria y Visor, Madrid.

De la Fuente, A. (1994), «Crecimiento y Convergencia» en Esteban, J. M. y X. Vives (eds) *Crecimiento y*

*Convergencia Regional en España y Europa*, Instituto de Análisis Economico (CSIC), Barcelona.

De la Fuente, A. (1996), «Ecomía regional desde una perspectiva neoclásica. De convergencia y otras historias», *Revista de Economía Aplicada*.

De la Fuente, A. (1997), «On the sources of convergence: A close look at the Spanish regions», Secretaria de Estado de Presupuestos y Gastos, Documento de Trabajo D-97006.

Dolado, J.J., González-Páramo, J.M. y J. M. Roldán (1994), «Convergencia entre las provincias españolas. Evidencia empírica», *Moneda y Crédito*.

Esteban, J.M. y D. Ray (1993), «El concepto de polarización y su medición» en *Igualdad y Distribución de la Renta y la Riqueza*, Fundación Argentaria, Madrid.

Esteban, J.M. y D. Ray (1994), «On the Measurement of Polarization», *Econometrica*.

Fundación BBV (vv.aa.), *Renta Nacional de España y su Distribución Provincial*, Banco de Bilbao y Fundación BBV.

García B., Raymond, J.L. y J. Villaverde (1995), «La convergencia de las provincias españolas», *Papeles de Economía Española*.

Goerlich, F.J. (1997), «Dinámica de la distribución provincial de la renta I: Un enfoque desde la óptica de la desigualdad», Mimeo, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, Valencia.

Goerlich, F.J. y M. Mas (1998), «Desigualdad y convergencia en el área de la OCDE», Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, Documento de Trabajo WP 98-09.

Instituto Nacional de Estadística (vv.aa.), *Contabilidad Nacional de España*, Madrid.

Mas, M., Maudos, J., Pérez y E. Uriel (1994), «Disparidades regionales y convergencia en las comunidades autónomas españolas», *Revista de Economía Aplicada*.

Mas, M., Maudos, J., Pérez y E. Uriel (1995), «Growth and Convergence in the Spanish Provinces» en Amstrong, H. y R. Vickerman (eds), *Convergence and Divergence Among European Regions*, Pion.

Mas, M., Pérez, F., Uriel, E. y L. Serrano (1995), *Capital Humano. Series Históricas*, Fundación Bancaja, Valencia.

Pérez, F., Goerlich, F.J. y M. Mas (1996), *Capitalización y crecimiento en España y sus regiones 1955-1995*, Fundación BBV.

Quah, D. (1993a), «Galton´s Fallacy and Test of the Convergence Hypothesis», *The Scandinavian Journal of Economics*.

Quah, D. (1993b), «Empirical cross-section dynamics in Economic Growth», *European Economic Review*.

Quah, D. (1996), «Convergence Empirics across Economies with (some) capital mobility», *Journal of Economic Growth*.

Quah, D. (1997), «Empirics for Growth and Distribution Stratification, Polarization, and Convergence Clubs», *Journal of Economic Growth*.

Rabadán, I. y R. Salas (1996), «Convergencia y redistribución intertemporal en España: Efectos de los impuestos directos, cotizaciones sociales y transferencias», *Economía Pública*, Fundación BBV.

Raymond, J. L. (1994), «La distribución regional del PIB per capita y su evolución en el tiempo: un análisis de la hipótesis de convergencia», *Revista Asturiana de Economía*.

Raymond, J. L. y B. García (1994), «Las disparidades en el PIB per capita entre comunidades autónomas y la hipótesis de convergencia», *Papeles de Economía Española*.

Raymond, J. L. y B. García (1996), «Distribución regional de la renta y movimientos migratorios», *Papeles de Economía Española*.

Romer, P.M. (1986), «Increasing Returns and Long-Run Growth», *Journal of Political Economy*.

Ruiz-Castillo, J. (1986), «Problemas conceptuales en la medición de la desigualdad», *Hacienda Pública Española*.

Ruiz-Castillo, J. (1987), «La medición de la pobreza y la desigualdad en España», *Estudios Económicos* nº 42, Banco de España, Madrid.

Sala-i-Martín, X. (1994a), «La riqueza de las regiones. Evidencia y teoría sobre crecimiento regional y convergencia», *Moneda y Crédito.*

Sala-i-Martín, X. (1994b), *Apuntes de Crecimiento Económico*, A. Bosch, editor.

Sen, A. (1973), *On Economic Inequality,* Oxford University Press, Oxford.

Shorrocks, A. F. (1980), «The class of additively descomposable inequality measures», *Econometrica.*

Shorrocks, A. F. (1982), «Inequality decomposition by factor components», *Econometrica.*

Shorrocks, A. F. (1984), «Inequality decomposition by population subgroups», *Econometrica.*

Theil, H. (1967), *Economics and Information Theory,* North-Holland, Amsterdam.

Zubiri, I. (1985), «Una introducción al problema de la medición de la desigualdad», *Hacienda Pública Española.*

## ABSTRACT

This paper presents a discussion on the most appropriate indicators of inequality with reference to the economic problem of reference. It considers a double perspective in the analysis of inequality: the supply approach from the growth theory literature and the demand approach usual in welfare analysis. After the discussion of alternative variables and deflators it emphasizes the fact that the selection of the proper indicator is not a trivial problem. The paper points out the importance of the distinction between weighted and unweighted indicators in the selection of the right indicator. The decomposition property of a weighted statistic, the Theil index, enriches the analysis of inequality, allowing the allocation of its component to different levels of aggregation: individuals, provinces and regions.

# Ciclos reales en economías abiertas: una aplicación al caso español*

JOSÉ MARÍA-MARTÍN MORENO
Universidad de Vigo
ICAE-Universidad Complutense

## 1. INTRODUCCION

El estudio del comportamiento cíclico de las economías a partir de perturbaciones tecnológicas tuvo su origen en los trabajos de Kydland y Prescott (1982) y Long y Plosser (1983), en los cuales se proponía un modelo de equilibrio general competitivo para explicar la mayoría de las regularidades empíricas que caracterizaban los ciclos económicos de Estados Unidos. Cabe mencionar que estos modelos teóricos utilizados son de economía cerrada, característica que en el caso de la economía americana puede que no sea muy relevante. Desde entonces, el modelo estandard ha sido extendido a otros modelos en contextos de competencia imperfecta (Hairault y Portier, 1995), descripción del mercado de trabajo (Burnside, Eichembaum y Rebelo, 1993, y Fairise y Langot, 1994) y modelos monetarios (Cooley y Hansen, 1989, y King, 1990).

Hay que destacar que, a pesar de la cantidad de trabajos desarrollados con la metodología de los ciclos reales, llama la atención las es-

* Este trabajo es una versión revisada del cuarto capítulo de mi tesis doctoral. Estoy especialmente agradecido a Miguel Sebastián por su excelente supervisión. Agradezco también los multiples comentarios y sugerencias de Tim Kehoe, Omar Licandro, Eva Ortega, Luis Puch y Javier Vallés, de dos evaluadores anónimos, del editor de la revista y de los participantes en el seminario de FEDEA y del ICAE. También ha sido imprescindible la ayuda incondicional ofrecida por Emilio Dominguez, Jesús Ruiz y Baltasar Manzano en la elaboración de los programas informáticos utilizados. Angel Estrada y Miguel Sebastián me proporcionaron las series de consumo de bienes duraderos y no duraderos. Luis Puch y Omar Licandro me proporcionaron las series de horas trabajadas. Cualquier error es de mi exclusiva responsabilidad.

casas aplicaciones realizadas en este campo al estudio de las fluctuaciones asociadas al ciclo económico español[1]. Entre éstas, hay que hacer referencia al trabajo de Dolado, Sebastián y Vallés (1993) en el cual se presenta una descripción empírica de las regularidades cíclicas de la economía española, destacando que este trabajo es meramente descriptivo sin apoyarse en ningún modelo teórico. Por otra parte, Puch y Licandro (1997) analizan el ciclo económico de la economía española evaluando el comportamiento empírico de un modelo de equilibrio general para una economía cerrada, similar al de Christiano y Eichenbaum (1992), incorporando la hipótesis de trabajo divisible e indivisible y la presencia o no del sector público. Para ello, definen un conjunto de medidas de las variables agregadas de la economía española consistentes con la economía artificial propuesta. Cabe mencionar que, al tratarse de un modelo en un contexto de economía cerrada, éste no nos puede decir nada acerca del comportamiento de economías abiertas como puede ser el de las exportaciones netas y la correlación entre ahorro e inversión doméstica.

Los modelos de economía cerrada, además de las deficiencias que hemos apuntado, se abstraen de que las diferentes economías participen en los mercados internacionales y, en particular, ignoran el hecho de que los países tengan la oportunidad de compartir riesgos nacionales específicos a través del intercambio de bienes y de activos financieros. En consecuencia, una extensión fructífera del paradigma de los ciclos reales es la relacionada con las economías abiertas. Algunas regularidades empíricas de los indicadores internacionales motivan dicha extensión[2]. A este respecto, la evidencia sugiere que hay dos hechos estilizados de la mayoría de las economías abiertas y modernas: i) existe una alta correlación positiva entre el ahorro e inversión doméstica, la cual es explicada, entre otros aspectos, por el grado de imperfección en la movilidad del capital y por la persistencia de los *shocks* de productividad[3] y, ii) la balanza comercial es contracíclica o acíclica[4].

Entre los trabajos que han estudiado aspectos de economías abiertas podemos destacar dos líneas de investigación:

---

[1] Una de las razones que explican esta circustancia es la falta de datos adecuados para el análisis, ya que sólo muy recientemente ha sido posible disponer de Contabilidad Nacional trimestral.

[2] Backus and Kehoe (1992) recogen evidencia histórica de estos aspectos internacionales de los ciclos económicos.

[3] Ver Backus, Kehoe y Kydland (1992) y Mendoza (1991).

[4] De acuerdo con Mendoza (1991), «para que la balanza comercial sea contracíclica, el efecto de pedir prestado causado por una expansión esperada del output futuro debe dominar al efecto ahorrador inducido por un incremento en el output actual».

i) En primer lugar, los trabajos que tratan de caracterizar los comovimientos entre las principales variables macroeconómicas de las diferentes economías a estudiar. Tal es el caso de Backus *et al.* (1992) en el cual se realiza un estudio de este tipo entre Estados Unidos y Europa. Entre los estudios aplicados a la economía española, cabe destacar el trabajo de Ortega (1996) que realiza el mismo análisis entre España y algunos de sus vecinos europeos.

ii) En segundo lugar, los trabajos que, como se hace en este artículo, tratan de explicar los hechos estilizados propios de cada economía, incorporando también las relaciones con otros países por el hecho de que determinados precios vienen determinados del exterior, pero sin estar interesados en mostrar las distintas correlaciones que puedan existir entre las variables de diferentes economías. Entre estos trabajos, cabe destacar el de Mendoza (1991), para la economía canadiense, y el de Correia *et al.* (1995) para el caso portugués.

A este respecto, parece lógico pensar en España como una economía pequeña y abierta ya que, su volumen de exportaciones e importaciones en términos del PIB es significativo[5]. Por lo tanto, lo que nos proponemos en este trabajo, es caracterizar algunos hechos estilizados asociados al ciclo económico español en la línea de Mendoza (1991) y Correia *et al.* (1995), es decir en un marco de economías abiertas y pequeñas, incorporando además, en la línea de Cooley y Prescott (1995) y más en concreto, en la línea de lo realizado por Puch y Licandro (1997) para la economía española, un conjunto de medidas de frecuencia trimestral consistentes con el modelo que se propone. Nos gustaría saber si las principales conclusiones encontradas en otros trabajos de ciclo real en este contexto aplicado a otras economías, se mantienen cuando los parámetros son elegidos a partir de los datos de la economía española. En consecuencia, las preguntas que queremos responder en este trabajo son las siguientes:

i) ¿Puede un modelo de ciclo real reproducir la correlación positiva entre el ahorro e inversión doméstica y el caracter contracíclico de la balanza comercial que presenta la economía española?

ii) Más generalmente, además de estas dos características anteriores, ¿puede un modelo de ciclo real replicar algunas otras regularidades empíricas que caracterizan las fluctuaciones económicas de la economía española si situamos a ésta en un contexto de economía abierta?

[5] Durante el periodo 1976:3-1995:4. el porcentaje de exportaciones e importaciones sobre el PIB fué de 19.5 % y 20.7% respectivamente.

Para contrastar estas cuestiones especificamos un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico para una economía abierta y pequeña, en el cual existe un activo único que puede comerciarse con el resto del mundo, con un tipo de rendimiento que los agentes de la economía toman como exógeno. El estado estacionario de la economía artificial es consistente con un saldo de bonos extranjeros. Para altos niveles de dichos bonos, la economía podrá afrontar altos déficit comerciales, lo cual permitirá disfrutar de altos niveles de consumo en el estado estacionario. Este modelo será parametrizado, simulado y calibrado con datos de la economía española con el fin de evaluar su coherencia con las fluctuaciones agregadas asociadas al ciclo económico español durante el periodo 1976:3-1995:4. Esta especificación nos permite introducir dos perturbaciones en el modelo: una perturbación tecnológica y un *shock* sobre el gasto público. El modelo se resuelve siguiendo el método de *«backsolving»* propuesto por Sims (1990).

Los resultados obtenidos muestran que el modelo propuesto es capaz de explicar en términos generales las volatilidades cíclicas y correlaciones con el PIB de los diferentes componentes de la renta nacional así como también el caracter contracíclico de la balanza comercial y la alta correlación entre el ahorro y la inversión doméstica. No obstante, cabe mencionar también que la economía artificial modelizada presenta algunas anomalías, principalmente en lo que se refiere a la volatilidad del consumo. El modelo no es capaz de reproducir el comportamiento cíclico altamente volátil que esta variable presenta en la economía española, aunque mejora sensiblemente en comparación con los resultados obtenidos en este sentido a través de los modelos tradicionales de ciclo real. Posiblemente una mejora en esta dimensión exigiría la introducción de impuestos distorsionantes o restricciones de liquidez.

El resto del artículo se organiza de la siguiente manera: En el apartado 2 se presenta el modelo; en el apartado 3 se definen un conjunto de medidas de variables económicas coherentes con el modelo propuesto y se presentan los hechos estilizados de la economía española obtenidos a partir de los datos de referencia que hemos construido; en el apartado 4 se procede a la calibración del modelo; el apartado 5 contiene los principales resultados; en el apartado 6 se realiza un análisis de sensibilidad sobre los resultados obtenidos en el apartado anterior y, finalmente, en el apartado 7 se resumen las principales conclusiones.

## 2. EL MODELO

En este apartado describimos un modelo de una economía pequeña y abierta con perfecta movilidad internacional de capital. La oferta de trabajo es endógena, existe acumulación de capital y el dinero no forma parte de la economía. Para simplificar la notación nos abstraemos del crecimiento de la población y representamos todas las variables en términos per cápita.

### *2.1. Los consumidores*

La economía está poblada por un gran número de consumidores idénticos, que normalizamos a uno por simplicidad, los cuales viven infinitos periodos y actúan como precio aceptantes en aquellos mercados en los que interaccionan. El consumidor representativo maximiza su utilidad esperada definida sobre secuencias aleatorias de consumo $C_t$ y trabajo $N_t$:

$$U = E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{1}{1-\sigma} \left[ (C_t - \varphi X_t N_t^{\nu})^{1-\sigma} - 1 \right] \right\} \qquad (1)$$

$$con\ 0 < \beta < 1,\ \sigma < 0,\ \nu < 1,\ \varphi < 0$$

donde $E_0$ denota la expectativa basada sobre el conjunto de información disponible en el periodo cero (el cual incluye valores presentes y pasados de todas las variables), $\beta$ es la tasa subjetiva de descuento intertemporal, $\sigma$ es el parámetro de aversión relativa al riesgo y $\nu$ es uno más la inversa de la elasticidad de sustitución intertemporal de la oferta de trabajo. Para que las preferencias de los consumidores sean coherentes con el crecimiento de estado estacionario, la desutilidad del trabajo j tiene que crecer con el nivel de progreso teconológico $X_t$, el cual se supone asociado con la eficiencia del factor trabajo que crece a una tasa constante:

$$X_{t+1} = \gamma_x X_t\ con\ \gamma_x > 1$$

Para asegurar que la utilidad es finita, suponemos que $\beta\gamma_x^{-\sigma} < 1$ donde la constante $\gamma_x$ coincidirá con el crecimiento la economía en el estado estacionario.

Por otra parte, el consumidor representativo de esta economía tiene acceso a un mercado internacional de capital perfectamente competitivo en el cual puede comprar y vender bonos extranjeros a un tipo de interés exógeno r*. El saldo de estos activos $B_t$ evoluciona de acuerdo con la siguiente expresión:

$$B_{t+1} = TB_t + (1 + r^*) B_t \qquad (2)$$

donde $TB_t$ es la balanza comercial y r* es el tipo de interés internacional.

## 2.2. *La tecnología*

La economía produce un bien comerciable internacionalmente que denotamos por $Y_t$, combinando trabajo $N_t$ y capital $K_t$, de acuerdo con la siguiente funcion de producción Cobb-Douglas:

$$Y_t = Z_t (X_t N_t)^{\alpha} K_t^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \qquad (3)$$

El nivel de producción está influenciado por el nivel de progreso tecnológico $X_t$ y por perturbaciones en productividad representadas por $Z_t$. Se supone que, en logaritmos, $Z_t$ sigue un proceso auto-regresivo de orden 1, AR (1):

$$\ln Z_{t+1} = \rho \ln Z_t + \varepsilon_{zt}$$
$$con\ 0 < \rho < 1 \quad y\ \varepsilon_{zt} \sim N(0,\sigma_z)$$

La producción puede ser destinada para consumo privado, $C_t$, para inversión, $I_t$ o para consumo público, $G_t$. La diferencia entre la producción y la absorción doméstica es la balanza comercial, $TB_t$:

$$Y_t = C_t + I_t + G_t + TB_t \qquad (4)$$

La parte de los recursos que no se consumen en cada periodo, se destinan a incrementar el *stock* de capital privado en el periodo siguiente. La acumulación de capital viene dada por la ecuación siguiente:

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t - \Phi(K_t, K_{t+1}) \qquad (5)$$

donde $I_t$ es la inversión bruta, $\delta$ es una tasa de depreciación constante y $\Phi$ es el coste de ajustar el *stock* de capital como función de la inversión neta, el cual supondremos que es cuadrático[6]:

$$\Phi(K_t, K_{t+1}) = \gamma_x \frac{\phi}{2} \left( \frac{K_{t+1} - \gamma_x K_t}{K_t} \right)^2$$

Por otra parte, la empresa representativa, que actúa competitivamente, tiene como objetivo maximizar sus beneficios dada la tecnología que posee.

## 2.3. *El gobierno*

El gobierno utiliza las rentas obtenidas de la recaudación mediante un impuesto «de suma fija» para financiar su gasto, manteniendo el equilibrio presupuestario periodo a periodo, es decir, sin deuda pública. El gasto público, $G_t$ es considerado exógeno por el sector privado y tiene un componente estocástico. La senda del consumo público es conocida por todos los agentes de la economía y viene representada por:

$$\ln\left(\frac{G_t}{X_t}\right) = g + \xi \ln\left(\frac{G_{t-1}}{X_{t-1}}\right) + \varepsilon_{gt}$$

$$con\ 0 < \xi < 1 \quad \text{y } \varepsilon_{gt} \sim N(0, \sigma_g)$$

donde g es la media del componente estacionario del consumo público.

[6] Como apuntan Backus *et al.*(1992) y Mendoza (1991) entre otros, la inversión reacciona ante *shocks* en productividad de manera muy diferente en modelos de economía cerrada que en modelos de economía abierta. En los primeros, el tipo de interés es procíclico, lo cual amortigua las variaciones de la inversión provocadas por perturbaciones tecnológicas. Sin embargo, en economías abiertas, el acceso a mercados internacionales permite a los individuos separar las decisiones de ahorro e inversión, financiando esta diferencia con recursos externos (los bienes pueden ser importados para afrontar planes de inversión). Esto hace que, con tipos de interés constantes, perturbaciones en la productividad generen una exagerada variabilidad de la inversión y subestimen su correlación con el ahorro. Debido a esto, algún tipo de fricción sobre la movilidad del capital privado es necesaria para impedir la alta e irrealista volatilidad de la inversión que los modelos generan ante *shocks* exógenos. Esto se consigue con la introducción de costes de ajuste sobre el capital privado.

## 2.4. *El estado estacionario*

Para el estudio de las propiedades del modelo, lo primero que hacemos es describir el estado estacionario determinista, es decir sin la presencia de perturbaciones estocásticas. Esto caracterizará las propiedades a largo plazo de la economía, además de proporcionarnos el valor de las variables sin crecimiento alrededor de las cuales encontraremos una solución al equilibrio competitivo una vez que introduzcamos las perturbaciones estocásticas.

Es conveniente escribir el problema descentralizado y el estado estacionario en función de variables estacionarias, en el sentido de convergencia en un entorno no estocástico, es decir, $h_t = H_t/\gamma_x$ donde $h_t$ representará la variable sin crecimiento. Entonces, un equilibrio de estado estacionario para esta economía es una senda de crecimiento equilibrado en la que se supone ausencia de incertidumbre donde $\{K_{t+1}, B_{t+1}, C_t, W_t\}$ crecen a la misma tasa $\gamma_x$ y el resto de variables $\{N_t, r_t, r^*\}$ son constantes.[7]

El estado estacionario de la economía viene determinado por las siguientes ecuaciones que proceden de las condiciones de optimalidad del problema descrito:

$$[\beta(1 + r^*)]^{1/\sigma} = \gamma_x \tag{6}$$

$$N = \left[\frac{\alpha Z N^{\alpha-1} k^{1-\alpha}}{v\varphi}\right]^{1/v-1} \tag{7}$$

$$r^* + \delta = (1 - \alpha) Z N^{\alpha} k^{-\alpha} \tag{8}$$

$$c + (\gamma_x - 1 + \delta)k + g + tb = Z N^{\alpha} k^{1-\alpha} \tag{9}$$

$$tb = (\gamma_x - 1 - r^*)b \tag{10}$$

$$i = (\gamma_x - 1 + \delta)k \tag{11}$$

La primera de estas ecuaciones, que relaciona la tasa de crecimiento de la economía con la tasa subjetiva de descuento intertemporal de los consumidores, es una condición que deben verificar los parámetros del modelo. Esta condición se puede justificar desde la perspectiva del equi-

[7] Un desarrollo detallado de ésta y otras relaciones se encuentra en el King, Plosser y Rebelo (1988).

librio general: si el mundo estuviese compuesto por economías pequeñas e idénticas a la considerada, el tipo de interés de equilibrio en los mercados mundiales sería endógeno y estaría determinado por la ecuación (6). La ecuación (7) determina el número de horas de trabajo que ofrece el agente representativo por periodo. La ecuación (8) determina el ratio capital-trabajo que iguala la productividad marginal del capital con el tipo de interés internacional. Las ecuaciones (9) y (10) determinan el consumo privado y la balanza comercial, a partir de las restricciones de recursos y de acumulación de activos extranjeros. Nótese que el estado estacionario de esta economía es compatible con cualquier valor de los bonos internacionales. Economías con un nivel alto de activos extranjeros tendrán un déficit alto de la balanza comercial en estado estacionario, que se traducirá en un nivel alto de consumo privado (en relación a su tendencia).

## 3. LOS DATOS

### *3.1. La medición de las variables del modelo*

La Contabilidad Nacional de España adolece de algunas incoherencias en su medición de las variables del modelo que hemos propuesto. Por ejemplo, las cuentas nacionales tratan insatisfactoriamente el consumo de bienes duraderos, lo que tendrá efectos sobre las medidas de producción, consumo e inversión[8]. Por lo tanto, se hace necesario proponer un conjunto de medidas de las variables agregadas de la economía española que sean coherentes con la economía artificial que hemos descrito en el apartado anterior.

La medición del stock de capital, la producción y los componentes de la demanda agregada se toman de Puch y Licandro (1997)[9]. Todas las series son trimestrales para el periodo temporal 1976:3-1995:4[10], transformándose en valores per cápita utilizando la población

[8] Cooley y Prescott (1995) presentan las imperfecciones recogidas en las Cuentas Nacionales de EEUU. Dichas imperfecciones también están presentes en la Contabilidad Nacional de España.

[9] Véase apéndice 1 para la construcción en detalle de las series.

[10] Consideramos este periodo muestral debido a dos razones.

En primer lugar, tal y como apuntan Puch y Licandro (1997), los datos de la economía española son capaces de recoger mejor las propiedades de largo plazo de dicha economía desde el año 1976 en adelante. En segundo lugar, creemos que para transformar las variables en términos per cápita hay que utilizar una medida de población en edad activa, serie que está disponible trimestralmente desde el tercer trimestre del año 1976.

en edad activa[11]. No obstante existen diferencias entre nuestro conjunto de datos de referencia y el utilizado por los autores mencionados. En primer lugar, al utilizar un modelo de economía abierta, nuestra medida de la producción per cápita incluye a las exportaciones netas. En segundo lugar, el modelo presenta costes de ajuste en la inversión privada y, aunque dicha función de costes de ajuste se ha normalizado de forma que en estado estacionario los costes de ajuste sean cero, la economía artificial se enfrenta a perturbaciones aleatorias que la situan siempre fuera del estado estacionario, por lo que dichos costes habrán de ternerse en cuenta para generar la serie de capital de referencia. En tercer lugar, como hemos mencionado anteriormente, hemos utilizado como medida de población la población en edad activa.

## *3. 2. Los hechos estilizados*

En este apartado calculamos un conjunto de estadísticos para tratar de caracterizar el comportamiento cíclico de las principales variables de la economía española. Todas las variables están expresadas en términos reales y en logaritmos, excepto la balanza comercial (exportaciones netas) que está expresada como porcentaje del PIB[12].

CUADRO 1
**DATOS DE CONTABILIDAD NACIONAL EN VALORES PER CAPITA**
PERIODO 1976:3- 1995:4

| Variable | Des. Est. % sd(x) | Des. Est. % sd(x)/sd(y) | ρ[x(t±j),y$_t$] x(t–2) | x(t–1) | x(t) | x(t+1) | x(t+2) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| PIB | 1,08 | 1,00 | 0,79 | 0,93 | 1,00 | 0,93 | 0,79 |
| Consumo privado | 1,22 | 1,14 | 0,55 | 0,69 | 0,77 | 0,77 | 0,76 |
| CD. | 3,85 | 3,57 | 0,65 | 0,67 | 0,63 | 0,51 | 0,37 |
| CND. | 1,09 | 1,01 | 0,40 | 0,56 | 0,68 | 0,74 | 0,78 |
| Consumo público | 1,18 | 1,09 | 0,21 | 0,29 | 0,35 | 0,37 | 0,40 |
| FBCF | 4,57 | 4,24 | 0,76 | 0,83 | 0,83 | 0,77 | 0,64 |
| XN/PIB | 1,09 | 1,01 | –0,43 | –0,48 | –0,50 | –0,53 | –0,54 |

Para cada serie trimestral x de Contabilidad Nacional, se recoge la volatilidad absoluta [sd(x)] y relativa [sd(x)/sd(y)] como el porcentaje de la desviación estándar: ρ[x(t±j),y$_t$] es la correlación del PIB en t con las variables x en t±j con j=0,±1,±2. Las series CD —consumo de bienes duraderos— y CND —consumo de bienes no duraderos— no se encuentran en las Cuentas Nacionales. Dichas series me fueron proporcionadas por Angel Estrada y Miguel Sebastián.

[11] Al igual que Christiano, utilizamos la población en edad activa, debido a que otras medidas de población como por ejemplo la población activa, son altamente procíclicas y además están altamente correlacionadas con la producción agregada. En consecuencia, la utilización de la población activa implicaría que, al transformar la producción en términos per cápita, la volatilidad de ésta disminuiría excesivamente con lo que las volatilidades de los componentes de demanda en relación a la producción aumentarían sensiblemente. En consecuencia, obtendríamos unos hechos estilizados viciados por la medida de población utilizada. Esto no ocurre con la población en edad activa.

[12] El componente tendencial de las series ha sido eliminado utilizando el filtro de Hodrick y Prescott, con un factor de penalización λ igual a 1600.

Los cuadros 1 y 2 recogen, para el periodo muestral 1976:3-1995:4, las principales características de algunas de las variables reales de la economía que pretedemos estudiar. Los datos recogidos en el cuadro 1, corresponden a estadísticos descriptivos calculados a partir de los datos originales de las Cuentas Nacionales trimestrales. En el cuadro 2, presentamos los resultados obtenidos con las definiciones de las variables presentadas en el apartado anterior.

CUADRO 2
**CONJUNTO DE DATOS DE REFERENCIA**
PERIODO 1976:3- 1995:4

| Variable x | Des. Est. % sd(x) | Des. Est. % sd(x)/sd(y) | $\rho[x(t\pm j),y_t]$ x(t–2) | x(t–1) | x(t) | x(t+1) | x(t+2) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| PIB | 1,10 | 1,00 | 0,77 | 0,90 | 1,00 | 0,90 | 0,77 |
| Consumo privado | 1,09 | 0,99 | 0,44 | 0,58 | 0,71 | 0,78 | 0,81 |
| Consumo público | 1,18 | 1,07 | 0,26 | 0,35 | 0,40 | 0,40 | 0,42 |
| FBCF | 4,64 | 4,24 | 0,76 | 0,82 | 0,81 | 0,74 | 0,60 |
| XN/PIB | 1,02 | 0,93 | –0,42 | –0,47 | –0,45 | –0,52 | –0,52 |
| Corr (S-I) | | | | | 0,58 | | |

Para cada serie trimestral x de Contabilidad Nacional, se recoge la volatilidad absoluta [sd(x)] y relativa [sd(x)/sd(y)] como el porcentaje de la desviación estándar, $\rho[x(t\pm j),y_t]$ es la correlación del PIB en t con las variables x en t±j con j=0,±1,±2.

La utilización de los datos de Contabilidad Nacional per cápita o del conjunto de referencia produce pequeñas diferencias con respecto a los estadísticos descriptivos del componente cíclico de las principales variables. Así, en primer lugar, la volatilidad del PIB apenas experimenta modificaciones. Esto es debido a que la única diferencia entre la producción per cápita de Contabilidad Nacional y la del conjunto de referencia es el flujo de servicios imputado al stock de bienes de consumo duradero, siendo además la participación de éste en el PIB muy pequeña. En segundo lugar, la volatilidad relativa de los componentes de demanda experimenta un ligero descenso con la excepción del consumo privado, cuya volatilidad disminuye de 1,14 % a 0,99%. Esto es debido a la sustitución del consumo de bienes duraderos por una estimación del stock de duraderos contribuyendo de esta manera a la disminución de la volatilidad relativa del consumo respecto a la producción. En tercer lugar, las correlaciones de las diferentes variables con el PIB no se ven alteradas sustancialmente.

Una descripción más detallada de los datos nos conduce a destacar la reducida volatilidad del PIB, 1,10 por ciento, respecto a la encontrada por Puch y Licandro (1997) para la economía española, 1,46 por

ciento. Esto se debe a que nuestro modelo al ser de economía abierta incluye las exportaciones netas en la medida del PIB, cuya correlación con éste es negativa. Cabe mencionar, también, que dicha volatilidad es similar a la encontrada por Dolado *et al.* (1993), 1,06 por ciento. Por otra parte, encontramos siguiendo nuestro conjunto de referencia, que el consumo privado presenta una volatilidad relativa similar a la del producto y es fuertemente procíclico. Nótese, que la volatilidad de esta variable en la economía española es muy alta, a pesar de que se le ha extraído el consumo de los bienes duraderos, que en principio podría ser el responsable de la alta variabilidad del consumo privado en las Cuentas Nacionales, como se puede observar en el cuadro 1. También es cierto que dicha volatilidad disminuye si la comparamos con la obtenida de los datos oficiales de Contabilidad Nacional (del 1,14 por ciento al 0,99 por ciento). Una posible explicación es la presentada por Dolado et al. (1993) basada en una gran elasticidad de sustitución intertemporal junto con la existencia de fuertes efectos riqueza. Es posible también, que las restricciones financieras o de liquidez operen con más frecuencia en la economía española que en otras economías tal y como apuntan Licandro *et al.* (1996). Otra explicación de este fenómeno sería, que dentro del periodo que se tiene en cuenta pueden existir subperiodos (1986-1992) de expectativas «excesivamente optimistas» realcionadas con el alto crecimiento que la economía estaba experimentando (en torno al 3,4 por ciento), por lo que los individuos podrían estar consumiendo por encima de su renta y se provocaría la alta volatilidad del consumo observada.

Con respecto a las otras variables, cabe apuntar que el comportamiento de la formación bruta de capital fijo es 4,24 veces más volátil que la producción y, al igual que el consumo privado, fuertemente procíclica. El consumo público es 1,07 veces más volátil que el producto y es procíclico. Las exportaciones netas presentan una volatilidad menor que la del producto, siendo contracíclicas y, por último, la correlación entre el ahorro y la inversión doméstica, al igual que ocurre en otros países, es positiva.

## 4. CALIBRACION

El modelo que hemos descrito, bajo el supuesto de expectativas racionales, presenta condiciones de optimalidad estocásticas y no line-

ales que imposibilitan la solución analítica de las variables que lo componen. Por lo tanto, tenemos que recurrir a una resolución numérica para caracterizar una realización estocástica de dichas variables, a partir de la realización de las perturbaciones estructurales. Esto nos permitirá analizar las relaciones económicas entre las variables del modelo en un contexto de equilibrio competitivo dentro de una estructura dinámica y estocástica[13].

Para conseguir una solución numérica tenemos que conocer los valores de los parámetros estructurales y de aquellos que caracterizan las distribuciones de las perturbaciones exógenas. Una vez que hemos definido el conjunto de medidas de las variables económicas que son coherentes con el modelo especificado en el apartado 2, calibramos éste siguiendo la metodología descrita por Cooley y Prescott (1995): los valores de los parámetros son elegidos de tal manera que los datos generados por la economía artificial para las variables estacionarias se correspondan con los valores medios de las observaciones de la economía española.

CUADRO 3
**PARAMETROS DE LA ECONOMIA**

| | | |
|---|---|---|
| **Preferencias** | | |
| Dotación individual de tiempo (2) | | 1.369 |
| Tasa subjetiva de descuento (1) | $\beta$ | 0,9932 |
| Desutilidad del trabajo (1) | $\varphi$ | 2,0631 |
| Aversión al riesgo (2) | $\sigma$ | 1,001 |
| Parámetro función de utilidad (2) | $\nu$ | 1,7 |
| **Tecnología** | | |
| Participación de los salarios (2) | $\alpha$ | 0,6565 |
| Tasa de depreciación (1) | $\delta$ | 0,0272 |
| Tasa media de crecimiento (3) | $\gamma_x$ | 1,0031 |
| Parámetro de costes de ajuste (5) | $\phi$ | 25,5 |
| Tipo de interés mundial (2) | $r^*$ | 0,01 |
| **Participaciones** | | |
| Inversión-producto (3) | i/y | 0,2729 |
| Capital privado-producto (3) | k/y | 8,9953 |
| **Procesos estocásticos** | | |
| Coeficiente de correlación shock productividad (5) | $\rho$ | 0,9874 |
| Desviación std. del shock tecnológico (5) | $\sigma_z$ | 0,0048 |
| Coeficiente de correlación del gasto público (4) | $\xi$ | 0,9801 |
| Desviación std. del gasto público (4) | $\sigma_g$ | 0,0067 |

Criterios de calibración: (1) resolución del modelo en estado estacionario, (2) información externa, (3) media muestral, (4) propiedades del proceso estocástico y (5) calibración a momentos de 2º orden.

[13] Véase apéndice 2 para la descripción del metodo de solución.

El cuadro 3 muestra los valores seleccionados de los distintos parámetros del modelo a partir de los datos trimestrales de referencia de la economía española para el periodo considerado.

La justificación de estos valores es la siguiente. Como se hace en Christiano y Eichenbaum (1992), se fija la dotación individual de tiempo productivo en 1369 horas por trimestre. La elasticidad del empleo en la producción a la obtenemos calculando la participación de los salarios en la renta nacional. Siguiendo a Bentolila y Blanchard (1991) tenemos en cuenta la corrección que realiza European Economy (1994), es decir, imputamos las rentas de los trabajadores por cuenta propia como rentas del trabajo[14], considerando además el flujo de servicios del stock de bienes de consumo duradero como rentas del capital. Según este procedimiento encontramos un valor para a de 65,65 por ciento para el periodo 1976-1995[15]. El tipo de interés trimestral mundial $r^*$=1% es elegido de acuerdo con el valor sugerido por Kydland y Prescott (1982) y Prescott (1986) para el tipo de interés de la economía americana. La parametrización de las preferencias está tomada de Grenwood *et al.* (1988), es decir, $\nu$=1,7 y $\sigma$=1,001.[16] El resto de los parámetros, con la excepción de $\phi$ son escogidos de manera que la senda de crecimiento equilibrado del modelo se corresponda con las propiedades a largo plazo de los datos. Así, se escoge =1,0031 para que la tasa de crecimiento de la economía artificial coincida con la tasa bruta trimestral de crecimiento del PIB real. El valor de $\varphi$ se elige usando (7) para asegurar que la fracción de horas trabajadas en el estado estacionario sea la misma que en los datos de la economía española para el periodo considerado. Dicha fracción la obtenemos del promedio de la serie de horas per cápita trabajadas en relación a la dotación individual de tiempo productivo (N=0,29 y=2,06). La tasa subjetiva de descuento $\varphi$ la obtenemos de la ecuación (6) de estado estacionario, una vez que conocemos $r^*$, $\sigma$ y $\gamma$. El valor medio de la balanza comercial en la economía española para el periodo estudiado es de –4,63 por ciento en relación al PIB. Con este dato más el valor de la tasa media de crecimiento trimestral y el tipo de interés mundial, $r^*$ determinamos el valor para los bonos internacionales b, a partir de la ecuación (10) referida al estado

[14] Téngase en cuenta que la participacion de las rentas de los trabajadores por cuenta propia en las Cuentas Nacionales son imputadas como rentas del capital.

[15] Como apuntamos en el Apéndice 1, el calculo de la participación de los salarios en la renta se realiza en términos anuales.

[16] Es habitual en la literatura tomar estos dos valores de aversión relativa al riesgo. Véase por ejemplo Mendoza (1991). Por otra parte, Prescott (1986) indica que este parámetro no es probable que sea mucho más grande que la unidad.

estacionario. La tasa de depreciación del capital privado $\delta$ se escoge a través de su ley de acumulación en estado estacionario:

$$\frac{i}{y} = (\gamma_x - 1)\frac{k}{y} + \delta \frac{k}{y}$$

donde los ratios de las participaciones de la inversión, i/y, y del capital privado, k/y, los obtenemos de los valores promedios de los datos. Conocido además el valor de esta expresión, resulta que $\delta = 0{,}0272$. El criterio para la calibración de $\phi$ es exigir que ciertas propiedades de los segundos momentos de las variables de la economía artificial aproximen lo más posible los correspondientes estadísticos calculados a partir de los datos de referencia de la economía española[17]. Más concretamente, se escoge $\phi$ para que la variabilidad de la inversión relativa al producto sea bien reproducida por el modelo. El valor resultante implica que los costes de ajuste son aproximadamente un 4 por ciento de la inversión bruta. Los parámetros que carazterizan la senda del consumo público se extraen de la estimación de un autorregresivo de primer orden estacionario con media, con los datos correspondientes de la economía española.

Finálmente, para completar la calibración hemos escogido los parámetros correspondientes al proceso estocástico de la tecnología siguiendo a Mendoza (1991). Cabe destacar que el residuo de Solow obtenido a partir de nuestros datos de referencia muestra demasiada variabilidad y autocorrelación serial como para que el modelo sea coherente con los hechos estilizados presentados en el apartado 3. En consecuencia, se ha calibrado $\rho$ y $r_z$ de forma que el modelo reproduzca la volatilidad de nuestra medida de producción[18].

## 5. PRINCIPALES RESULTADOS

El objetivo principal de este trabajo es evaluar, mediante los instrumentos de la teoría de los ciclos reales, las fluctuaciones de la eco-

[17] Este procedimiento es coherente con la metodología propuesta por Cooley y Prescott (1995) y ha sido utilizada, por ejemplo, por Bruno y Portier (1995) y Mendoza (1991) entre otros.

[18] Kollintzas y Vassilatos (1996), Correia *et al.* (1995) y Mendoza (1991) proceden de esta misma manera en sus trabajos. Por otra parte, McCallum (1989) apuntó que cuando los costes de ajuste y las fluctuaciones en los términos de comercio son tomadas en cuenta, el residuo de Solow no es una *proxy* adecuada para los *shocks* de productividad.

nomía española, poniendo especial énfasis en su caracter de economía pequeña y abierta. Para ello, los momentos producidos por la economía artificial, derivados de los parámetros elegidos en el ejercicio de calibración, son comparados con los momentos obtenidos de los datos de dicha economía.

El cuadro 4 contiene las propiedades de los segundos momentos de los datos del conjunto de referencia filtrados por HP[19] y de los datos generados por nuestra economía artificial.

CUADRO 4
**PROPIEDADES DE LOS SEGUNDOS MOMENTOS DE LOS DATOS FILTRADOS POR HP**

| | (1) Datos 1976:3-1995:4 | | | (2) Modelo $\sigma = 1{,}001$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Variable | $\sigma_x / \sigma_y$ | $\rho_{xt,xt-1}$ | $\rho[x_t, Pib_t]$ | $\sigma_x / \sigma_y$ | $\rho_{xt,xt-1}$ | $\rho[x_t, PIB_t]$ |
| PIB | 1,00 | 0,09 | 1,00 | 1,00 | 0,71 | 1,00 |
| Consumo privado | 0,99 | 0,93 | 0,71 | 0,85 | 0,70 | 0,99 |
| Consumo público | 1,07 | 0,88 | 0,40 | 0,80 | 0,67 | 0,00 |
| FBCF | 4,24 | 0,95 | 0,81 | 4,27 | 0,05 | 0,44 |
| XN/PIB | 0,93 | 0,90 | –0,45 | 1,07 | 0,11 | –0,10 |
| CA/FBCF | | | | | 0,041% | |
| Corr (S-I) | | | | | 0,69 | |

Los estadísticos para el modelo son medias sobre 100 simulaciones de 78 observaciones cada una. Para cada variable x, se recoge la volatilidad relativa $\sigma_x / \sigma_y$, la autocorrelación serial de primer orden, $\rho_{xt,xt-1}$ y la correlación contemporánea con el PIB, $\rho[x_t, Pib_t]$. CA/FBCF es el ratio costes de ajuste-inversión.

Un primer resultado, es que el modelo no reproduce completamente la volatilidad del consumo privado relativa a la producción, $\sigma_c / \sigma_y$ volatilidad que es muy alta en la economía española, 0,99%. Sin embargo, hay que destacar que la economía artificial produce una volatilidad relativa para esta variable superior a la encontrada a través de modelos básicos de ciclo real, como el propuesto por Puch y Licandro (1997) para la economía española, o por otros modelos en contextos de economía abierta como el propuesto por Bruno y Portier (1995) para el caso francés.

Esto es debido a que, con el tipo de preferencias que hemos utilizado, la elasticidad de la oferta de trabajo es independiente de la frac-

[19] El ahorro agregado. S, es calculado como la inversión más la balanza comercial.

ción de horas dedicadas a trabajar (N), es decir, $\varepsilon_N = 1/\nu - 1$. En consecuencia, altos valores de $\varepsilon_N$ implicarían alta volatilidad de la oferta de trabajo. Además, dado que las preferencias no son separables entre consumo y fuerza de trabajo, las condiciones de optimalidad del problema del consumidor implican que tendría un comportamiento poco volátil[20]. En este caso, los movimientos en el consumo no son proporcionales a movimientos en la oferta de trabajo y, dado que la ecuación (7) implica que $\varepsilon = (c/y)/\alpha$, cuanto más bajo sea $\varepsilon$, más elevada será la volatilidad del consumo, para una volatilidad dada de las horas de trabajo. En consecuencia, los resultados muestran que la volatilidad del consumo ante *shocks* en productividad y gasto público generada por el modelo, con la parametrización elegida, es mucho más elevada que cuando se utilizan preferencias logarítmicas.

Por otra parte, el modelo se comporta razonablemente respecto a la volatilidad de la inversión, $\sigma_i / \sigma_y$ y de la balanza comercial, $\sigma_{tb} / \sigma_y$, así como sus distintas correlaciones con el producto. También cabe destacar la coherencia de la economía artificial propuesta con las dos regularidades empíricas de la mayoría de las economías abiertas que hemos mencionado en la introducción, es decir con la correlación positiva entre ahorro e inversión doméstica y el carácter contracíclico de la balanza comercial. Esta coincidencia confirma lo obtenido en otros trabajos en los que la calibración se realiza con datos de otras economías (i.e., Mendoza, 1991, y Correia *et al.*, 1995, entre otros). Es de destacar, igualmente, que la correlación entre el ahorro y la inversión no sólo es coherente con la perfecta movilidad del capital financiero sino también con costes de ajuste que impiden cambios rápidos en el capital físico.

Por otra parte, la respuesta de la balanza comercial ante perturbaciones de productividad es el resultado de dos fuerzas opuestas. Por un lado, para suavizar el efecto renta positivo sobre periodos futuros, los agentes deben invertir en el exterior (ahorro corriente). Por otro lado, es útil tomar prestado para incrementar el *stock* de capital y tomar ventaja de esta alta productividad. Con el tipo de preferencias utilizadas en este trabajo, la volatilidad del consumo es alta como hemos mencionado anteriormente y, por lo tanto, el segundo efecto domina sobre el primero, produciéndose el caracter contracíclio de la balanza comercial.

---

[20] $\hat{x}_t$ denota el porcentaje de desviación de la variable $x_t$ de su nivel de estado estacionario.

# 6. ANALISIS DE SENSIBILIDAD

El cuadro 5 nos permite analizar los efectos de un incremento de un 5% en los parámetros calibrados en nuestro escenario base sobre los segundos momentos de las principales variables económicas.

CUADRO 5
**ANALISIS DE SENSIBILIDAD**

| | $\sigma_x / \sigma_y$ | | | $\rho_{xt,xt-1}$ | | | $\rho[x_t, PIB_t]$ | | | Corr(S-I) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $c_t$ | $i_t$ | $tb_t$ | $c_t$ | $i_t$ | $tb_t$ | $c_t$ | $i_t$ | $tb_t$ | |
| Modelo base | 0,85 | 4,27 | 1,07 | 0,71 | 0,05 | 0,11 | 0,99 | 0,44 | –0,10 | 0,67 |
| $\nu$ | 0,84 | 4,14 | 1,04 | 0,72 | 0,10 | 0,15 | 0,99 | 0,44 | –0,10 | 0,68 |
| $\varphi$ | 0,86 | 4,07 | 1,03 | 0,71 | 0,08 | 0,16 | 0,99 | 0,43 | –0,10 | 0,67 |
| $\delta$ | 0,85 | 4,05 | 1,04 | 0,69 | 0,06 | 0,14 | 0,99 | 0,44 | –0,08 | 0,68 |
| $\alpha$ | 0,86 | 3,11 | 0,72 | 0,70 | 0,01 | 0,18 | 0,99 | 0,43 | 0,09 | 0,68 |
| $\beta$ | 0,56 | 4,14 | 1,06 | 0,73 | 0,07 | 0,26 | 0,99 | 0,43 | 0,11 | 0,66 |
| $\gamma_x$-1 | 0,84 | 3,91 | 0,91 | 0,71 | 0,04 | 0,14 | 0,99 | 0,43 | –0,07 | 0,68 |
| $\phi$ | 0,86 | 4,10 | 1,04 | 0,72 | 0,07 | 0,16 | 0,99 | 0,43 | –0,07 | 0,68 |
| $\sigma$ | 0,84 | 4,24 | –0,10 | 0,71 | 0,08 | 0,15 | 0,99 | 0,44 | –0,10 | 0,067 |

La expresión $\sigma_x / \sigma_y$ es la volatilidad relativa respecto al producto, $\rho_{xt,xt-1}$ es la autocorrelación serial de primer orden, $\rho[x_t, PIB_t]$ es la correlación contemporanea con el producto y Corr (S-I) es la correlación entre el ahorro y la inversión doméstica. En este cuadro, el parámetro de aversión al riesgo, $\sigma$ toma el valor 2.

Como podemos observar, los momentos que son más sensibles a cambios en los parámetros de la economía son las medidas de la volatilidad relativa de la balanza comercial y sus correlaciones con el producto. Tal y como apuntan Correia *et al.* (1995), esto refleja parcialmente el hecho de que el valor de estado estacionario de la balanza comercial es caculado como un residuo y, además, se ajusta ante cambios en los valores de estado estacionario del consumo, inversión y gasto público.

Es de destacar la importancia de la participación del trabajo en la producción, $\alpha$, ya que presenta una gran influencia sobre la respuesta de la inversión ante perturbaciones tecnológicas debido a su incidencia sobre el redimiento del capital, lo que afectará a la balanza comercial y sus comovimientos con el producto debido a la explicación realizada en el párrafo anterior.

# 7. CONCLUSIONES

En este trabajo se evalúa desde la perspectiva de los ciclos reales, las fluctuaciones de la economía española durante el periodo 1976:3-1995:4. Para ello, se plantea un modelo de equilibrio general, dinámico y estocástico, bajo expectativas racionales, para una economía abierta y pequeña. El modelo es parametrizado, simulado y calibrado con un conjunto de medidas de las variables agregadas de la economía española que hemos definido. Este análisis se realiza a través de un método de solución adaptado a partir de la resolución numérica de modelos no lineales con expectativas racionales propuesto por Sims (1990).

Los resultados del análisis efectuado muestran que el modelo propuesto es capaz de reproducir en términos generales, las distintas correlaciones y la variabilidad relativa de los componentes de las Cuentas Nacionales de la economía española. A este respecto, cabe mencionar que el modelo capta el comportamiento cíclico de la inversión privada y de la balanza comercial, así como también sus respectivas correlaciones con el producto.

Es de destacar, también, que las simulaciones realizadas muestran que el modelo es coherente con las regularidades empíricas típicas de la mayoría de economías abiertas, como son el carácter contracíclico de la balanza comercial y la alta correlación entre el ahorro y la inversión doméstica.

Por otra parte, a pesar de desarrollar un modelo para una economía abierta y pequeña con funciones de utilidad propuestas por Greenwood *et al.* (1988), éste no es capaz de reproducir del todo el comportamiento del consumo privado. La volatilidad relativa obtenida para esta variable, aunque es sensiblemente más alta que la que producida por otros modelos de ciclo real, no capta todavía la alta volatilidad que el consumo privado muestra en la economía española. Posiblemente una mejora a este respecto exigiría la introducción en el modelo de algún mecanismo que limitase la suavidad del consumo, como, por ejemplo, restricciones de liquidez.

# APÉNDICE 1. CONSTRUCCION DE LAS SERIES

## *Stock de duraderos*

Al tratar el consumo de bienes duraderos como un flujo de inversión en vez de consumo privado, aparecerá en consecuencia, un *stock*

de duraderos. Las Cuentas Nacionales no incluyen una serie diferenciada del *stock* de bienes duraderos por lo que tenemos que construirla. Siguiendo a Puch y Licandro (1997) obtenemos esta serie calculando el valor inicial de *stock* de duraderos de manera que el *stock* resultante sea coherente con el supuesto de crecimiento equilibrado del modelo. La condición que debe verificar en promedio la serie de *stock* de duraderos es:

$$\frac{S^d}{K^*} = \frac{C^d}{I^*} \times \frac{g + \delta^*}{g + \delta^d}$$

donde $S^d$, $K^*$, $C^d$ e $I^*$ son los valores medios del *stock* de duraderos, *stock* de capital, consumo de duraderos y formación bruta de capital fijo de las Cuentas Nacionales, respectivamente. La serie de capital $K^*$, corresponde a la serie actualizada en pesetas de 1986 construida por Corrales y Taguas (1990). En referencia a esto último, partiendo del *stock* inicial de 1969 y utilizando la Formación Bruta de Capital Fijo de la Contabilidad Nacional trimestralizada, construimos una serie de capital trimestral agregado ($K^*$) suponiendo una tasa de depreciación constante. Por otra parte, g es la tasa de crecimiento trimestral del PIB real y $\delta^*$ y $\delta^d$ son las tasas de depreciación de *stock* de capital y del *stock* de duraderos. $\delta^*$ se obtiene de la estimación procedente de la regla de acumulación del capital privado con las series de Corrales y Taguas (1990) y $\delta^d$ suponemos, siguiendo a Cooley y Prescott (1995), que es del 21% anual.

## *Stock de capital e inversión*

La serie de capital de referencia propuesta por Puch y Licandro (1997) está compuesta por la serie de capital trimestralizada que hemos construido ($K^*$) más la serie de *stock* de duraderos que también hemos construido. La serie resultante no puede ser nuestra serie de referencia ya que fue construida bajo la hipotesis de ausencia de costes de ajuste.

Por otra parte, aunque la función de costes de ajuste del modelo se ha normalizado de tal manera que en estado estacionario éstos son cero, la economía artificial se enfrenta a perturbaciones aleatorias que la situan siempre fuera del estado estacionario. En consecuencia, los costes de ajuste tendremos que tenerlos en cuenta para construir nues-

tra serie de capital de referencia. Lamentablemente, no existen datos sobre costes de ajuste, por lo que, siguiendo a Licandro *et al.* (1996), vamos a utilizar el modelo para generar la serie de capital trimestralizada consistente con nuestra hipótesis. Para ello, procedemos de la siguiente manera. Conocidos los valores de los parámetros $\gamma_x$ , $\delta$ y $\phi$, a partir del proceso de calibración del modelo, y dados $K_t$ e $I_t$, utilizamos la ley de evolución del capital para calcular $K_{t+1}$. El valor inicial del capital es aquel que hace que la serie generada $K_t$ tenga la misma media que la obtenida bajo la hipotesis de inventario permanente más el *stock* de duraderos.

Por otra parte, como hemos mencionado anteriormente, el consumo de bienes duraderos se trata como un flujo de inversión en vez de consumo privado. Por último, la variación de existencias se considera incluida en la inversión privada.

## *Flujo de servicios del stock de duraderos*

La remuneración de asalariados viene recogida por la Contabilidad Nacional. Sin embargo, nosotros realizamos la corrección recogida en «*European Economy*» (1994) sobre la participación de los salarios en la renta ($\alpha_{ee}$). Esto se hace para considerar como rentas del trabajo las originadas por los trabajadores autónomos. Posteriormente, evaluamos las rentas del capital privado como:

$$Y_{K_p} = (1 - \alpha_{ee}) \text{ x } PIB$$

Una vez obtenidas éstas calculamos el rendimiento del capital privado de la siguiente manera:

$$i = \frac{Y_{K_p} - CCF}{K_p}$$

donde CCF es la medida recogida en Contabilidad Nacional de $\delta K_p$. Como el dato que proporciona «*European Economy*» es anual, calculamos la renta del capital y el tipo de interés medio en términos anuales.

Posteriormente siguiendo a Cooley y Prescott (1995) hallamos el flujo de servicios del *stock* de duraderos como:

$$Y_t^d = (i + \delta^d)\, S_t^d$$

Para ello estamos suponiendo para el *stock* de duraderos el mismo rendimiento real medio (trimestral) que hemos calculado para el resto del capital privado y utilizamos nuestra medida de depreciación (trimestral) de este *stock*. Este flujo de servicios imputado al *stock* de bienes duraderos se incorporará a la medida de consumo privado, y en consecuencia al producto.

## *Consumo privado*

Dado que hemos considerado anteriormente al consumo de bienes duraderos como un flujo de inversión, el consumo privado estará formado por el gasto trimestral en bienes de consumo no duraderos más servicios, a los que se le añade también el flujo de servicios imputado al *stock* de bienes duraderos.

## *Horas trabajadas*

La serie de horas trabajadas que manejamos es la construida por Puch y Licandro (1997) a partir de la homogenización de las series de la Encuesta de Salarios llevada a cabo por Carbajo y Garcia Perea (1987) y de los datos de la Dirección General de Previsión y Coyuntura del Ministerio de Economía y Hacienda.

## *Consumo público*

El consumo del sector público per cápita es el consumo público de la Contabilidad Nacional trimestralizada dividido por la serie de población que hemos considerado.

## *Producción*

La única diferencia entre la medida del producto que nosotros proponemos y el PIB recogido en la Contabilidad Nacional trimestral, es que la nuestra incluye el flujo de servicios imputado del *stock* de bienes de consumo duradero. Como apuntan Puch y Licandro (1997) hubiera sido deseable una medida de flujo de servicios generada por el *stock* de capital público, pero no existe una serie trimestral de inversión pública.

# APÉNDICE 2

## *Método de solución*

El modelo de equilibrio general, dinámico y estocástico presentado en el trabajo no tiene una solución analítica para las variables que lo componen debido a que las condiciones de primer orden son estocásticas y no lineales. Sin embargo, sí se podría caracterizar una realización de dichas variables a partir de una realización de las perturbaciones estructurales que hacen que el modelo sea estocástico. Para ello tenemos que recurrir a métodos numéricos de resolución para obtener series temporales de las variables endógenas que satisfagan las condiciones de optimalidad del problema y sus restricciones, conocidos la realización de las perturbaciones que afectan a la senda del consumo público, el *shock* tecnológico y los valores de los parámetros recogidos en el cuadro 3.

Una vez que se ha obtenido el estado estacionario del modelo, transformando adecuadamente las variables para que éstas no presentaran crecimiento, ya que, nuestro interés radica en el análisis de las fluctuaciones de estas alrededor de la tasa de crecimiento del equilibrio, tenemos que proceder a la resolución numérica del modelo. El método de solución empleado en este trabajo es el propuesto por Sims (1990)[21]. En primer lugar, este método consiste en resolver el sistema compuesto por las condiciones de optimalidad del problema junto con las restricciones tecnológicas y presupuestarias, sustituyendo las expectativas por su valor realizado más un término de error que se interpreta como un error de expectativas, junto con las condiciones de estabilidad que garantizan el cumplimiento de las condiciones de transversalidad del problema. Una vez eliminados los multiplicadores de Lagrange y sustituidas las expectativas, el equilibrio competitivo de nuestro modelo dinámico y estocástico viene determinado por las siguientes ecuaciones:

$$[c_t - \varphi N_t^{\nu}]^{-\sigma}\left[1 + \gamma_x \frac{\phi}{k_t}\left(\frac{k_{t+1}}{k_t} - 1\right)\right] = \beta\gamma_x^{-\sigma}[c_{t+1} - \varphi N_{t+1}^{\nu}]^{-\sigma}\,x$$

[21] Un análisis exhaustivo de este método de solución se presenta en Dominguez (1995).

$$x\left[\left((1-\alpha)\,Z_{t+1}\,N_{t+1}^{\alpha}\,k_{t+1}^{-\alpha}+1-\delta\right)+\gamma_x^2\;\frac{\phi}{k_{t+1}}\left(\frac{k_{t+2}}{k_{t+1}}-1\right)\frac{k_{t+2}}{k_{t+1}}\right]+\zeta \quad (A.1)$$

$$[c_t-\varphi N_t^{\nu}\,]^{-\sigma}=\beta\gamma_x^{-\sigma}\,(1+r^*)\,[c_{t+1}-\varphi N_{t+1}^{\nu}]^{-\sigma}+\mu_{t+1} \quad (A.2)$$

$$N=\left[\frac{\alpha Z_t N_t^{\alpha-1}k_t^{1-\alpha}}{\nu\varphi}\right]^{1/\nu-1} \quad (A.3)$$

$$r^*+\delta=(1-\alpha)Z_t N_t^{\alpha}\,k_t^{1-\alpha} \quad (A.4)$$

$$c_t+\gamma_x\,k_{t+1}-(1-\delta)\,k_t+\gamma_x\;\frac{\phi}{2}\left(\frac{k_{t+1}-k_t}{k_t}\right)g_t+tb_t=Z_t N_t^{\alpha}\,k_t^{1-\alpha} \quad (A.5)$$

$$tb_t=\gamma_x\,b_{t+1}-(1+r^*)b_t \quad (A.6)$$

$$\ln Z_{t+1}=\rho\ln Z_t+\varepsilon_{zt}\qquad \varepsilon_{zt}\sim N(0,\sigma_z) \quad (A.7)$$

$$\ln\left(\frac{G_t}{X_t}\right)=g+\xi\ln\left(\frac{G_{t-1}}{X_{t-1}}\right)+\varepsilon_{gt}\qquad \varepsilon_{gt}\sim N(0,\sigma_z) \quad (A.8)$$

donde $\zeta$ y $\mu$ representan los errores de previsión que aparecen al sustituir las expectativas en las condiciones de optimalidad de las decisiones de ahorro/inversión del problema del consumidor. Como estamos suponiendo expectativas racionales, el error de predición debe de estar incorrelacionado con el conjunto de información que recoge la esperanza condicional y por lo tanto debe ser ruido blanco.

Una vez que se han sustituido las expectativas se realiza un análisis de estabilidad sobre una aproximación de Taylor de primer orden de la versión determinista del sistema, alrededor del estado estacionario. Este análisis indica la presencia de autovalores inestables, cuyos autovectores asociados proporcionan condiciones de estabilidad que han de imponerse en la resolución del problema para que el equilibrio competitivo resultante sea globalmente estable. Estas condiciones caracterizan los subespacios de convergencia hacia el estado estacionario y garantizan las condiciones de transversalidad del modelo. De este modo, dichas series temporales que se obtienen como solución cumplen las condiciones de optimalidad y restricciones del problema planteado. La inclusión de las condiciones de estabilidad permite aumentar la dimen-

sión del sistema, de manera que también se podrán obtener soluciones para las variables adicionales (errores de previsión) generadas en el proceso de sustitución de las esperanzas condicionales.

El procedimiento descrito obtiene como solución los errores de previsión dada la realización de las perturbaciones estructurales, ésta es la llamada solución «*forward*».

En nuestro modelo se obtienen dos condiciones de estabilidad. Así es posible solucionar de forma numérica y de manera recursiva el equilibrio competitivo dinámico definido por las ecuaciones anteriores y las condiciones de estabilidad correspondientes. Esto permite obtener series temporales no explosivas para todas las variables del modelo dados unos valores de los parámetros y las realizaciones de las perturbaciones estructurales. Se comprueba, además, que los errores de previsión generados cumplen las propiedades de incorrelación con el conjunto de información y ausencia de autocorrelación que implica el supuesto de expectativas racionales.

Hay que señalar que este procedimiento de solución sólamente aproxima el análisis de estabilidad del sistema, mientras que el resto de las ecuaciones que lo componen no es objeto de ningún tipo de aproximación. Esta característica lo diferencia de otros métodos de solución que resuelven una aproximación del problema original, obviandose además, el análisis de estabilidad.

## REFERENCIAS

Backus, D.K., Kehoe, P. y Kydland, F.E., (1992), «International Borrowing and World Business Cycles», *Journal of Political Economy* 100 (4), 745-775.

Backus, D.K., Kehoe, P., (1992), «International evidence on the historical properties of Business Cycles», *The American Economic Review*. Vol 82, NO.4, Septiembre.

Bentolila,S. y Blanchard,O. (1991), «El paro en España» en *Estudios de Economía del Trabajo en España. III. El problema del Paro,* S. Bentolila y Toharia, L. (comp.), Ministerio de Trabajo y Seguridad Social en España, 953-997.

Bruno, C. y Portier, F. (1995), «A small open economy RBC model: the French economy case», Pierre-Yves (ed.), *Advances in Business Cycle Research*, Springer.

Burside, C., Eichembaum, M. y Rebelo, S. (1993). «Labour Hoarding and Business Cycle». *Journal of Political Economy*, 101 (2).

Carbajo, R. y García-Perea, P. (1987). «Series históricas homogéneas de horas trabajadas», Documento de Trabajo 8709, Fedea, Madrid.

Christiano, L.J. y Eichenbaum (1992). «Current real business cycle theories and aggregate labor market fluctuations», *American Economic Review* 82, 430-450.

Cooley, T.F. y Hansen, G. (1989). «The inflation tax in a Real Business Cycle Model». *American Economic Review,* 79 (4), pp.733-748. September.

Cooley, T.F. y Prescott, E.C. (1995), «Economic growth and business cycles», en T. Cooley (ed.), *Frontiers of Business Cycle Research*, Princeton University Press.

Corrales, A. y Taguas, D. (1990), «Series macroeconómicas para el periodo 1954-1984, un intento de homogeneización», en MOISEES: *Un Modelo de Investigación y Simulación de la Economía Española,* Molinas et al., (eds.), Antoni Bosch, Barcelona.

Correia, I., Neves, J.C. y Rebelo, S. (1995), «Business cycles in a small open economy», *European Economic Review*, 39, 1089-1113.

Dolado, J.J., Sebastián, M. y Vallés, J. (1993), «Cyclical patterns of the spanish economy», *Investigaciones Económicas* 17, 445-472.

Dominguez, E. (1995), «Características de Estructura Intertemporal de Rentabilidades en un Modelo de Equilibrio General Estocástico», Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid.

Estrada, A. y Sebastián, M. (1993), «Una serie de gasto en bienes de consumo duradero», Documento de Trabajo 9305, Banco de España.

*European Economy* (1994), num. 58.

Fairise, X y Langot, F. (1994), «Labour productivity and business cycles: Can RBC Models be Saved?», *European Economic Review* 38.

Garcia Perea, P. y Gómez, R. (1994), «Elaboración de series hisóricas de empleo a partir de la Encuesta de Población Activa (1964-1992)», Documento de trabajo 9409, Servicio de estudios, Banco de España.

Greenwood, J., Hercowitz, Z. y Huffman, G. (1988), «Investement, capacity utilization and the real business cycle», *American Economic Review* 78, 971-987.

Hairault, J-O y Portier, F. (1995), *Advances in Business Cycle Research*, Pierre-Yves (ed.), Springer.

King, R. (1990), «Money and Business Cycles», Working Paper, University of Rochester.

King, R.G., Plosser, C.I. y Rebelo, S.T. (1988), «Production, Growth and Business Cycles: Techical Appendix», mimeo, Universidad de Rochester.

Kollintzas, T y Vassilatos, V. (1996), «A stochastic dynamic general equilibrium model for Greece», CEPR discussion paper 1518.

Kydland, F. y Prescott, E.C. (1982), «Time to build and aggregate fluctuations», *econometrica* 50, 1345-1370.

Licandro, O., Puch, L. A. y Tamarit, R. (1996), «Utilización de capital y ciclo económico español», *Moneda y Crédito* 201, 241-288.

Long, J.B. y Plosser, C.I. (1983), «Real Business Cycles», *Journal of Political Economy* 91, 1345-1370.

McCalum, B.T., «Real Business Cycles Models», en R.J. Barro (ed.), *Modern Business Cycle Theory.*, Cambridge: Harvard University Press, 1989, 16-50.

Mendoza, E.G. (1991), «Real Business Cycles in a Small Open Economy», *American Economic Review* 81, 797-818.

Ortega, E. (1996), «The spanish business cycle and its realtionship with Europe», mimeo.

Prescott, E.C. (1986), «Theory ahead of business cycle measurement», *Quaterly Review* 10 (4), 9-33, Federal Reserve Bank of Minneapolis, Minneapolis, MN.

Puch, L. y Licandro, O. (1997), «Are there any special features in the Spanish business cycle?», *Investigaciones económicas,* XXI (2), 361-394.

Sims, C.A. (1984), «Solving the Stochastic Growth Model by Backsolving with a Particular Nonlinear Form for the Decision Rule», *Journal of Business and Economic Statistic* 8, 45-47.

## ABSTRACT

This paper analiyzes the cyclical behaviour of the main real variables of the spanish economy. To do that, we propose a simple dynamic stochastic general equilibrium model for a small open economy, wich is parameterized, calibrated and simulated to evaluate its consistence with the cyclical volatilities and correlations of the national income account, as well as the countercyclical character of the trade balance and the positive correlation between savings and investment.

# Independencia de los bancos centrales, desempleo y su relación con la inflación*

ENRIQUE ALBEROLA, JOSÉ MANUEL MARQUÉS, ALICIA SANCHÍS

**Banco de España**

## 1. INTRODUCCION

La introducción de las expectativas racionales en el análisis económico desproveyó a la curva de Phillips de buena parte de su atractivo, al determinar que sólo los cambios no esperados en la tasa de inflación podían tener efectos sobre el desempleo en el corto plazo.

Los modelos estratégicos de política monetaria desarrollados bajo este nuevo paradigma (Kydland & Prescott (1977) y Barro & Gordon (1983)) fueron más allá al demostrar que, si las autoridades monetarias se preocupan por el desempleo, existe un incentivo a generar inflación a pesar de su inefectividad para reducir aquél. Este incentivo, al ser reconocido por los agentes, introduce un sesgo inflacionista en la economía. Rogoff (1985) mostró que el sesgo inflacionista puede reducirse si el Gobierno delega la política monetaria en un banco central independiente, protegido de presiones electorales y centrado en el objetivo de estabilidad de precios.

El atractivo de un Banco Central independiente ha ido calando paulatinamente en los principios rectores de la política económica, respaldado por el éxito antiinflacionista del Bundesbank, epítome de independencia monetaria. Durante los últimos años se ha asistido a una verdadera revolución institucional en la gestión de la política monetaria,

* Los autores agradecen los comentarios recibidos en el seminario interno del Banco de España y, muy en especial, los de Juan Luís Díaz del Hoyo, así como las sugerencias recibidas por el editor y dos evaluadores anónimos. Dirección de correo electrónico: alberola@bde.es, manuel-m@bde.es.

tendente a dotar de más independencia a los bancos centrales con respecto a los gobiernos. El diseño del futuro Banco Central Europeo es una buena prueba de ello.

La preocupación por la inflación es compartida por los altos niveles de desempleo estructural y su persistencia. Intuitivamente, cuanto más persistente sea el desempleo mayor debe ser la capacidad de la política monetaria para influir sobre su nivel en el corto e, incluso, en el largo plazo. Por ello, aunque las fuentes de persistencia radiquen fundamentalmente en las características del mercado de trabajo, podría pensarse que la presencia de persistencia tiene efectos importantes sobre la política monetaria.

Esta consideración ha llevado a diversos autores (Lockwood & Philippopoulos 1994, Jonsson, 1997) a extender el modelo de Barro-Gordon para considerar la persistencia en el desempleo. Sin embargo, sus resultados muestran que la política monetaria, lejos de aumentar su eficacia, empeora el sesgo inflacionista. La razón es que, en el contexto estratégico contemplado, los agentes perciben que la persistencia en el desempleo, al prolongar en el tiempo los efectos de las expansiones monetarias, incrementa el incentivo a generar inflación.

En este trabajo contrastamos empíricamente el modelo Barro-Gordon extendido, es decir, tomando en consideración la persistencia en el desempleo. El análisis comprende la mayoría de los países de la OCDE para el período 1973-91. El final del período coincide con el momento en que se comienza a producir una cadena de cambios en los estatutos de los Bancos Centrales para dotarles de mayor independencia.

Aunque nuestro principal objetivo es revelar la importancia de la persistencia en el desempleo para explicar el sesgo inflacionista, la construcción de una medida de independencia que resuma todas las anteriores y la estimación de la tasa de desempleo estructural en términos de NAIRU suponen, de hecho, una completa revisión a la evidencia empírica anterior sobre el modelo Barro-Gordon.

La relación negativa entre independencia del banco central e inflación ha sido exhaustivamente contrastada con éxito (ver Alesina & Summers, 1993, por ejemplo). No obstante, el concepto de independencia es difícil de definir y las medidas diseñadas para determinarlo están sometidas forzosamente a un alto grado de arbitrariedad. En vista de ello, nuestro primer objetivo será el de elaborar un «índice de índices» (ver el Apéndice) que recoja todos los factores contemplados por la literatura, con el fin de obtener, si cabe, una medida más objetiva.

Por el contrario, los efectos de la persistencia sobre el nivel de inflación no han sido hasta ahora explorados, y la relación entre desempleo estructural y sesgo inflacionista apenas ha recibido atención, al menos en el marco que hemos adoptado en este trabajo. Para considerar estas cuestiones, es necesario previamente estimar una medida de persistencia y una medida de NAIRU, según los métodos al uso.

Tras describir el modelo teórico en el apartado 2, el análisis empírico se presenta en el apartado 3. Los resultados confirman la fuerte relación negativa entre inflación e independencia, pero además revela una robusta relación positiva entre NAIRU e inflación, lo que significa un resultado novedoso a nivel empírico. Ambas variables explican en buena medida las diferencias de inflación entre países. Sin embargo, al introducir la persistencia en la regresión los resultados empeoran, lo que implica la no validación empírica del modelo ampliado. No obstante, de nuestro análisis se desprende una interesante relación entre independencia y las características del mercado de trabajo, reflejada en la alta correlación del grado de independencia con la persistencia y el nivel de desempleo estructural. Las implicaciones de esta relación se desarrollan en las conclusiones.

## 2. EL MODELO TEORICO

La principal consecuencia de introducir persistencia en el desempleo en un modelo estratégico de política monetaria es convertir el problema estático planteado por Barro y Gordon (1983) en un problema dinámico.

La resolución del modelo extendido con persistencia es debida a Lockwood & Philippopoulos (1994). Estos autores contemplan un horizonte infinito, lo cual introduce restricciones en los parámetros y un alto grado de complejidad analítica, por lo que aquí optamos por un modelo de dos períodos, basado en el de Jonsson (1997), que procura la intuición básica en un marco mucho más simple.

Antes de afrontar la resolución teórica del modelo debemos introducir los fundamentos teóricos que nos permiten explicar la persistencia en el desempleo.

### *2.1. Persistencia en el desempleo*

La persistencia en el desempleo se fundamenta en la rigidez existente en el mercado de trabajo, debida a causas institucionales o a la lentitud de adaptación de los agentes a las circunstancias cambiantes. Alogoskou-

fis & Manning (1988) en un detallado estudio enumeran la rigidez en las aspiraciones salariales de los sindicatos ante perturbaciones negativas, la lentitud en el ajuste de la demanda de trabajo, derivada de costes de ajuste o de restricciones de empleo y la existencia de distintas aspiraciones de los trabajadores según su posición en el mercado de trabajo, como fuentes generadoras de persistencia en el desempleo. Nuestra especificación toma como referente el modelo *insiders-outsiders* de Blanchard & Summers (1986), que se basa en el último motivo enunciado; en dicho modelo, la negociación salarial es llevada a cabo por sindicatos, en los cuales no necesariamente milita toda la mano de obra de la economía y donde, además, los trabajadores ocupados, los llamados *insiders,* tienen un mayor poder de decisión en la posición negociadora del sindicato.[1]

En la negociación salarial los sindicatos fijan unilateralmente el salario nominal ($w_t$) al principio de cada período, y las empresas fijan entonces el empleo correspondiente de acuerdo con la siguiente curva de demanda de trabajo:

$$n_t = -(w_t - p_t) + \eta_t \qquad (1)$$

donde todas las variables están expresadas en logaritmos, $n_t$ es empleo, $p_t$ es el nivel de precios y $\eta_t$ corresponde a una perturbación agregada de oferta. Se asumen a lo largo de toda la modelización expectativas racionales, de tal modo que, para una variable $x$, $x_t^e = E_{t-1}x_t$, su expectativa corresponde al valor esperado de la variable.

El sindicato elegirá el salario nominal que minimice las desviaciones esperadas del nivel deseado de empleo $\tilde{n}_t$:

$$\underset{w}{Min}\ E(n_t - \tilde{n}_t)^2$$

sujeta a la restricción impuesta por la función de demanda de trabajo (1).

De la resolución de este problema el salario nominal fijado por los sindicatos es

$$w_t = p_t^e - \tilde{n}_t$$

[1] En el mencionado estudio, Alogoskoufis y Manning sostienen que, al menos para el caso europeo, el modelo *insiders-outsiders* no es la principal explicación de la persistencia en el mercado de trabajo. No obstante, la conveniencia analítica y la intuición que proporciona tal especificación aconsejan su uso. En todo caso, como veremos, en la derivación de los resultados del modelo de Barro-Gordon extendido se utiliza exclusivamente la curva de Phillips con persistencia en el desempleo (ecuación (2)): es decir, los resultados son independientes de la fuente de persistencia que se modelice.

Sustituyendo esta expresión en (1) y sumando y restando $p_{t-1}$,el nivel de empleo viene dado por:

$$n_t = \tilde{n}_t + (\pi_t - \pi_t^e) + \eta_t$$

donde $\pi$ es la tasa de inflación.

La coexistencia de *insiders-outsiders* en el mercado de trabajo se refleja en la elección del nivel deseado de empleo, $\tilde{n}_t$. Mientras que la preocupación de los *outsiders* se centra en que se incremente el empleo para acceder a un puesto de trabajo, los *insiders,* que ya tienen empleo, tenderán a preocuparse más por el poder adquisitivo de su salario; Puesto que, como vemos en la expresión (1), el salario real esperado es una función decreciente del nivel deseado de empleo, este grupo abogará por mantener el nivel de empleo. Por lo tanto, el nivel deseado de empleo queda determinado por la siguiente expresión:

$$\tilde{n}_t = \theta n_{t-1} + (1 - \theta)\tilde{n}$$

donde $n_{t-1}$ es la mano de obra empleada al principio del período (los *insiders*), $\tilde{n}$ es el total de la mano de obra afiliada al sindicato y $0 \leq \theta \leq 1$ es el poder relativo de los *insiders* en el sindicato. Obsérvese que, si toda la población activa ($l$) está afiliada al sindicato, el objetivo de empleo del sindicato sólo coincidirá con el pleno empleo si los *insiders* no tienen mayor poder relativo ($\theta=0$).

Sustituyendo en la ecuación anterior este nivel deseado de empleo y reescribiéndola en términos de desempleo ($u = l - n$) obtenemos la siguiente curva de Phillips:

$$u_t = \theta u_{t-1} + (1-\theta)\,\bar{u} - (\pi_t - \pi_t^e) - \eta_t \qquad (2)$$

donde definimos $\bar{u} = l - \tilde{n}$ como la tasa natural de desempleo o desempleo estructural. En esta expresión se observa que el desempleo es tanto más persistente cuanto mayor sea el valor que tome $\theta$. Por lo tanto, $\theta$ recoge el grado de persistencia del desempleo, que es el parámetro relevante del modelo extendido.

## 2.2. *Solución del modelo*

El Gobierno tiene como objetivos de política económica la inflación ($\pi$) y el desempleo ($u$). Mediante la elección de la tasa de inflación en

cada período ($\pi_1$, $\pi_2$), el Gobierno minimiza las pérdidas de su función objetivo, donde hemos asumido una tasa de descuento igual a la unidad:

$$\underset{\pi_1\pi_2}{Min}\ L_t = L_1 + L_2 = [\pi_1^2 + \lambda u_1^2] + [\pi_2^2 + \lambda u_2^2]$$

sujeta a la curva de Phillips.

Como hemos visto, cuando el desempleo es persistente las sorpresas inflacionistas en el período anterior afectan al desempleo y a la función de pérdida corriente, por lo que el problema de optimización es intertemporal. La solución se halla partiendo del período final, en este caso el segundo período.

Al inicio del segundo período, los sindicatos, al fijar su salario, deben formar sus expectativas de inflación en *t=2*; en función de dichas expectativas y una vez observada la perturbación de oferta en el segundo período, el Gobierno elige el nivel de inflación. Las expectativas de inflación de los agentes se obtienen optimizando la función objetivo esperada del gobierno para el segundo período ($L_2$), donde se ha sustituido la curva de Phillips (2). Puesto que las expectativas son racionales, la inflación esperada es

$$\pi_2^e = \lambda[\theta u_1 + (1 - \theta)\,\bar{u}]$$

Sustituyendo esta expectativa de inflación en $L_2$ y optimizando se obtiene la inflación óptima en *t=2:*

$$\pi^*_2 = \lambda\theta u_1 + \lambda(1 - \theta)\ \bar{u} + \frac{\lambda}{1+\lambda}\eta_2 \qquad (3)$$

donde el asterisco representa el valor óptimo. Por otro lado el desempleo óptimo se haya sustituyendo esta expresión en la curva de Phillips:

$$u^*_2 = \theta u_1 + (1 - \theta)\bar{u} - (1 + \lambda)^{-1}\eta_2 \qquad (4)$$

Puesto que la inflación óptima en el segundo período depende del desempleo en *t=1*, este resultado condiciona la elección de la política óptima en el período inicial, lo cual es tenido en cuenta por los agentes al formar sus expectativas en *t=1*, minimizando la función de pérdida esperada para ambos períodos. Dado que $E_1[L_2] = E_1[E_2[L_2]] = E_1[\pi^{*2}_2 + \lambda u^{*2}_2]$ esto implica que:

$$\underset{\pi_1}{Min}\ E_1[L_1 + L_2] = E_1[(\pi_1^2 + \lambda u_1^2)+(\pi^{*2}_2 + \lambda u^{*2}_2)]$$

Sustituyendo las soluciones anteriores en la función de pérdida podemos derivar las condiciones de primer orden:

$$2E_1[\pi_1 - \lambda u_1 - \lambda\theta\pi^*_2 - \lambda\theta u^*_2] = 0$$

Asumiendo, sin pérdida de generalidad, que el desempleo inicial es igual a la tasa natural, $u_0 = \bar{u}$ y sustituyendo las soluciones para la inflación y el desempleo en el segundo periodo, se obtiene la inflación esperada en el primer período tras aplicar expectativas racionales:

$$\pi_1^e = \lambda[1 + \theta(1+\lambda)]\bar{u} \qquad (5)$$

El Gobierno, por su parte, elige la tasa de inflación tras observar la perturbación y teniendo en cuenta (5):

$$\underset{\pi_1}{Min} = L_1 + E_1[L_2] = \pi_1^2 + \lambda u_1^2 + E_1[\pi^{*2}_2 + \lambda u^{*2}_2]$$

Sustituyendo (2-5) y minimizando, la inflación inicial óptima queda determinada por la siguiente expresión:[2]

$$\pi^*_1 = \lambda[1 + \theta(1 + \lambda)]\ \bar{u} - \frac{\lambda}{1+\lambda}\left[1 + \frac{\theta_2}{1+\lambda\theta^2}\right]\eta_1 \qquad (6)$$

Cuando $\theta=0$, correspondiente al modelo sin persistencia en el desempleo, el sesgo inflacionista es $\lambda\bar{u}$, es decir, igual al del segundo período;[3] por el contrario, la presencia de persistencia aumenta el sesgo inflacionista por el factor $\lambda(1+\theta)$.

El incremento del sesgo inflacionista se debe a que las reducciones corrientes en el desempleo tienen efectos en el nivel de desempleo de los períodos posteriores. Este efecto dinámico de las sorpresas inflacionistas percibido por los agentes y se traduce en una mayor expecta-

[2] Sustituyendo (6) en la curva de Phillips podemos obtener el desempleo óptimo en el período inicial:

$$u_1^* = \bar{u} - [(1+\lambda)(1+\lambda\theta^2)]^{-1}\eta_1$$

[3] En este caso, la solución coincide con el resultado tradicional de Barro y Gordon y el problema pasa de ser un juego dinámico a un juego estático repetido período a período.

tiva de inflación, tal como muestra la expresión (5) y, por lo tanto, en un mayor sesgo inflacionista.[4]

Los efectos de la persistencia en el desempleo son equivalentes a los del desempleo estructural: cuanto mayores sean ambos mayor será el sesgo inflacionista de la economía, que también está positivamente relacionado con $\lambda$, el peso del desempleo en la función de pérdida del Gobierno.

## 3. EVIDENCIA EMPIRICA

La contrastación del modelo se hace a través de una regresión de sección cruzada para diecinueve países de la OCDE en el período 1973-91,[5] con datos trimestrales. El análisis empírico requiere información para distintos países sobre el nivel de inflación ($\pi$), el grado de persistencia y la tasa natural del desempleo ($\theta$ y $\bar{u}$, respectivamente) y el valor que toma el parámetro $\lambda$.

### *3.1. Construcción de las variables*

#### 3.1.1. INDEPENDENCIA DEL BANCO CENTRALES COMO PROXY DE $\lambda$

El parámetro $\lambda$ no es directamente observable, por lo que debe ser aproximado a través de una variable medible que guarde una estrecha relación con él.

Rogoff (1985) demostró en el contexto del modelo de Barro y Gordon que un Banco Central independiente siempre elegiría un parámetro $\lambda$ menor que el del Gobierno.[6] Teniendo en cuenta que $\lambda$ representa la preferencia relativa por el desempleo de las autoridades monetarias, existen argumentos robustos para pensar —aparte de las razones teóri-

[4] Suponiendo que el desempleo inicial en vez de ser igual a la tasa natural difiere de ésta en una magnitud $u_d$: $u_0 = \bar{u} + u_d$, la derivada de la inflación con respecto al parámetro de persistencia, $\theta$, resulta ser la siguiente expresión: $\lambda[(1+\lambda)\bar{u} + 3\theta^2(1+\lambda)u_d]$. Obsérvese que si la desviación del desempleo inicial es positiva ($u_d > 0$) la derivada es inequívocamente positiva. Sin embargo, una desviación negativa de suficiente magnitud podría suponer que la derivada respecto a la persistencia fuera teóricamente negativa. En todo caso, esta es una característica del marco de dos períodos en que nos movemos; Lockwood y Philippopoulos demuestran que, en un horizonte infinito la derivada es positiva, como sugiere la intuición.

[5] Los países de la OCDE excluidos son Méjico, Turquía (sus episodios de hiperinflación resultan problemáticos), Nueva Zelanda (la serie de desempleo carece de suficientes datos para dar una medida robusta de persistencia), Grecia (debido a carencias en los datos de desempleo y en los índices de independencia) y Portugal (debido a las particularidades de su mercado —ver Blanchard & Jimeno (1995)—y a la escasez de índices de independencia para elaborar una medida adecuada).

[6] Este resultado se mantiene en el modelo extendido. Ver Alberola (1998).

cas apuntadas en dicho trabajo— que cuánto mayor sea el grado de independencia del Banco Central menor será el valor de $\lambda$.

Así, un Banco Central cuyo objetivo explícito sea la estabilidad de precios y dotado de la suficiente independencia tanto formal como real para poder aislarse del ciclo político, tendrá una mayor aversión relativa a la inflación (menor $\lambda$) que un gobierno que tiene que satisfacer en un plazo relativamente corto a un electorado entre cuyas principales preocupaciones inmediatas aparece el nivel de desempleo.

De esta manera, el grado de independencia de los bancos centrales se presenta como una adecuada *proxy* del parámetro $\lambda$, esperando observar empíricamente una asociación negativa entre grado de independencia e inflación.

Debemos hacer notar que, en el espíritu de nuestro modelo, el grado de independencia del Banco Central es una variable de política económica que permite afectar el nivel de inflación de la economía, y que se elige independientemente de las preferencias de los agentes. Sin embargo, lo cierto es que en casos tan significados como el alemán, son las preferencias de los agentes, su extrema aversión a la inflación, las que configuran directamente la aversión inflacionista del Banco Central. En un caso como este, la relación de causalidad implícita en el modelo (mayor independencia implica menor inflación) resulta menos adecuada).

Cuando uno se plantea contrastar empíricamente esta relación, el primer problema con el que se enfrenta es la definición y medición del concepto de independencia. La literatura ofrece múltiples índices pero todos ellos presentan dificultades. En el apéndice se ofrece una extensa discusión sobre la problemática asociada a la medición del grado de independencia y se elabora un «índice de índices» que permita contemplar todos los factores considerados.

El cuadro 1 resume nuestro enfoque, presentando los valores que toman los países de nuestra muestra de acuerdo con las distintas medidas, homogeneizados según el criterio descrito en el apéndice. La columna final recoge la media de estas medidas que es la que utilizamos en nuestro análisis. Un mayor valor representa un mayor grado de independencia.

Podemos observar que Alemania aparece siempre en primer lugar y España suele ocupar los últimos lugares. En general, los índices son consistentes entre sí, pero destacan casos como los de Australia, Canadá o Italia que muestran una alta dispersión. Este hecho refleja la subjetividad de las distintas medidas y justifica nuestro enfoque integrador.

## CUADRO 1. MEDIDAS HOMOGENEIZADAS Y MEDIA RESULTANTE

| | Ck(L) | ES | BP | CK(T) | A | GMT(P) | GMT(E) | HS | CK(Q) | MEDIA |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 19 | 18 | 18 | 17 | 16 | 15 | 15 | 15 | 10 | |
| Alemania | 18,00 | 18,47 | 17,94 | 18,44 | 18,40 | 18,36 | 17,07 | 19,00 | 19,00 | 18,30 (19) |
| Australia | 9,50 | 2,06 | 1,53 | | 2,80 | 9,36 | 12,57 | 13,21 | 13,00 | 8,00 (9) |
| Austria | 17,00 | 12,65 | 7,88 | | | 9,36 | 12,57 | 10,64 | | 11,68 (15) |
| Bélgica | 3,00 | 12,65 | 7,88 | 8,31 | 9,40 | 2,29 | 12,57 | 4,21 | 3,00 | 7,03 (5) |
| Canadá | 14,00 | 2,06 | 7,88 | 12,25 | 9,40 | 13,21 | 17,07 | 13,21 | | 11,14 (13) |
| Dinamarca | 15,00 | 16,35 | 17,94 | 18,44 | 9,40 | 9,36 | 8,07 | 8,07 | 11,00 | 12,63 (16) |
| España | 4,00 | 2,06 | 1,53 | 1,56 | 2,80 | 5,50 | 2,29 | 1,00 | | 2,59 (1) |
| Finlandia | 6,50 | 12,65 | 14,76 | 8,31 | 9,40 | | | | 15,00 | 11,10 (12) |
| Francia | 8,00 | 6,82 | 7,88 | 4,38 | 9,40 | 5,50 | 8,07 | 4,21 | 7,00 | 6,81 (2) |
| Holanda | 13,00 | 16,35 | 7,88 | 18,44 | 9,40 | 18,36 | 4,21 | 15,79 | | 11,49 (14) |
| Irlanda | 12,00 | | | 4,38 | | 9,36 | 4,21 | 10,64 | 1,00 | 6,93 (3) |
| Italia | 5,00 | 6,82 | 7,88 | 15,63 | 1,00 | 13,21 | 1,00 | 4,21 | 17,00 | 7,97 (8) |
| Japón | 2,00 | 12,65 | 14,76 | 1,56 | 16,00 | 2,29 | 8,07 | 4,21 | | 7,69 (6) |
| Luxemburgo | 11,00 | 6,82 | 7,88 | 15,63 | | | | | 9,00 | 10,07 (11) |
| Noruega | 1,00 | 6,82 | 7,88 | 15,63 | 9,40 | | | | | 8,15 (10) |
| Reino Unido | 9,50 | 6,82 | 7,88 | 12,25 | 9,40 | 2,29 | 8,07 | 8,07 | 5,00 | 7,70 (7) |
| Suecia | 6,50 | 6,82 | 7,88 | 4,38 | 9,40 | | | | | 7,00 (4) |
| Suiza | 19,00 | 18,47 | 17,94 | 8,31 | 18,40 | 15,79 | 17,07 | 15,79 | | 16,35 (18) |
| Estados Unidos | 16,00 | 12,65 | 14,76 | 8,31 | 16,00 | 15,79 | 17,07 | 17,71 | | 14,79 (17) |

Leyenda (ver Anexo): CK(L), CK(T), CK(Q)=Cukierman (1992), según diversos criterios; ES=Eijffinger & Schalling (1993); BP=Bade & Parkin (1988); A=Alesina (1983); GMT(P), GMT(E)=Grilli, Masciandaro, Tabellini (1991); Haan & Sturm (1992).

Las celdas sombreadas corresponden con el mayor y menor valor de cada índice. El paréntesis indica el orden de cada país en la medida MEDIA.

### 3.1.2. PERSISTENCIA EN EL DESEMPLEO Y NAIRU

Las medidas de persistencia del desempleo y de desempleo estructural se derivan de las series de desempleo y de inflación de cada país. El desempleo estructural se corresponde con la estimación de la NAIRU y la medida de persistencia se realiza a través de la estimación del proceso ARMA(p,q) que siguen los incrementos del desempleo. Estas medidas se concretan en las siguientes regresiones:

$$\textit{Persistencia:}\quad \Delta u_t = \lambda_0 + \sum_{i=1}^{p} \psi_i \, \Delta u_{t-i} + \sum_{j=0}^{q} \lambda_j \in_{t-j} \tag{7}$$

$$\textit{NAIRU:}\quad \Delta \pi_t = \mu_0 - \sum_{i=1}^{r} \beta_i \, u_{t-i} + \upsilon_t \tag{8}$$

regresiones que, como podemos ver, guardan cierta analogía. A continuación justificaremos estas ecuaciones.

#### PERSISTENCIA

Una serie muestra persistencia cuando un shock en un período influye en el nivel de la misma durante varios períodos de tiempo. Para medir este concepto usaremos la función de ganancia propuesta por Campbell y Mankiw (1987, 1988). Existen otras medidas de persistencia aunque por su similitud analítica con la medida de NAIRU escogemos ésta.[7]

Supongamos que la serie $x_t$ contiene una raíz unitaria, su representación en forma ARMA sería:

$$\Psi(L)\Delta x_t = \gamma_0 + \gamma(L)u_t \tag{9}$$

lo que expresado en forma MA resultaría:

$$\Delta x_t = \Psi^{-1}(L)\gamma_0 + \Psi^{-1}(L)\gamma(L)u_t = \mu + \sum_{j=0}^{\infty} \phi_j \in_{t-j} \tag{10}$$

donde $\psi^{-1}(L)\gamma_0 = u$ y $\psi^{-1}(L)\gamma(L) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j$

De la ecuación (10) se deduce que el impacto de un shock en el período t (donde el shock viene representado por $\varepsilon_t$) en el nivel de la

[7] Una comparación de las distintas medidas y de las ventajas e inconvenientes que presenta cada una se encuentra en Alberola et al.(1998).

serie en el período t+k vendrá dado por $\Sigma\phi_k$ (ya que $\varepsilon_t$ habrá afectado al incremento de la serie en t,t+1,t+2,...,t+k) , por tanto , el impacto a largo plazo de un shock en un determinado período de tiempo será recogido por la función de ganancia del incremento de la serie $\phi(1)$, donde:

$$\Phi(1) = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_j \qquad (11)$$

Si la serie no muestra persistencia (e.g. ruido blanco) la función de ganancia estará próxima a 0 mientras que si la serie muestra persistencia (e.g. paseo aleatorio) la función de ganancia estará próxima a 1, si la serie tuviese más de una raíz unitaria la función de ganancia tendería a infinito.

Empíricamente nuestro procedimiento consistirá en identificar el proceso ARMA(p,q) óptimo de la ecuación (7), y con las estimaciones de los parámetros obtener una estimación de la función de ganancia $\phi(1)$.[8]

## NAIRU

La Tasa Natural de desempleo o NAIRU ($\bar{u}$) es un concepto de desempleo de equilibrio e implica que las desviaciones históricas del nivel de desempleo sobre la misma solo pueden conseguirse a través de incrementos (no esperados) de la inflación (de ahí el acrónimo NAIRU, non-accelerating inflation rate of unemployment). Esta definición se refleja a través de la siguiente regresión dinámica:[9]

$$\Delta\pi_t = -\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \, (u_{t-i} - \bar{u}) + \upsilon_t \qquad (12)$$

dado que la estimación de esta ecuación resultaría no lineal en los parámetros podemos reagrupar términos y obtener la siguiente ecuación a estimar:

$$\Delta\pi_t = \mu - \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \, u_{t-i} + \upsilon_t \qquad (12)$$

---

[8] La identificación y estimación del proceso ARIMA subyacente se ha realizado de forma automática con el paquete estadístico TRAMO.(Gómez y Maravall (1988)).

[9] Un ejemplo de este procedimiento tradicional de estimar la NAIRU puede encontrarse en Staiger et al. (1997).

donde $\mu = \bar{u} / \sum_{i=1}^{r} \beta_i$, ecuación que puede ser estimada por MCO y de la cual obtenemos directamente una estimación de la NAIRU.[10]

Tanto en el caso de la NAIRU como en el de la inflación es difícil aceptar su constancia o incluso su posible estacionariedad. Sin embargo en el contexto de regresión cruzada que estamos empleando, en el que utilizamos un dato por país, creemos que la NAIRU, aproximada como lo hemos hecho, y la media de inflación, constituyen indicadores válidos para identificar la diferencia en el nivel de ambas variables entre países, que es lo que perseguimos.

**CUADRO 2. INFLACION, NAIRU Y PERSISTENCIA**

| | INFLACION | NAIRU | PERSISTENCIA |
|---|---|---|---|
| ESPAÑA | 12,5 | 13,9 | 5,7 |
| REINO UNIDO | 10,2 | 8,6 | 5,1 |
| IRLANDA | 10,6 | 18,0 | 3,8 |
| ALEMANIA | 3,7 | 2,7 | 3,3 |
| BELGICA | 5,9 | 7,8 | 3,2 |
| DINAMARCA | 7,8 | 7,7 | 3,0 |
| CANADA | 7,3 | 8,0 | 2,9 |
| EEUU | 6,5 | 6,9 | 2,8 |
| HOLANDA | 4,5 | 6,3 | 2,7 |
| FINLANDIA | 9,0 | 2,3 | 2,5 |
| AUSTRALIA | 9,3 | 5,7 | 2,2 |
| FRANCIA | 8,0 | 8,2 | 2,0 |
| SUECIA | 8,7 | 2,4 | 1,9 |
| LUXEMBURGO | 5,5 | 1,5 | 1,7 |
| AUSTRIA | 4,8 | 1,5 | 1,5 |
| NORUEGA | 7,9 | 2,9 | 1,3 |
| ITALIA | 12,2 | 8,3 | 1,1 |
| JAPON | 5,5 | 0,6 | 1,0 |
| SUIZA | 4,0 | 0,6 | 0,0 |

El Cuadro 2 muestra las medidas obtenidas para la NAIRU, persistencia e inflación. Hemos comparado las medidas obtenidas para la NAIRU con otras estimaciones, como las realizadas por la OCDE o la

[10] El número de retardos elegido se ha efectuado en función de la significatividad de los mismos. Por otro lado en algún caso se ha encontrado significativa la segunda crisis del petróleo como ruptura estructural en cuyo caso se ha incluido una ficticia recogiendo este hecho.

media de desempleo y los resultados muestran bastante similitud. Por otro lado, en Alberola et al. (1997) se realiza un análisis comparativo de las medidas de persistencia aquí empleada con otras medidas y los resultados no muestran diferencias relevantes.

## *3.2. Resultados*

La contrastación empírica del modelo extendido requiere un análisis multivariante en el que la inflación aparece como variable a explicar y el grado de independencia del bancos centrales, la NAIRU y el grado de persistencia en el desempleo aparecen como regresores. La posibilidad de hacer inferencias a partir del análisis econométrico resulta dificultada por las altas correlaciones entre los mencionados regresores, que aparecen en el Cuadro 3. Debido a esto, hemos optado por comenzar el análisis a partir de un análisis univariante sobre cada una de las variables, para pasar luego a extender el modelo y contrastarlo empíricamente. Esta estrategia también nos permitirá interpretar los resultados adecuadamente.

**CUADRO 3.**
**CORRELACIONES INDEPENDENCIA-PERSISTENCIA-NAIRU**

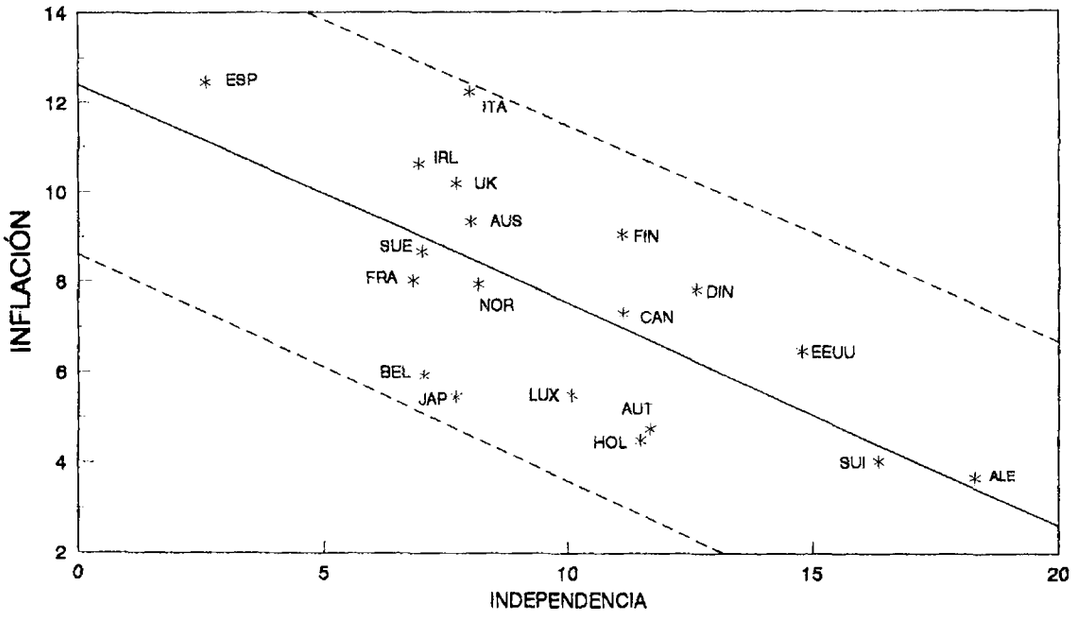
| | Independencia | NAIRU | Persistencia |
|---|---|---|---|
| Independencia | 1 | 0,47 | 0,31 |
| NAIRU | | 1 | 0,69 |
| Persistencia | | | 1 |

Antes de pasar a describir los resultados conviene realizar una serie de comentarios acerca de la naturaleza de los datos empleados en las regresiones. En primer lugar, que cada una de las medidas está sujeta a importantes limitaciones; tanto la media de inflación como la NAIRU sólo pueden constituir una aproximación muestral, debido a las características de las series; las medidas de persistencia tampoco están exentas de problemas; asimismo a los problemas asociados a la medida de independencia hay que añadir que es una medida de naturaleza ordinal, que será comparada con dos medidas cardinales. En segundo lugar, al tratarse de un análisis de sección cruzada contamos con pocas observaciones (19 en total). Ambos factores invitan a ser muy cautos a la hora de interpretar nuestros resultados estadísticos.

## 3.2.1. ANÁLISIS UNIVARIANTE

En el Gráfico 1 representamos la media de inflación de cada país y el índice de independencia para los países de nuestra muestra, junto con la recta de regresión (MCO) y las correspondientes bandas de confianza al 95%. Resulta especialmente relevante la ausencia de países atípicos y el claro signo negativo de la regresión, como prevé la teoría. En la parte inferior del gráfico hemos representado los resultados, coeficientes estimados, t-ratio y $R^2$ corregido de la citada regresión (a lo largo del trabajo siempre que mencionemos el $R^2$ nos estamos refiriendo al corregido por los grados de libertad). Destaca el elevado $R^2$ y la alta significatividad de la independencia del Banco Central a la hora de explicar el nivel de inflación de cada país.

GRAFICO 1
**INFLACION-INDEPENDENCIA**



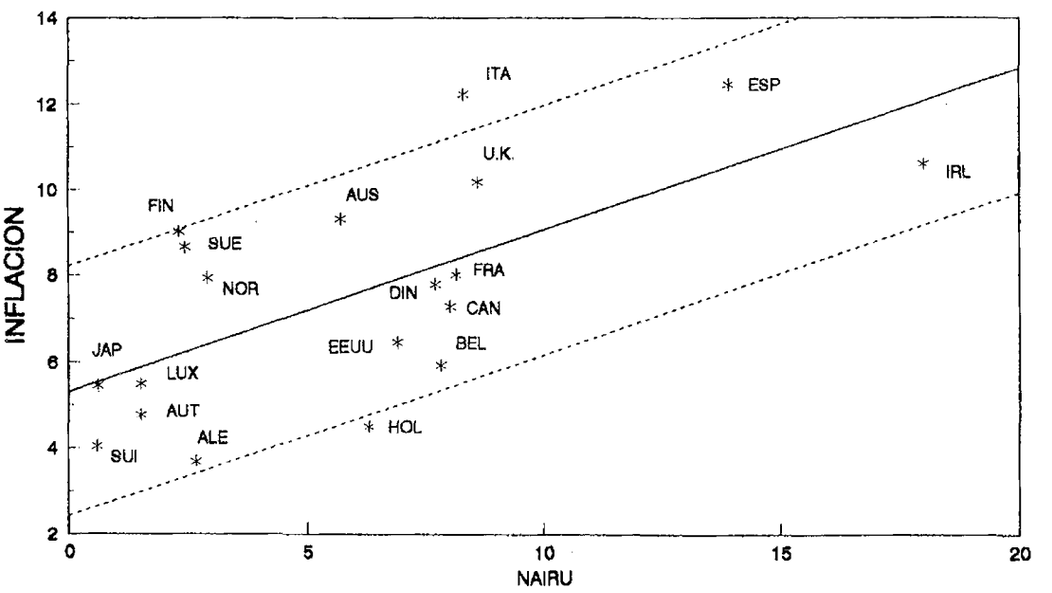

$$\underset{(-4,09)}{\Pi_i = 12,39 - 0,48\ BCI_i} + u_i \qquad \bar{R}^2 = 0,46$$

En el Gráfico 2 se representa del mismo modo la relación positiva inflación y NAIRU —nuestra definición de $\bar{u}$—, tal como predice el modelo, y que también resulta ser muy robusta, como se infiere del alto valor del estadístico y del $R^2$. Este resultado es digno de destacar puesto que anteriormente no se había considerado la relación entre ambas variables[11], a pesar de que en el modelo Barro-Gor-

[11] Una excepción parcial es Alesina & Summers (1983) quienes, usando la media del desempleo en el período no encuentran una correlación clara entre inflación y desempleo.

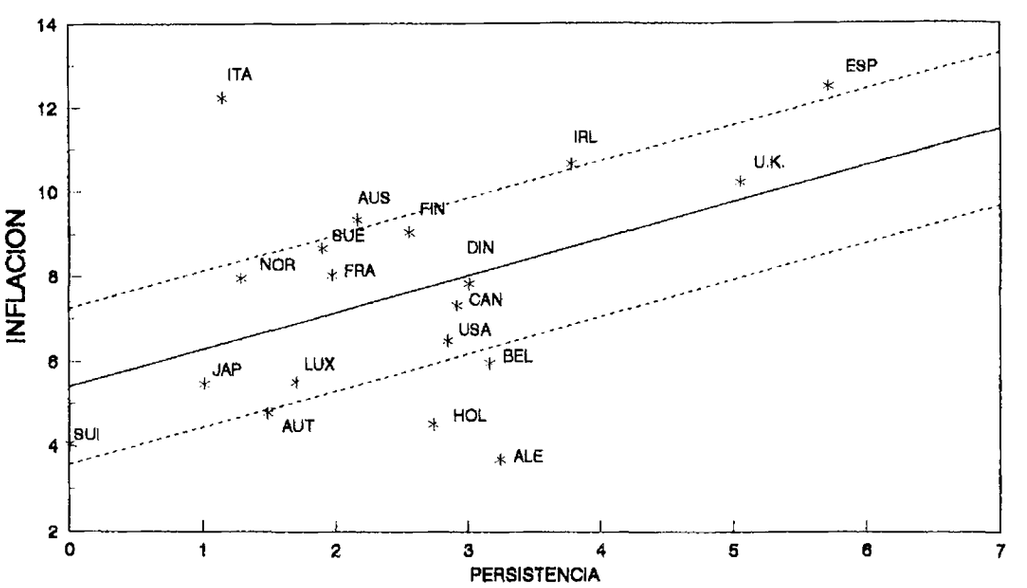
don básico el sesgo inflacionista es simplemente el producto entre $\lambda$ y $\bar{u}$.

GRAFICO 2
**INFLACION-NAIRU**




$$\Pi_t = 5{,}31 + 0{,}37\ NAIRU_t + u_t \qquad \bar{R}^2 = 0{,}39$$
$$(3{,}56)$$

GRAFICO 3
**INFLACION-PERSISTENCIA**




$$\Pi_t = 5{,}41 + 0{,}86\ \Theta_t + u_t \qquad \bar{R}^2 = 0{,}15$$
$$(2{,}07)$$

Por último, en el gráfico 3 se muestra la relación entre inflación y persistencia. El signo es positivo como predice el modelo, aunque el parámetro esté en el límite de la significatividad, a diferencia de los

anteriores. Por lo tanto, en términos relativos la persistencia ofrece un vínculo bastante débil con la inflación, reflejado en un bajo $R^2$. Destaca también la existencia en este caso de importantes países atípicos como Alemania y Holanda, cuya inflación sería menor que la implicada por su alto grado de persistencia, o Italia, que representa el caso opuesto.[12]

### 3.2.2. MODELO MULTIVARIANTE

El objetivo principal de nuestro ejercicio es comprobar si el modelo de Barro y Gordon ampliado con persistencia en el desempleo permite explicar mejor la inflación que el modelo simple, que considera sólo la independencia y la NAIRU. El resultado de regresar la inflación sobre el grado de independencia y la NAIRU es:

$$\pi_i = 9{,}63 - 0{,}35\ BCI_i + 0{,}23\ \bar{u}_i \qquad R^2 = 0{,}57$$
$$(-2{,}91) \qquad (2{,}34)$$
$$LR_1 = 5{,}63\ (,02)$$
$$LR_2 = 8{,}07\ (,01)$$

Observamos que en este modelo ambas variables son significativas y permite explicar una parte sustancialmente mayor del nivel de inflación que cuando tomamos las variables por separado. Para contrastar la validez de este modelo respecto a los anteriores se consideran los estadísticos $LR_1$ y $LR_2$, el ratio de verosimilitud entre el modelo ampliado y los modelos que toman como regresores únicos BCI y NAIRU, respectivamente. Una significatividad menor que 0,05 (entre paréntesis) implica que el modelo bivariante no puede ser rechazado al 95% de significatividad. A pesar de estos resultados, cabe observar que los estadísticos t disminuyen sensiblemente su valor. Esto es debido a que la correlación entre ambos regresores es relativamente elevada (0,47), tal como se observa en el Cuadro 3.

¿Qué ocurre cuando introducimos el grado de persistencia en la regresión? El modelo sería validado por los datos si, al considerar la persistencia, el poder explicativo de la regresión —medido por el $R^2$ corregido— mejorara sensiblemente respecto a la regresión anterior. Sin embargo:

---

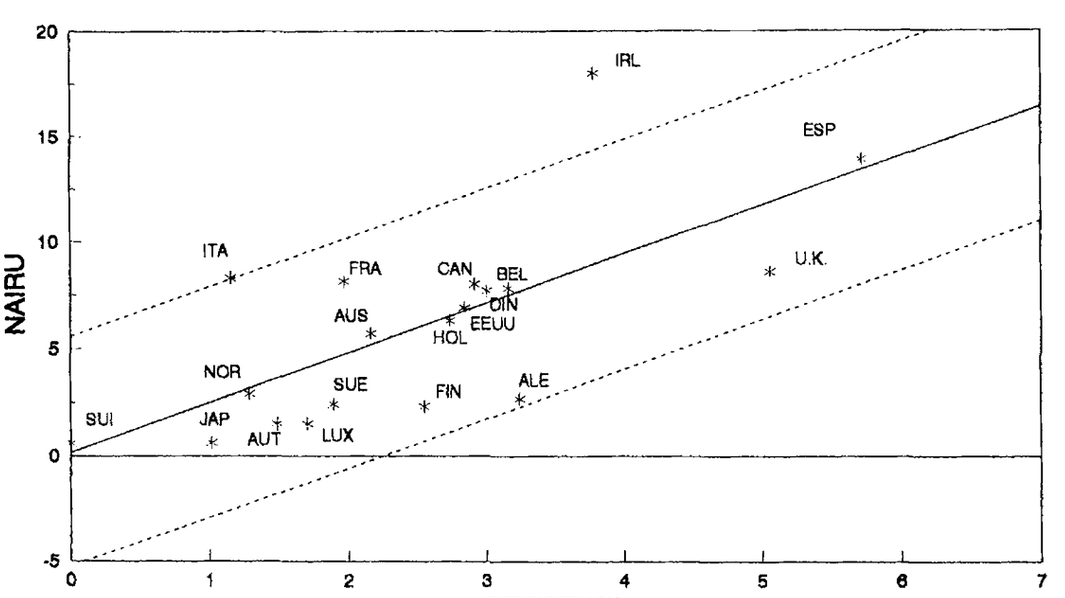
[12] Como señalábamos anteriormente, en el caso de Alemania y por extensión Holanda, su aversión a la inflación es tan alta que es de esperar que su comportamiento esté menos ligado a las características del mercado de trabajo.

$$\pi_i = 9{,}63 - 0{,}35\, BCI_i + 0{,}23\, \bar{u}_i - 0{,}0013\, \theta_i \qquad R^2 = 0{,}55$$
$$(-2{,}81) \quad (1{,}72) \quad (-0{,}003) \qquad LR = 0{,}00\ (0{,}99)$$

es decir, la persistencia resulta no ser en absoluto significativa y el $R^2$ disminuye ligeramente. La ratio de verosimilitud (LR) confirma este resultado: el modelo extendido resulta claramente rechazado.

A pesar de que la relación entre el grado de persistencia, considerado individualmente, y la inflación es significativa, tal como veíamos en el gráfico 2, cuando se añade a un modelo multivariante, no aporta nada estadísticamente. La razón es la alta correlación del grado de persistencia con el índice de independencia (0,31) y con la NAIRU (0,69), que pueden generar problemas de multicolinearidad en la regresión.[13] De hecho, si regresamos el grado de independencia sobre $\theta$, podríamos observar que la relación es estadísticamente significativa.[14] No obstante, los problemas severos de colinearidad son debidos a la elevada correlación con la NAIRU. El gráfico 4 nos muestra cómo, efectivamente, la relación entre NAIRU y persistencia es muy robusta.

GRAFICO 4
**NAIRU-PERSISTENCIA**




$$NAIRU_i = 0{,}17 + 2{,}32\, \theta_i + u_i \qquad \bar{R}^2 = 0{,}45$$
$$(4{,}00)$$

La alta correlación entre persistencia y NAIRU se deriva de nuestro modelo teórico, especialmente en un período como el de análisis, mar-

[13] La corrección de la colinealidad con el uso de *ridge regression* apenas modifica los resultados.
[14] Los resultados de esta regresión se pueden consultar en Alberola et al. (1997).

cado por perturbaciones negativas sobre el desempleo.[15] La alta persistencia del desempleo (histéresis) supone en el contexto de nuestro modelo que los desempleados, llevados por el desánimo y por su reducido poder dentro del sindicato, abandonen su afiliación sindical a medio plazo, incrementando el desempleo estructural y la NAIRU.[16]

Por lo tanto, en términos estadísticos la extensión del modelo para considerar la persistencia del desempleo no permite explicar mejor el proceso inflacionista. No obstante, la razón para el rechazo del modelo extendido no es la falta de relación entre persistencia e inflación, sino el hecho de que la alta correlación entre la persistencia con el grado de independencia y, especialmente con la NAIRU, afecta a la regresión multivariante.

## 4. CONCLUSIONES

La introducción de persistencia en el desempleo y de la NAIRU en la evaluación empírica del modelo de Barro-Gordon permite considerar conjuntamente las dos fuentes fundamentales del proceso inflacionista: las instituciones monetarias y las características del mercado de trabajo.

El modelo de política monetaria que hemos utilizado en este trabajo revela que el sesgo inflacionista depende fundamentalmente del grado de persistencia y de la NAIRU. La instauración de un banco central independiente puede permitir la reducción del sesgo inflacionista, pero no su eliminación, puesto que, como hemos mencionado, ni siquiera un Banco Central absolutamente independiente se despreocuparía totalmente por el desempleo. De aquí se deduce que la eliminación del sesgo inflacionista en la economía no sólo requiere dotar al Banco Central de independencia sino también abordar las reformas pertinentes en el mercado de trabajo para moderar sus rigideces y reducir de este modo el desempleo estructural y su persistencia.

---

[15] Si comparamos la curva de Phillips que aparece en (2) con la estimación de la NAIRU en (8), es inmediato comprobar que valores elevados de $\theta$ implican que $\beta$ también toma valores elevados. Puesto que $u=\mu \sum_{i=1}^{r} \beta_i$ es evidente que la tasa de desempleo estructural esta positivamente relacionada con el grado de de persistencia.

[16] Hubiera sido quizás deseable tomar en consideración un período con menor incidencia de perturbaciones negativas, de tal modo que la correlación generada fuera, a priori menor. Sin embargo, la mencionada subordinación del período de análisis a una estructura estable de los bancos centrales y la necesidad de un número suficiente de observaciones para medir la persistencia nos han disuadido de subdividir la muestra.

La contrastación empírica del modelo ampliado ha resultado ser, sin embargo, insatisfactoria. La consideración de la persistencia en el desempleo no permite explicar significativamente mejor la inflación que cuando contemplamos el grado de independencia del banco central junto a la NAIRU. Estas variables permiten explicar de un modo robusto la inflación, tanto tomadas individualmente como, especialmente, si se toman de modo conjunto.

El modelo asume implícitamente que las variables explicativas de la inflación son independientes entre sí. Sin embargo, es razonable pensar que la persistencia y la NAIRU están positivamente correlacionadas, puesto que ambas reflejan las rigideces del mercado de trabajo. Esta correlación por sí misma impide validar estadísticamente el modelo extendido.

No obstante, también hemos mostrado que existe una significativa correlación entre el grado de independencia del Banco Central y la persistencia en el desempleo y la NAIRU. Este resultado resulta novedoso y permite suscitar interesantes cuestiones normativas. Más concretamente, podríamos pensar que efectivamente existe una relación entre las características institucionales de la política monetaria y las rigideces en el mercado de trabajo. En otras palabras, deseamos subrayar que los mecanismos de ajuste en el mercado laboral pueden no ser ajenos a la capacidad del Gobierno a generar sorpresas inflacionistas.

Para desarrollar esta hipótesis, es conveniente recordar que la persistencia en el desempleo puede ser contemplada como una consecuencia de la rigidez de los salarios reales, que viene, a su vez, determinada por los mecanismos institucionales subyacentes en el mercado de trabajo (en nuestro caso la co-existencia de *insiders* y *outsiders*). Por otro lado, como hemos mencionado, una alta persistencia en un contexto de perturbaciones negativas sobre el desempleo genera un incremento de la NAIRU. Con estas relaciones en mente podemos dar dos interpretaciones diferentes a la correlación observada entre independencia y rigideces en el mercado de trabajo:

Por una parte, podríamos pensar que cuánto menor sea el grado de independencia del Banco Central mayor será la reticencia de los trabajadores a flexibilizar los mecanismos de formación de los salarios —y, por lo tanto, a que se reduzca la persistencia en el desempleo—, puesto que el Gobierno podría aprovechar la mayor flexibilidad para recortar los salarios reales con el fin de crear empleo. La respuesta racional de los sindicatos es la de protegerse ante esta esperada variabilidad a través de unos salarios reales más rígidos.

Visto desde el punto de vista contrario, también podría pensarse que cuánto más rígidos sean los salarios reales, menor es el incentivo que tienen los Gobiernos a ceder el control de la política monetaria a un Banco Central independiente; ante la incapacidad que tienen los mercados de trabajo de ajustarse por sí mismos vía precios, la inflación no anticipada resulta un instrumento útil para reducir el desempleo en el corto plazo, al que no se desea renunciar.

Discernir cuál es el sentido de la causalidad no es una cuestión inocua, desde el punto de vista normativo, puesto que nos permite evaluar la efectividad en términos de inflación de ceder la soberanía monetaria a un banco central independiente. Lamentablemente, nuestros datos de sección cruzada no nos permiten inclinarnos por una u otra interpretación.

La interpretación más favorable sería la siguiente: si el cambio institucional en el Banco Central induce cambios en el mercado de trabajo, la reducción de la inflación sería acompañada por una menor rigidez salarial, una menor persistencia en el desempleo y, previsiblemente, una reducción de la NAIRU, lo que incrementaría aún más las ganancias en el frente inflacionista. De este modo, dejaríamos de argumentar que la cesión de credibilidad es una estrategia subóptima, ya que la misma induciría el ajuste óptimo en el mercado de trabajo.

Por el contrario, si el sentido de la causalidad fuera el inverso, la instauración Banco Central independiente seguiría siendo una estrategia subóptima y las ganancias en inflación serían menores, si no va acompañada de reformas que eliminen los mecanismos inflacionistas latentes en el mercado de trabajo.

## APENDICE

### *Independencia del Banco Central*

Como señala Fernández de Lis (1996) la construcción de índices de independencia de los Bancos Centrales tropieza en la práctica con grandes dificultades:

— En primer lugar, el concepto de independencia no tiene unos contornos claramente definidos, lo que supone que las medidas van a depender de la definición a que nos acojamos.

— En segundo lugar, la interpretación y estandarización de cuestiones legales en la que se basan los índices y su posterior agregación está sujeta a un alto grado de subjetividad.

— Por último, se han de elegir períodos con un cierto grado de estabilidad en cuanto a las cuestiones legales que afectan al Banco Central, pero lo suficientemente amplio para que tengan relevancia empírica.

A pesar de estos problemas algunos autores han elaborado medidas de independencia para utilizarlas en estudios empíricos. Los principales aspectos en que se han basado las distintas medidas de independencia pueden agruparse en:

1.—Cuestiones relacionadas con la independencia legal o estatutarias. Dentro de éstas, podemos distinguir por un lado aquellas que harían referencia a la independencia política (dependencia formal del Banco Central, objetivos, rasgos de los órganos de gobierno etc.), y aquellas relativas a la independencia económica (todo lo relacionado con la financiación al gobierno).

2.—Cuestiones relacionadas con la independencia real, que intentan cuantificar en que medida el Banco Central es más o menos independiente en la práctica de lo que dicen sus estatutos.

A continuación describimos brevemente los índices más utilizados:

## BADE & PARKIN (1988) [BP]

Aspectos que contempla:

- ¿Es el Banco Central la autoridad monetaria última?
- ¿Hay representantes del gobierno en el consejo del Banco?
- ¿Existen nombramientos fuera del control del gobierno?

Cada cuestión puede tomar dos valores, lo que da seis posibles combinaciones. Todas las entradas ponderan lo mismo.

Analiza el período 1972-1986 para 12 países.

## ALESINA (1989) [A]

Utiliza los tres criterios de Bade & Parkin y añade un cuarto:

- ¿Está el Banco Central obligado a comprar deuda del Tesoro a corto plazo?

Esta cuestión también puede tomar dos valores y entra en la medida con la misma ponderación que las tres anteriores.

Analiza el período 1972-1986 para 17 países.

## GRILLI, MASCIANDARO & TABELLINI (1991) [GMT]

Elaboran dos medidas, una que intenta medir la independencia política [GMT(P)] y otro la independencia económica [GMT(E)].

El grado de independencia política se determina utilizando ocho criterios:

- ¿Está el gobernador designado por el Parlamento?
- ¿Es su nombramiento superior a 5 años?
- ¿Está todo el Consejo nombrado por el Gobierno?
- ¿Está el Consejo nombrado por más de 5 años?
- ¿Existe obligación de que el gobierno este representado en el Consejo?
- ¿Es necesaria la aprobación de la política monetaria por parte del gobierno?
- ¿Existe un requerimiento estatutario que indique que el Banco debe perseguir la estabilidad de precios como objetivo?
- ¿Existen disposiciones legales que aclaren la posición del Banco en caso de conflicto con el Gobierno?

El índice de independencia económica se basa en otros ocho criterios:

- ¿Existen facilidades de crédito automáticas?
- ¿Se aplica a las facilidades de crédito directas los tipos de interés del mercado?
- ¿Estas facilidades son temporales?
- ¿Existen límites a las mismas?
- ¿Participa el Banco Central en el mercado primario de deuda pública?
- ¿Está el tipo de descuento determinado por el Banco Central?
- ¿Está incluida la supervisión bancaria entre las funciones del Banco Central?
- ¿Es la supervisión bancaria asunto exclusivo del Banco?

Cada entrada puede tomar dos valores y a todas se les asigna la misma ponderación en ambos casos.

Analiza el período 1950-1989 para 18 países.

## CUKIERMAN (1992) [CUK]

Cukierman elabora tres medidas, la primera intenta medir la independencia legal [CUK(L)] y las otras dos las desviaciones entre la independencia legal y la real [CUK(Q),[CUK(T)].

El índice de independencia legal de Cukierman se basa en cuatro grupos de características legales representadas por unas variables que toman valores entre 0 y 1:

1. El nombramiento, revocación y período de mandato del gobernador:
   - ¿Cuál es el período de mandato?
   - ¿Quién nombra al gobernador?
   - ¿Quién revoca al gobernador?
   - ¿Puede el gobernador realizar otras tareas en el gobierno?
2. Formulación de la política:
   - ¿Quién formula la política monetaria?
   - ¿Quién tiene la ultima palabra en caso de conflicto?
   - ¿Cuál es el papel del Banco en el proceso presupuestario del Estado?
3. Objetivos del Banco Central.
4. Limitaciones en la capacidad del Banco Central para prestar al sector público:
   - Límites a los anticipos
   - Límites al crédito a través de títulos
   - Términos del préstamo
   - Potenciales prestatarios del Banco
   - Definición de estos límites
   - Vencimiento de los créditos
   - Tipo de interés a aplicar
   - Prohibición al Banco Central de participar en el mercado primario de Deuda del Estado.

La segunda medida refleja la rotación del gobernador. Se trata de medir la diferencia entre la duración legal del mandato y la duración real.

La tercera medida está basada en las respuestas de especialistas en política monetaria en los respectivos países a un cuestionario para identificar factores que induzcan divergencias entre lo que dice el estatuto del Banco Central que debe ser la política monetaria y la practica real.

Las cuestiones que se incluyen en dicho cuestionario son :

- Solapamiento del mandato con el gobierno
- Limitaciones al préstamo al gobierno en la practica
- Resolución de conflictos
- ¿Quién determina el presupuesto del banco central?

• ¿Quién determina los salarios de los altos cargos y la distribución de beneficios?

• ¿Hay objetivos de crecimiento de la cantidad de dinero?

• ¿Hay objetivos de tipos de interés formales o informales?

• ¿Cuál es la prioridad efectiva asignada a la estabilidad de precios?

• ¿Funciona el Banco Central como un banco de desarrollo que concede créditos a tipos subvencionados?

Tanto para el índice de independencia legal como para el basado en el cuestionario Cukierman plantea dos medidas, una en la que todos los puntos entran con la misma ponderación y otra en la que las ponderaciones son distintas.

Período de análisis:

• El índice legal así como el de rotación están elaborados para el período 1950-1989 así como para cuatro subperíodos: 1950-59, 1960-71, 1972-79 y 1980-89.

• El índice basado en el cuestionario hace referencia únicamente al ultimo subperíodo (1980-89).

Numero de países que incluye:

• El índice legal está elaborado para 68 países.

• El índice de rotación para 58 países.

• El índice basado en el cuestionario 24 países.

## HAAN & STURM (1992) [HS]

Aspectos que contempla:

• Esta medida está basada en el numero total de entradas en GMT (independencia política y económica) eliminando aquellas entradas relacionadas con la supervisión del sistema bancario.

Modo de computarlos: Utiliza las mismas ponderaciones.

Analiza el período 1959-1989 para 18 países.

## EIJFFINGER & SCHALLING (1993) [ES]

• Se trata de un índice asimétrico en el sentido de que la primera cuestión toma tres posibles valores y las dos restantes solo pueden tomar dos:

• ¿Es el Banco Central el único responsable de la política monetaria? ¿Es ésta responsabilidad compartida ó no tiene ninguna influencia en la misma?

• ¿Hay representantes del gobierno en el Consejo del Banco?

• ¿Esta más de la mitad del Consejo nombrado independientemente del gobierno?

Analiza el período 1950-89 para en un primer estudio 12 países, en un estudio posterior realizado por Eijffinger & Van Keulen (1995) se amplia el numero de países para los que se calcula esta medida en 11.

En vista de la variedad de criterios que contempla cada índice nos proponemos elaborar un índice de índices que recoja en cierto modo los distintos aspectos que contempla cada índice individualmente. A la hora de elaborar esa medida, nos encontramos con una serie de problemas en la práctica, como son el de que las distintas clasificaciones tengan criterios y escalas diferentes, o la diferente cobertura en cuanto a países de los distintos índices.

Teniendo en cuenta estos problemas, los pasos que hemos seguido en la elaboración de nuestra medida son los siguientes:

1.—Para cada una de las medidas de independencia, tomamos los valores originales que asigna a los países que integran nuestra muestra, los ordenamos de menos a más independiente, y sustituimos los mismos por su número de orden, de tal modo a una mayor independencia le corresponda un número mayor. Es frecuente que varios países aparezcan con el mismo valor, pues normalmente se trata de medidas discretas que pueden tomar menos valores que numero de países integran la muestra. En este caso, siguiendo el trabajo de Fernández de Lis, se les asigna a todos ellos el valor de la mediana del intervalo que forman en la clasificación.

2.—El número de países contemplados en cada medida puede ser diferente, por lo que vamos a tener rangos distintos para las distintas medidas. Esto puede provocar sesgos a la hora de elaborar una medida agregada, en el sentido de que países que se encuentren en los últimos lugares tengan un sesgo hacia lugares anteriores por el solo hecho de aparecer en clasificaciones con menor cobertura de países. Para evitar esto hemos homogeneizado las medidas de forma que todas ellas tengan el mismo rango que irá de 1 a N, siendo N el número total de países que entran en nuestra muestra. El modo de hacer esta transformación es el siguiente:

Sea $n_i$ el número de países de nuestra muestra para los que tenemos la medida i. Cada medida tomará valores de 1 a $n_i$ aunque en la práctica esto sólo será así cuando no haya países que tomen el mismo valor. De este modo, si la medida i que toma valores $\hat{v}_{ij}$, $j=1,\ldots,n_i$, con

intervalos de amplitud unitaria, los valores del índice reescalado, $\hat{v}_{ij}$ tomará valores entre 1 y N en intervalos de amplitud $d_i$ donde:

$$d_i = (N-1)/(n_i-1)$$

de tal modo que:

$$\hat{v}_{ij} = 1+d_j(v_{ij} -1)$$

donde se verifica

$$v_{ij} = 1 \rightarrow \hat{v}_{ij} = 1;\ v_{ij} = n_i \rightarrow \hat{v}_{ij} = N;\ 1 \leq \hat{v}_{ij} \leq N$$

y la distancia entre cada valor (dada por $d_i$) es constante.

3.—Calculamos la media simple de las distintas medidas homogeneizadas.

## REFERENCIAS


ALBEROLA, E. (1998). «Es más benigna una Unión Monetaria cuando el desempleo muestra persistencia», Económica, Universidad de la Plata, Argentina.

ALBEROLA, E. J. M. MARQUES, A. SANCHIS (1997) Persistencia en el desempleo, independencia de los bancos centrales y su relación con la inflación, Banco de España, Documento de Trabajo 9725.

ALESINA, A. y L. H. SUMMERS (1993): «Central bank independence and macroeconomic performance: some comparative evidence», *Journal of Money, Credit and Banking*, May.

ALESINA, A. (1989): «Politics and business cycles in industrial democracies», *Economic Policy*, n.º 8.

ALOGOSKOUFIS, G. S. y A. MANNING (1988). «On the persistence of unemployment», *Economic Policy*.

BADE, R. y M. PARKIN (1988): «Central Bank laws and monetary policy». Working Paper, University of Western Ontario, October.

BARRO, R. y D. GORDON (1983), «Rules Discretion and Reputation in a Model of Monetary Policy», *Journal of Monetary Economics*, 12:101-122.

BEVERIDGE, S. y C. R. NELSON (1981) «A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with particular attention to measurement of the "Business Cycle"», *Journal of Monetary Economics*, n.º 7, 151-74.

BLANCHARD, O. y L. SUMMERS (1986). «Hysteresis and the European unemployment problem». *NBER Macroeconomics Annual. MIT.*

BLANCHARD, O. y J. F. JIMENO (1995), «Structural unemployment: Spain vs. Portugal», *American Economic Review*, n.º 95.

BOX, G. E. P. y G. M. JENKINS (1976) *Time Series Analysis: Forecasting and Control.* Revised Edition, San Francisco: Holden Day.

CAMPBELL, J. Y. y N. G. MANKIW (1987) «Permanent and Transitory Components in Macroeconomics Fluctuations». *American Economics Review Papers and Proceedings*, n.º 77, 111-117

CAMPBELL, J. Y. y N. G. MANKIW (1988) «International Evidence on the Persistence of Economic Fluctuations», NBER Working Paper N.º 2498.

CAPIE, F. y G. WOOD (1991): «Central Banks and inflation: an historical perspective», Central Banking, Autumn 1990 (1.ª part) and Spring 1991 (2.ª part).

CLARK, P. K. (1987) «The cyclical Component of U.S. Economic Activity», *Quaterly Journal of Economics*, November.

COCHRANE, J. H. (1988) «How big is the random walk in GDP?», *Journal of Political Economy*, n.º 96, 893-920.

CUKIERMAN, A. (1992): *Central bank strategy, credibility and independence: theory and evidence*, The M.I.T. Press.

CUKIERMAN, A. (1996): «The Economics of Central Banking», Center for Economic Research n.º 9631. April .

EIJFINGER, S. y M. VAN KEULEN (1995): «Central bank indepedence in another eleven countries», *BNL Quarterly Review*, March .

EIJFINGER, S. y E. SCHALING (1993): «Central bank independence in twelve industrial countries», *Banca Nacionale del Lavoro Quarterly Review*, March .

EIJFINGER, S. y J. DE HAAN (1996): «The political economy of central-bank independence», *Special papers in international economics*, n.º 19, May .

FERNÁNDEZ DE LIS, S. (1996): «Classifications of central banks by autonomy: a comparative analysis». Banco de España Documento de trabajo n.º 9604.

GOMEZ, V. A. MARAVALL (1998): «Guide for Using the programs TRAMO and SEATS», Banco de España Documento de Trabajo 9805.

GRILLI, V. D. MASCIANDARO y G. TABELLINI (1991): «Political and monetary institutions and public financial policies in the industrial countries», *Economic Policy*, n.º 13, October.

HAAN, J. y J. E. STURM (1992): «The case for central bank independence», *BNL Quaterly Review*, Septiembre.

JONSSON, G. (1997) «Monetary Politics and Unemployment Persistence», *Journal of Monetary Economics*, Julio

KYDLAND, F. y E. PRESCOTT (1977) «Rules rather than discretion: the inconsistency of optimal plans», *Journal of Political Economy* 85, pp. 473-491.

LOCKWOOD, B. y A. PHILIPPOPOULOS (1994) «Insider Power, Unemployment Dynamics and Multiple Inflation Equilibria», *Economica* 61, 59-77.

MANGANO, G. (1996) «Measuring central bank independence: a tale of subjectivity and of its consecuences».

MILLS, T. C. (1993) *The Econometric Modelling of Financial Time Series*. Cambridge University Press.

NELSON, C. R. (1988) «Spurious Trend and Cycle in the State Space Decomposition of a Time Series with a Unit Root», *Journal of Economics Dynamics and Control*, n.º 12, 476-88.

ROGOFF, K. (1985). «The Optimal Degree of Commitment to an Intermediate Target». *Quarterly Journal of Economics* 100: 1169-1190.

STAIGER, D. J. H. STOCK, M. W. WATSON (1997), «The NAIRU, Unemployment and Monetary Policy», *Journal of Economic Perspectives*, v. 11, pp. 33-49.

WATSON, M. W. (1986) «Univarite Detrending Methods with Stochastic Trends» *Jornal of Monetary Economics*, n.º 18, 1-27

## ABSTRACT

In this paper we test an extended version of the Barro-Gordon model that takes into account unemployment persistence. As a first step we compute central bank independence, NAIRU and unemployment persistence in order to relate them to average inflation in several OECD countries. Our results show a strong relationship of inflation with central bank and with NAIRU which endorse theoretical priors. However, unemployment persistence does not seem to be robustly related to the level of inflation, invalidating the extended model. The reason is its high correlation with NAIRU but also with Central Bank independence; these correlations have interesting implications for the design of an antiflationary strategy.

# Algunos resultados sobre memoria de largo plazo en series bursátiles*

IGNACIO OLMEDA
**Dpto. de Fundamentos de Economía e Historia Económica**
**Universidad de Alcalá de Henares**

## 1. INTRODUCCION

Es un hecho bien conocido en la literatura financiera que los rendimientos bursátiles a menudo exhiben una dependencia de los rendimientos inmediatamente anteriores *(memoria de corto plazo).* Este hecho ha sido explicado repetidamente mediante hipótesis alternativas, como la falta de liquidez en la contratación de empresas pequeñas incluidas en un índice (Fisher, 1966), la negociación por agentes desinformados o la propia microestructura del mercado (Black, 1986).

Alternativamente, se ha postulado en fechas recientes que los rendimientos presentes están fuertemente influenciados no sólo por su pasado próximo, sino por su historia al completo. Este hecho se revelaría por ejemplo (y de hecho así sucede en el caso de algunas series financieras y macroeconómicas), en un lento decaimiento de la función de autocorrelación, incoherente con el decaimiento geométrico propio de un proceso estacionario de memoria de corto plazo, como los conocidos modelos autorregresivos de medias móviles. Informalmente, cuando se da tal tipo de dependencia en una serie temporal se suele decir que el proceso generador exhibe *memoria de largo plazo.*

*El autor agradece muy sinceramente los comentarios y sugerencias de Juan Francisco Jimeno y de dos evaluadores anónimos cuya cuidadosa lectura del trabajo permitió detectar varias erratas y mejorar la exposición. Los datos empleados fueron amablemente suministrados por Roberto Diego, de la Bolsa de Madrid. Este trabajo fue realizado durante una breve estancia en julio de 1994 en el Massachussetts Institute of Technology. Por último desearía agradecer la financiación recibida por el Consejo Social de la Universidad de Alcalá y la Fundación Caja de Madrid.

Las consecuencias teóricas que se derivarían de la existencia de memoria de largo plazo en los rendimientos son múltiples. Por ejemplo, en presencia de memoria de largo plazo los modelos de valoración de activos tradicionales como el CAPM, el APT o la propia Hipótesis de Eficiencia deben ser revaluados, no sólo por la evidencia negativa en su contra que aquélla representaría (el hecho de que cualquier precio pasado permita una mejora predictiva es inconsistente con el modelo de martingala de la Hipótesis de Eficiencia débil, en el sentido más estricto) sino también porque este tipo de dependencia invalida algunas de las herramientas inferenciales que sirven para su soporte (simplemente, el caso de observaciones dependientes puede requerir tamaños muestrales 250 veces mayores para alcanzar la misma varianza, Raftery, 1992, pp. 421).

Las implicaciones prácticas son también obvias. Por ejemplo, Mandelbrot (1971) demostró que bajo la existencia de memoria de largo plazo no es posible realizar un arbitraje perfecto, mientras que Hodges (1995) ha demostrado que cuando la persistencia es de cierta magnitud, es posible obtener beneficios esencialmente sin riesgo. Los modelos tradicionales para la valoración de derivados o la construcción de carteras óptimas dejarían de ser adecuados, convirtiéndose, tal vez, en una opción puramente operativa.

En todo caso, el estudio de los fenómenos de memoria de largo plazo, es notablemente más complejo que el de los fenómenos con memoria de corto plazo y goza de una justificación teórica mucho más débil. Tal vez la explicación más sólida es la proporcionada por Kaen y Roseman (1986) que amplían el trabajo anterior de Heiner (1983). La Hipótesis de Heiner sostiene que existe una brecha entre la dificultad de una decisión y el nivel de competencia del decisor. Cuando esta brecha es amplia, los inversores tenderán a seguir reglas predeterminadas que se traducirán en ciertas regularidades en los precios. Cuando esta es pequeña, tal comportamiento desaparecerá, resultando en un comportamiento impredecible de los precios. Más aún, puesto que el flujo de información al mercado es irregular, los patrones observados experimentarán repentinos cambios de dirección y la aparición de ciclos aperiódicos. En este sentido, la existencia de patrones cíclicos en una serie temporal, no justifica *per se* el empleo de herramientas no lineales como las utilizadas con profusión en la literatura financiera reciente, sino que su existencia puede ser debida a un Proceso Generador de Datos (PGD) subyacente lineal que exhiba memoria de largo plazo.

Por otra parte, los modelos capaces de generar memoria de largo plazo resultan también plausibles desde una perspectiva cuantitativa. Tal vez el ejemplo más conocido de esto sea el hecho de que la agregación de modelos de memoria de corto plazo (como los AR(1), tan utilizados en la modelización de comportamientos individuales), generan de una manera natural procesos que exhiben memoria de largo plazo (Granger, 1980). Puesto que el proceso observado es la agregación de procesos individuales, la plausibilidad de ciertas parametrizaciones del comportamiento individual es consistente con la observabilidad de la memoria de largo plazo del proceso agregado.

Finalmente, los modelos capaces de recoger el hecho de la persistencia o memoria de largo plazo, como los modelos ARFIMA o los movimientos fraccionales brownianos, poseen algunas características estadísticas sorprendentes (ciertas formas de autosimilitud) y que resultan ser compartidas por algunos fenómenos financieros, motivando también su estudio.

Sin embargo, la plausibilidad de la existencia de tal tipo de comportamiento pasa por su contrastación empírica y, como veremos, esta presenta numerosas objecciones que impiden extraer conclusiones definitivas. En el presente trabajo, ofrecemos evidencia en contra de la existencia de memoria de largo plazo en un número significativo de series bursátiles de activos que cotizan en el mercado de valores español así como en la serie del Indice General. Por otra parte, pondremos de manifiesto las debilidades de algunos contrastes de memoria de largo plazo muy utilizados en la literatura financiera, mostrando, en concreto, que los efectos de la eliminación de observaciones influyentes o la consideración de periodos muestrales diferentes hacen variar considerablemente los resultados. Por último mostraremos que, aún siendo cierto que las series muestran una memoria de largo plazo, ésta no explica completamente el rechazo de la hipótesis de martingala de las cotizaciones bursátiles.

El esquema del trabajo es el siguiente: en el apartado 2 presentamos una breve introducción al concepto de memoria de largo plazo, así como sus características más relevantes. En este mismo apartado mostraremos la conexión existente entre los fenómenos de memoria de largo plazo y los modelos autosemejantes o fractales, así como las coincidencias de éstos con el comportamiento exhibido por determinadas variables financieras. Al igual que en el resto de los apartados del trabajo, las fórmulas y otros detalles técnicos son recogidos en sendos

apéndices. En el apartado 3 resumimos brevemente los enfoques propuestos para el análisis de este tipo de fenómenos, centrándonos en dos contrastes de memoria de largo plazo ampliamente empleados en la literatura financiera. En el apartado 4 analizaremos la existencia de memoria de largo plazo en dos series relevantes: los rendimientos y las volatilidades de cada uno de los valores integrantes del IBEX35. Realizaremos también un análisis detallado de los resultados obtenidos para la serie del Indice General, lo que nos permitirá revelar ciertas debilidades e incoherencias de los contrastes empleados. En el apartado 5 se calcula el poder de un potente contraste muy empleado en la actualidad (el contraste BDS de Brock et al., 1987) frente a alternativas fraccionales, permitiendo concluir que la existencia de memoria de largo plazo en series bursátiles no justifica la dependencia hallada en los rendimientos. Cierran el trabajo las conclusiones y las referencias.

## 2. MODELOS Y CONTRASTES DE MEMORIA DE LARGO PLAZO

### *2.1. Modelos de Memoria de largo plazo*

La existencia de fenómenos capaces de exhibir una memoria de largo plazo ha sido reconocida desde hace tiempo en muchas disciplinas científicas; incluso en la Biblia existen referencias al fenómeno de la persistencia: «siete años de abundancia llegarán a la tierra de Egipto, pero siete años de hambre los seguirán» (Génesis 41, 29-30). Sin embargo, sólo recientemente se han desarrollado algunas herramientas que permiten acometer el estudio de la persistencia de manera adecuada, esto es, permitiendo realizar inferencia estadística.

Los primeros estudios sobre la persistencia fueron realizados por el hidrólogo H.E. Hurst, quien descubrió que el flujo del Nilo mostraba ciertos comportamientos regulares debidos a la existencia de memoria de largo plazo. Posteriormente Mandelbrot y sus asociados (Mandelbrot y Van Ness, 1968; Mandelbrot y Wallis, 1968; Mandelbrot, 1977) extendieron los resultados de Hurst formalizándolos y poniéndolos en el contexto de los fenómenos auto-similares o fractales (Mandelbrot, 1977; 1983). Informalmente, se suele decir que un fenómeno exhibe una memoria de largo plazo cuando las observaciones futuras están correlacionadas con las pasadas para cualquier lapso de tiempo mien-

tras que se suele hablar de que un cierto fenómeno es de tipo fractal cuando sus características geométricas o estadísticas son independientes de la escala de medida.

El interés por los fenómenos con memoria de largo plazo en Finanzas se inicia con los primeros estudios estadísticos sobre series económicas (Nerlove, 1964; Granger, 1966). Granger demostró que gran parte de las series temporales económicas mostraban una densidad espectral muy similar, con un polo en el origen, y que además esta forma se conserva con independencia de la longitud de la serie empleada. En el dominio del tiempo, esto se traduce en un decaimiento hiperbólico en su función de autocorrelación, en contraposición con los modelos usualmente empleados de memoria de corto plazo (como los ARMA) que exhiben un decaimiento exponencial.

En lo que respecta a la auto-similitud, referida anteriormente, es también conocido que las series de precios muestran una gran semejanza con independencia de su frecuencia (diaria, semanal, anual,...) de forma que la simple observación de una serie financiera no permite determinar cual ha sido el intervalo base empleado en el muestreo. De la misma forma, la apariencia de las distribuciones incondicionales de los rendimientos así como otras características estadísticas se mantienen igualmente constantes a largo de diferentes escalas temporales (ver, por ejemplo, Peters, 1994, pp.21-27).

Parece, pues, lógico preguntarse si existen modelos capaces de mostrar pautas similares a las mencionadas (dependencia fuerte y autosemejanza estadística), así como de tratar de determinar sus consecuencias. En efecto, existen algunos modelos capaces de exhibir características como las mencionadas así como otras características de las series financieras como, por ejemplo, exceso de curtosis, distribuciones con anchas colas, etc.(Granger y Ding, 1994). En particular, para observaciones de tipo discreto, los modelos autorregresivos fraccionalmente integrados (Granger y Joyeux, 1980) permiten una parametrización parsimoniosa de tales comportamientos.

Un modelo Autorregresivo Fraccionalmente Integrado de Medias Móviles *(ARFIMA (p,d,q))* tiene por expresión:

$$B(L)(1-L)^d X_t = D(L)v_t, \quad v_t \sim IID(0,\sigma) \qquad [1]$$

donde $B(L)$ y $D(L)$ son polinomios AR y MA de órdenes $p$ y $q$, respectivamente, en el operador de retardos $L$ y $d$ es un parámetro real, que

denominaremos *parámetro de integración fraccional.* Como puede observarse, cuando *d* es un entero tenemos un modelo *ARIMA(p,d,q),* de forma que los modelos ARFIMA pueden ser vistos como una generalización de los clásicos ARIMA.

Se puede demostrar (ver apéndice 1) que los procesos ARFIMA exhiben las dos características enunciadas anteriormente (dependencia fuerte en las observaciones y autosemejanza estadística), por lo que resultan claros candidatos a modelar el PGD de determinadas series financieras. En todo caso, como paso previo a la modelización se exigiría verificar que tal autosemejanza y dependencia fuerte efectivamente existen en una serie en concreto.

## *2.2. Contrastes de Memoria de Largo Plazo*

Existen gran variedad de contrastes que permiten detectar la existencia de estructura determinista en las series financieras y, en concreto, bursátiles. Por citar dos ejemplos bien conocidos, el contraste BDS (Brock et al., 1987) y el contraste de ratio de varianzas (Lo y MacKinlay, 1988) generalmente revelan la existencia de estructura en las series de rendimientos bursátiles o en la series de residuos de modelos lineales previamente ajustados. La mayor parte de los contrastes tienen poder frente a una variedad de alternativas, de forma que es imposible determinar cual es la causa del rechazo de la hipótesis de independencia.

En lo que respecta a la detección de memoria de largo plazo. Los enfoques existentes pueden ser básicamente diferenciados según que los análisis se establecen en el dominio del tiempo o en el dominio de frecuencias, siendo posible, a su vez, que asuman o no un forma funcional determinada. Entre las alternativas disponibles están el contraste beta-óptimo de Davies y Harte (1987), el contraste de multiplicadores de Lagrange de Robinson (1991a) y Agiakloglou et al. (1994), el contraste localmente invariante de Wu (1992), el procedimiento directo de máxima verosimilitud propuesto por Sowell (1992a,b) o el método de pseudo máxima verosimilitud de Robinson (1995).

Sin embargo, y sin ninguna duda, los dos contrastes empleados con mayor profusión en la literatura financiera son el contraste de Lo (1991), que consiste en un procedimiento no paramétrico en el dominio del tiempo, y el contraste semi-paramétrico de Geweke y Porter-Hudak (1983) en el dominio de frecuencias. Es sabido que ambos

poseen un adecuado tamaño y poder frente a alternativas fraccionales (e.g. Cheung, 1993), por lo que resultan muy útiles en las aplicaciones prácticas.

### *2.2.1. EL ANALISIS R/S*

El contraste de Lo (1991) surge como una modificación al procedimiento sugerido por Hurst (1951) y desarrollado posteriormente por Mandelbrot y Wallis (1969) y Mandelbrot (1972; 1975) denominado *Análisis de Rango Rescalado o Análisis R/S.* El análisis R/S se basa en la construcción del *estadístico R/S,* éste es una medida del rango de las desviaciones de las sumas parciales de una serie temporal respecto de su media, re-escalado por la desviación típica de la serie (ver el apéndice B para una definición rigurosa). Hurst demostró que el estadístico R/S converge a $n^H$, donde n es el tamaño muestral y $H$ una constante denominada *exponente de Hurst.* Cuando el proceso es un paseo aleatorio, Hurst demostró que $H=1/2$ mientras que si $H>1/2$ el proceso exhibe memoria de largo plazo.

El estadístico R/S ha sido empleado en varios estudios para evaluar la existencia de dependencia de largo plazo en series financieras como los rendimientos bursátiles (Greene y Fielitz, 1977), precios del oro (Booth y Kaen, 1979), tipos de cambio (Booth et al., 1982) y contratos de futuros (Helms et al., 1984). En el mercado español Blasco y Santamaría (1994) analizan las series del Indice General de la Bolsa de Madrid así como de 18 valores del IBEX35 para el período 1980-1992, concluyendo que la evidencia a favor de memoria de largo plazo es escasa.

### *2.2.2. EL ESTADISTICO MODIFICADO DE Lo*

Ninguno de los estudios que emplean el estadístico R/S han tenido en cuenta los efectos que la dependencia de corto plazo o la heterocedasticidad pudieran tener sobre dicho estadístico. Sin embargo, es un hecho bien conocido que ambos fenómenos son comunes en series financieras (Bollerslev et al., 1992) y que pueden sesgar el contraste de forma que éste detecte memoria de largo plazo espuria (Davies y Harte, 1987; Cheung, 1993). En efecto, en el caso en que exista dependencia de corto plazo, la varianza de las sumas parciales no es únicamente la varianza de los términos individuales, sino que también incluye las autocovarianzas.

Por los anteriores motivos, Lo (1991) propone emplear una modificación del estadístico R/S que recoja los efectos de las autocovarianzas (ver apéndice). Otra importante aportación de dicho autor consiste

en calcular la distribución del estadístico bajo la hipótesis nula de independencia o dependencia a corto plazo, permitiendo construir contrastes a cualquier nivel de significación. Los experimentos de Monte Carlo realizados en Lo (1991) y Cheung (1993) proporcionan evidencia sobre la robustez del estadístico R/S corregido frente a la presencia de dependencia de corto plazo o heterocedasticidad.

El estadístico corregido de Lo, RRM ha sido empleado por Cheung y Lai (1993) sobre rendimientos del oro, Lo (1991), Cheung et al. (1993), Mills (1993) y Crato (1994) a rendimientos bursátiles para diferentes mercados y Goetzmann (1993) a series históricas de rendimientos. En general la evidencia sugiere que los rendimientos no exhiben memoria de largo plazo o que ésta es muy débil.

Tal vez el problema más grave en la aplicación del estadístico RRM consiste en la determinación del orden de la corrección del estadístico de Newey y West ($q$, en el texto y cuadros). Pagan (1995) demuestra que tal elección es crítica y que cuando se emplea un valor reducido la evidencia frente a la alternativa es favorable mientras que valores elevados no permiten rechazar la hipótesis nula. Por otra parte, hay que señalar que la elección del parámetro de truncado óptimo de Andrews (1991), que nosotros empleamos aquí, sólo tiene un comportamiento óptimo para procesos *AR(1)* y puede resultar inadecuada frente a alternativas débilmente dependientes más generales.

Otras posible deficiencia del anterior estadístico consiste en la exigencia de que existan momentos finitos de orden superior a cuatro (Lo, 1991), lo cual no siempre es cierto para los rendimientos de algunas variables financieras (Loretan y Philips, 1993; Jansen y de Vries, 1991). Finalmente, el estadístico RRM tiene algún poder frente a alternativas de tipo ARCH (Cheung, 1993), por lo que el rechazo de la hipótesis nula plantea la necesidad de realizar un análisis posterior para determinar la alternativa más plausible.

### *2.2.3. EL CONTRASTE DE GEWEKE - PORTER-HUDAK*

Existen dos procedimientos de contrastación en el dominio de frecuencias que explotan la forma funcional de la densidad espectral del proceso. Por una parte, el contraste propuesto por Janacek (1982) construye una estimación del parámetro fraccional mediante integración numérica del logaritmo del periodograma. Por otra parte, el contraste de Geweke - Porter-Hudak (contraste GP-H, de aquí en adelante) consiste en un procedimiento semi-paramétrico que explota igualmente el hecho de que para frecuencias bajas la dinámica del proceso está parametri-

zada por el parámetro de integración fraccional, *d*, (Granger y Joyeux, 1980; Hosking, 1981) y sugiere su estimación mínimo cuadrática.

El estadístico GP-H ha sido empleado, entre otros, por Diebold y Rudebusch (1989) sobre diferentes series económicas, Shea (1991) sobre tipos de interés, Porter-Hudak (1991) para agregados monetarios y Fang et al. (1994) para futuros sobre monedas. En nuestro país Blasco y Santamaría (1995) ofrecen evidencia generalmente contraria a la existencia de memoria de largo plazo en el Indice General así como en treinta de los valores que lo integran.

Una característica común de los estudios mencionados anteriormente, es que emplean únicamente uno de los contrastes descritos. Sin embargo, ambos contrastes son complementarios en el sentido de que el contraste R/S busca patrones en el dominio del tiempo, mientras que el contraste GP-H lo hace en el dominio de frecuencia, por lo que proporcionan diferente información acerca del PGD subyacente. Por otra parte, uno o ambos contrastes pueden tener poder frente a alternativas no fraccionales por lo que el empleo de ambos reduce la probabilidad de cometer un error de Tipo II aunque a costa de incrementar, obviamente, la probabilidad de cometer un error de Tipo I. Una estrategia óptima de identificación del PGD requeriría, por tanto, de la aplicación simultánea de varios contrastes, labor que excede el propósito del presente trabajo. En la siguiente sección analizaremos exclusivamente las limitaciones de la aplicación conjunta de ambos estadísticos que conduce, en ocasiones, a inconsistencias en las conclusiones, así como a una ambigua estimación del parámetro fraccional.

# 3. EVIDENCIA PARA EL CASO ESPAÑOL

## *3.1. Valores individuales del IBEX35*

### *3.1.1. RENDIMIENTOS*

En primer lugar analizaremos la posible existencia de memoria de largo plazo en los rendimientos logarítmicos de los distintos valores integrantes del IBEX35 a 31 de Diciembre de 1994 y empleando los contrastes descritos anteriormente. Los datos corresponden al período comprendido entre enero de 1989 y enero de 1994. Debido a la gran cantidad de series empleadas no acometeremos la labor de realizar un análisis formal así como la identificación de procesos lineales. Evidentemente esto puede suponer, en algunos casos, una deficiencia de

nuestro procedimiento. Por ejemplo, es posible que para algunos valores, la hipótesis nula de independencia no fuera rechazada, por lo que resultaría poco justificada la identificación de posibles alternativas. En todo caso, nuestro propósito se centra en establecer algunas conclusiones de tipo general, con independencia de que algún resultado sea parcialmente discutible. Creemos que, en este sentido, las conclusiones obtenidas resultan del todo válidas. En lo que sigue, nos referiremos a cada uno de los valores empleando su *ticker* correspondiente (así, por ejemplo «TEF», corresponde a «Telefónica»).

Nuestro primer análisis se basará en la aplicación del contraste RRM. Para calcular el valor del estadístico para cada uno de los valores emplearemos el retardo de truncado óptimo según el procedimiento de Andrews (1991) (ver apéndice B). Conviene señalar que este truncado óptimo lo es únicamente cuando el proceso sigue un *AR(1)*. Puesto que no acometemos una identificación formal para cada una de las series, y para comprobar la robustez de los resultados, consideraremos, además, la corrección en las autocovarianzas para 0, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 25, 50 y 100 retardos, denominando al estadístico resultante $\underline{V}(0)$ (equivalente al estadístico R/S clásico), $\underline{V}(1)$, ...,$\underline{V}(100)$, respectivamente. Puesto que la distribución del estadístico se degrada cuando se emplea un factor de corrección elevado en relación con el tamaño muestral, no empleamos horizontes más amplios como los considerados en Lo (1991) con series de mayor longitud.

En los Cuadros 1 y 2 se recogen los resultados obtenidos. Hemos señalado con un pequeño asterisco cuando el estadístico es significativo a un nivel del 10% y con dos asteriscos cuando lo es a un nivel del 5%, empleando los valores críticos calculados en Lo (1991, pag. 1288). Como puede comprobarse en las anteriores tablas, para 3 valores (CUB,GES y VIS) existe evidencia al 5% de integración fraccional, y para otros 3 valores (CAN, FCC y URA) a un nivel del 10%. Puede también comprobarse que incluso para los valores para los que existe cierta evidencia de memoria de largo plazo, ésta desaparece cuando se consideran correcciones en la varianza superiores a 25 retardos (algo más de un mes de contratación) lo que sugiere que la persistencia es débil. Empleando la relación entre el valor del estadístico y el parámetro fraccional (ver apéndice 2) obtenemos que los valores del parámetro fraccional son siempre menores que uno. Como veremos seguidamente, la escasa magnitud del parámetro fraccional obliga a ser tremendamente cautelosos sobre la posible existencia de memoria de largo plazo y su identificación como la causa del rechazo de la hipótesis IID, en el caso en que esta se produzca.

## CUADRO 1 ESTADISTICO RRM PARA RENDIMIENTOS DIARIOS DE VALORES INTEGRANTES DEL IBEX 35

(A 31 DE DICIEMBRE DE 1994)

| *valor* | *n* | *q** | *V(q*)* | *V(0)* | *V(1)* | *V(2)* | *V(3)* | *V(4)* | *V(5)* | *V(10)* | *V(15)* | *V(25)* | *V(50)* | *V(100)* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *ACE* | 1189 | 1 | 1,453 | 1,462 | 1,453 | 1,456 | 1,454 | 1,449 | 1,455 | 1,558 | 1,579 | 1,547 | 1,527 | 1,464 |
| *ACX* | 1131 | 5 | 1,265 | 1,433 | 1,343 | 1,318 | 1,296 | 1,275 | 1,265 | 1,229 | 1,189 | 1,112 | 1,078 | 1,075 |
| *AGS* | 1044 | 3 | 1,187 | 1,276 | 1,225 | 1,204 | 1,187 | 1,185 | 1,197 | 1,236 | 1,232 | 1,243 | 1,299 | 1,294 |
| *ALB* | 1186 | 1 | 1,312 | 1,300 | 1,312 | 1,344 | 1,355 | 1,374 | 1,393 | 1,381 | 1,315 | 1,275 | 1,315 | 1,391 |
| *ARG* | 413 | 0 | 1,289 | 1,289 | 1,285 | 1,276 | 1,277 | 1,264 | 1,279 | 1,262 | 1,195 | 1,232 | 1,441 | 1,201 |
| *AUM* | 1144 | 3 | 0,944 | ,0879 | 0,919 | 0,929 | 0,944 | 0,952 | 0,961 | 1,054 | 1,084 | 1,146 | 1,268 | 1,361 |
| *BBV* | 1190 | 3 | 1,160 | 1,192 | 1,154 | 1,153 | 1,160 | 1,167 | 1,167 | 1,193 | 1,201 | 1,212 | 1,242 | 1,247 |
| *BCH* | 756 | 4 | 1,174 | 1,226 | 1,155 | 1,151 | 1,165 | 1,174 | 1,178 | 1,218 | 1,195 | 1,191 | 1,194 | 1,168 |
| *BKT* | 1191 | 4 | 1,483 | 1,642 | 1,561 | 1,516 | 1,495 | 1,483 | 1,479 | 1,479 | 1,470 | 1,465 | 1,457 | 1,383 |
| *BTO* | 1173 | 3 | 1,037 | 1,113 | 1,076 | 1,058 | 1,037 | 1,015 | 1,004 | 0,977 | 0,970 | 0,979 | 0,980 | 1,117 |
| *CAN* | 1191 | 1 | 1,726* | 1,710 | 1,726 | 1,742 | 1,758 | 1,787 | 1,801 | 1,880 | 1,900 | 1,830 | 1,672 | 1,546 |
| *CTE* | 200 | 1 | 0,846 | 0,865 | 0,846 | 0,828 | 0,850 | 0,866 | 0,888 | 1,092 | 1,099 | 1,169 | 1,597 | 1,749 |
| *CTG* | 1192 | 0 | 0,901 | 0,901 | 0,906 | 0,918 | 0,927 | 0,935 | 0,944 | 0,978 | 0,989 | 1,006 | 1,093 | 1,182 |
| *CUB* | 1039 | 4 | 1,866** | 2,149 | 2,042 | 1,987 | 1,921 | 1,866 | 1,829 | 1,709 | 1,661 | 1,581 | 1,475 | 1,311 |
| *DRC* | 1192 | 3 | 1,526 | 1,629 | 1,564 | 1,540 | 1,526 | 1,517 | 1,501 | 1,463 | 1,427 | 1,343 | 1,271 | 1,259 |
| *ELE* | 1191 | 4 | 1,498 | 1,635 | 1,557 | 1,524 | 1,507 | 1,498 | 1,507 | 1,559 | 1,554 | 1,577 | 1,521 | 1,452 |
| *FCC* | 709 | 5 | 1,698* | 2,181 | 1,995 | 1,885 | 1,793 | 1,734 | 1,698 | 1,662 | 1,660 | 1,618 | 1,468 | 1,302 |
| *FEC* | 1191 | 2 | 1,258 | 1,225 | 1,248 | 1,258 | 1,244 | 1,237 | 1,217 | 1,117 | 1,129 | 1,084 | 1,032 | 1,015 |

## CUADRO 2. ESTADISTICO RRM PARA RENDIMIENTOS DIARIOS DE VALORES INTEGRANTES DEL IBEX 35 (Cont.)

(A 31 DE DICIEMBRE DE 1994)

| *valor* | *n* | *q** | *V(q*)* | *V(0)* | *V(1)* | *V(2)* | *V(3)* | *V(4)* | *V(5)* | *V(10)* | *V(15)* | *V(25)* | *V(50)* | *V(100)* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *GES* | 1189 | 2 | 1,776** | 1,819 | 1,777 | 1,776 | 1,753 | 1,736 | 1,732 | 1,763 | 1,739 | 1,714 | 1,611 | 1,536 |
| *HHU* | 1191 | 3 | 1,590 | 1,704 | 1,634 | 1,607 | 1,590 | 1,582 | 1,573 | 1,547 | 1,519 | 1,430 | 1,306 | 1,227 |
| *IBE* | 1192 | 3 | 1,441 | 1,517 | 1,466 | 1,451 | 1,441 | 1,436 | 1,436 | 1,451 | 1,478 | 1,516 | 1,516 | 1,653 |
| *MAP* | 1188 | 3 | 1,267 | 1,375 | 1,327 | 1,294 | 1,267 | 1,249 | 1,233 | 1,204 | 1,196 | 1,229 | 1,158 | 1,108 |
| *MVC* | 1192 | 2 | 1,474 | 1,508 | 1,478 | 1,474 | 1,470 | 1,460 | 1,452 | 1,434 | 1,391 | 1,323 | 1,254 | 1,226 |
| *POP* | 1192 | 3 | 0,996 | 1,055 | 1,021 | 1,008 | 0,996 | 0,993 | 0,985 | 0,999 | 0,988 | 0,998 | 1,046 | 1,023 |
| *PRY* | 754 | 3 | 1,012 | 0,936 | 0,977 | 0,992 | 1,012 | 1,019 | 1,024 | 1,095 | 1,119 | 1,130 | 1,244 | 1,398 |
| *REP* | 1192 | 2 | 1,262 | 1,290 | 1,266 | 1,262 | 1,260 | 1,268 | 1,276 | 1,295 | 1,305 | 1,354 | 1,346 | 1,348 |
| *SAN* | 1192 | 7 | 1,005 | 1,164 | 1,057 | 1,027 | 1,014 | 1,012 | 1,010 | 1,002 | 0,975 | 0,986 | 1,046 | 1,073 |
| *SEV* | 1191 | 1 | 1,282 | 1,296 | 1,282 | 1,278 | 1,270 | 1,257 | 1,259 | 1,256 | 1,249 | 1,264 | 1,217 | 1,177 |
| *TAB* | 1189 | 1 | 1,257 | 1,271 | 1,257 | 1,258 | 1,242 | 1,239 | 1,233 | 1,224 | 1,245 | 1,235 | 1,191 | 1,185 |
| *TEF* | 1192 | 2 | 1,330 | 1,371 | 1,344 | 1,330 | 1,336 | 1,347 | 1,370 | 1,415 | 1,448 | 1,489 | 1,532 | 1,524 |
| *UNF* | 1191 | 4 | 1,174 | 1,296 | 1,235 | 1,208 | 1,191 | 1,174 | 1,157 | 1,136 | 1,148 | 1,172 | 1,167 | 1,222 |
| *URA* | 1190 | 3 | 1,640* | 1,735 | 1,664 | 1,660 | 1,640 | 1,622 | 1,621 | 1,620 | 1,582 | 1,538 | 1,446 | 1,406 |
| *VAL* | 1191 | 4 | 1,514 | 1,644 | 1,557 | 1,522 | 1,512 | 1,514 | 1,515 | 1,498 | 1,438 | 1,336 | 1,236 | 1,190 |
| *VDR* | 1119 | 3 | 1,376 | 1,425 | 1,383 | 1,380 | 1,376 | 1,378 | 1,370 | 1,359 | 1,324 | 1,320 | 1,388 | 1,375 |
| *VIS* | 1191 | 4 | 2,048** | 2,173 | 2,076 | 2,069 | 2,061 | 2,048 | 2,025 | 2,046 | 2,027 | 1,904 | 1,692 | 1,459 |

Utilizaremos ahora el procedimiento de propuesto por Geweke y Porter-Hudak (1983) para calcular el valor del parámetro fraccional *d* y comprobar si los resultados son consistentes con los obtenidos anteriormente. Emplearemos además una modificación propuesta por Künsch (1986) que consiste en eliminar las frecuencias cercanas al origen para obtener estimadores consistentes de *d*. Puesto que Künsch no sugiere cual debe ser el rango de frecuencias eliminadas, calcularemos el estadístico suprimiendo las h *(h=0,5,10)* primeras frecuencias y calculando la regresión [B10] del Apéndice B sobre $0 \leq h \leq j \leq n^{\mu}$ $(\mu \in [.5,.65])$.

En los Cuadros 3 a 5 recogemos los resultados obtenidos. El primer hecho destacable es la enorme variabilidad de las estimaciones de *d* para los diferentes valores de *h* y $\mu$. A la luz de los resultados, el procedimiento de GP-H con las modificaciones propuestas por Künsch resulta inoperante para la identificación del modelo. Por ejemplo, para *CUB* obtenemos $d_{max}$-$d_{min}$ = *(,162) – (–,287) = ,449*, siendo ambos estimadores significativos al 5% y permitiendo caracterizar simultáneamente el proceso generador de datos como persistente y antipersistente. Nuestros resultados son, por otra parte, consistentes con los obtenidos por otros autores con valores y horizontes muestrales distintos.

En todo caso, y con independencia de las anteriores consideraciones, la evidencia encontrada por el estadístico GP-H es aún menor que para el RRM. Existen leves indicios de integración fraccional para doce de los valores analizados *(ACX, AGS, ALB, ARG, CTE, CTG, CUB, ELE, FCC, GES, MAP, VAL)* aunque sólo en cinco casos la evidencia se mantiene a lo largo de las correcciones por *h* y sólo en un caso *(ALB)* aquélla parece más convincente. Incluso en éste último caso, la inclusión de frecuencias elevadas ($\mu \geq$,60) no permite confiar en los resultados.

Por otra parte, el grado de acuerdo entre los dos contrastes no parece ser muy elevado. En los Cuadros 16 y 17 resumimos los resultados obtenidos para ambos contrastes. Para el estadístico RRM el símbolo «S» denota si éste encuentra evidencia de memoria a un nivel del 10% para el retardo de truncado óptimo y «N» en otro caso. Para el contraste de GP-H, denotamos por «S» cuando la significación de d sea al menos del 10% para dos o más de los truncados de las bajas frecuencias *(h=0,5,10)* y para cualquier valor de $\mu$, «?» cuando la significación es superior al 10% al menos para uno de los valores de *h* y cualquier valor de $\mu$. Notamos por «N» en el resto de los casos. En la columna *«ambos»* construimos una tabla de verdad en la que «N» es obtenido en el caso en que para uno de los contrastes exista evidencia e indeterminación para el otro o para ninguno exista evidencia. «S» para el caso simétrico y «?» en el caso en que ambos estén en desacuerdo.

## CUADRO 3. ESTADISTICO DE GEWEKE - PORTER-HUDAK. RENDIMIENTOS

| *Valor* | *n* | *h = 0* | | | | *h = 5* | | | | *h = 10* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *μ =,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ = ,65* | *μ = ,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ = ,65* | *μ =,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ =,65* |
| *ACE* | 1189 | ,074<br>(,631) | ,044<br>(,71) | ,005<br>(,951) | −,095<br>(,212) | ,029<br>(,918) | −,014<br>(,944) | −,054<br>(,687) | −,185 *<br>(,071) | ,082<br>(,868) | −,021<br>(,941) | −,071<br>(,691) | −,234 *<br>(,068) |
| *ACX* | 1131 | ,385 **<br>(,015) | ,211 *<br>(,095) | ,14<br>(,163) | ,077<br>(,311) | ,488<br>(,124) | ,094<br>(,664) | ,009<br>(,948) | −,042<br>(,691) | 1,436 **<br>(,005) | ,353<br>(,268) | ,118<br>(,563) | ,01<br>(,937) |
| *AGS* | 1044 | −,201<br>(,262) | −,141<br>(,277) | −,089<br>(,389) | −,171 **<br>(,036) | −,463<br>(,176) | −,248<br>(,245) | −,128<br>(,402) | −,248 **<br>(,025) | −,187<br>(,719) | 0<br>(,998) | ,048<br>(,798) | −,186<br>(,16) |
| *ALB* | 1186 | −,04<br>(,72) | ,071<br>(,448) | ,158 **<br>(,045) | ,089<br>(,145) | −,076<br>(,72) | ,152<br>(,327) | ,268 **<br>(,023) | ,12<br>(,155) | ,452<br>(,131) | ,527 **<br>(,011) | ,525 **<br>(0) | ,226 **<br>(,026) |
| *ARG* | 413 | −,004<br>(,981) | ,106<br>(,397) | ,028<br>(,775) | −,06<br>(,475) | ,743 **<br>(,018) | ,706 **<br>(,003) | ,288 *<br>(,091) | ,033<br>(,800) | ,519<br>(,388) | ,534<br>(,179) | −,093<br>(,708) | −,31 *<br>(,083) |
| *AUM* | 1144 | −,075<br>(,509) | −,119<br>(,232) | −,044<br>(,619) | −,132 *<br>(,052) | −,048<br>(,821) | −,159<br>(,335) | −,017<br>(,897) | −,164 *<br>(,078) | ,182<br>(,607) | −,141<br>(,56) | ,043<br>(,805) | −,175<br>(,133) |
| *BBV* | 1190 | −,043<br>(,621) | −,063<br>(,37) | ,005<br>(,944) | ,011<br>(,86) | −,13<br>(,408) | −,141<br>(,213) | −,005<br>(,968) | ,006<br>(,944) | −,07<br>(,793) | −,108<br>(,517) | ,064<br>(,673) | ,053<br>(,652) |
| *BCH* | 756 | −,062<br>(,686) | −,066<br>(,557) | −,045<br>(,647) | −,119<br>(,13) | −,058<br>(,855) | −,07<br>(,719) | −,036<br>(,821) | −,164<br>(,149) | −,599<br>(,298) | −,316<br>(,287) | −,157<br>(,472) | −,283 *<br>(,053) |
| *BKT* | 1191 | ,045<br>(,675) | ,037<br>(,724) | ,004<br>(,956) | ,029<br>(,685) | −,058<br>(,779) | −,027<br>(,881) | −,057<br>(,626) | ,005<br>(,957) | −,135<br>(,706) | −,056<br>(,833) | −,088<br>(,579) | ,006<br>(,961) |
| *BTO* | 1173 | −,106<br>(,539) | −,066<br>(,619) | −,068<br>(,466) | −,054<br>(,448) | ,134<br>(,66) | ,119<br>(,56) | ,046<br>(,721) | ,029<br>(,754) | −,388<br>(,464) | −,149<br>(,627) | −,127<br>(,468) | −,081<br>(,484) |
| *CAN* | 1191 | ,181<br>(,192) | ,106<br>(,372) | ,038<br>(,705) | −,028<br>(,721) | −,082<br>(,749) | −,126<br>(,513) | −,152<br>(,315) | −,187 *<br>(,072) | −,025<br>(,955) | −,151<br>(,598) | −,181<br>(,375) | −,216 *<br>(,098) |
| *CTE* | 200 | −,195<br>(,466) | −,326<br>(,123) | −,344 **<br>(,038) | −,255<br>(,043) | −1,167<br>(,275) | −1,202<br>(,048) | −,874 **<br>(,025) | −,439 *<br>(,082) | −6,224<br>(,411) | −2,091<br>(,242) | −,643<br>(,421) | ,026<br>(,948) |

## CUADRO 4. ESTADISTICO DE GEWEKE - PORTER-HUDAK. RENDIMIENTOS (Continuación)

| *Valor* | *n* | *h = 0* | | | | *h = 5* | | | | *h = 10* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *μ =,50* | *μ =,55* | *μ =,60* | *μ =,65* | *μ =,50* | *μ =,55* | *μ =,60* | *μ =,65* | *μ =,50* | *μ =,55* | *μ =,60* | *μ =,65* |
| *CTG* | 1192 | −,128 ** | ,032 | ,052 | −,02 | −,173 | ,151 | ,132 | −,007 | −,35 * | ,236 | ,165 | −,028 |
| | | (,048) | (,714) | (,51) | (,765) | (,15) | (,319) | (,274) | (,939) | (,080) | (,299) | (,311) | (,805) |
| *CUB* | 1039 | ,155 | ,041 | ,069 | ,162 ** | −,209 | −,287 ** | −,113 | ,102 | ,371 | −,071 | ,068 | ,279 ** |
| | | (,201) | (,653) | (,351) | (,025) | (,352) | (,049) | (,303) | (,31) | (,305) | (,733) | (,631) | (,025) |
| *DRC* | 1192 | ,258 * | ,185 | ,138 | ,107 | ,392 | ,181 | ,1 | ,066 | ,639 | ,184 | ,07 | ,04 |
| | | (,062) | (,104) | (,133) | (,163) | (,141) | (,339) | (,466) | (,53) | (,167) | (,516) | (,705) | (,760) |
| *ELE* | 1191 | ,005 | −,055 | −,062 | −,07 | −,418 | −,348 ** | −,246 | −,193 ** | −,666 * | −,433 * | −,254 * | −,181 * |
| | | (,968) | (,608) | (,448) | (,292) | (,101) | (,041) | (,037) | (,031) | (,079) | (,057) | (,085) | (,090) |
| *FCC* | 709 | ,403 ** | ,146 | ,069 | ,097 | ,153 | −,301 | −,262 | −,091 | ,371 | −,524 | −,365 | −,081 |
| | | (,049) | (,367) | (,588) | (,356) | (,742) | (,326) | (,216) | (,563) | (,711) | (,318) | (,245) | (,705) |
| *FEC* | 1191 | −,061 | −,064 | ,005 | ,061 | ,101 | ,004 | ,089 | ,14 | ,226 | ,005 | ,126 | ,176 |
| | | (,631) | (,508) | (,937) | (,623) | (,623) | (,975) | (,378) | (,125) | (,513) | (,979) | (,345) | (,122) |
| *GES* | 1189 | ,069 | −,034 | −,028 | −,091 | −,279 | −,326 | −,201 | −,238** | −,442 | −,433 | −,212 | −,258 ** |
| | | (,718) | (,810) | (,795) | (,299) | (,449) | (,150) | (,201) | (,043) | (,471) | (,178) | (,300) | (,074) |
| *HHU* | 1191 | ,254 * | ,08 | ,055 | ,055 | ,274 | −,073 | −,054 | −,014 | ,532 | −,132 | −,079 | −,012 |
| | | (,052) | (,425) | (,479) | (,409) | (,250) | (,652) | (,636) | (,884) | (,188) | (,573) | (,604) | (,916) |
| *IBE* | 1192 | −,167 | −,125 | −,093 | −,037 | −,137 | −,074 | −,042 | ,027 | −,012 | ,007 | ,012 | ,081 |
| | | (,115) | (,165) | (,243) | (,566) | (,426) | (,589) | (,715) | (,741) | (,964) | (,967) | (,933) | (,428) |
| *MAP* | 1188 | ,044 | −,030 | ,092 | ,087 | −,330 | −,318** | −,004 | ,019 | −,448 | −,367 * | ,096 | ,084 |
| | | (,708) | (,755) | (,260) | (,269) | (,131) | (,039) | (,979) | (,855) | (,215) | (,098) | (,556) | (,535) |
| *MVC* | 1192 | ,132 | ,039 | ,089 | ,022 | ,053 | −,095 | ,041 | −,044 | ,314 | −,066 | ,103 | −,032 |
| | | (,331) | (,692) | (,264) | (,760) | (,833) | (,553) | (,725) | (,664) | (,434) | (,763) | (,491) | (,796) |
| *POP* | 1192 | −,101 | −,047 | −,051 | ,002 | −,172 | −,044 | −,058 | ,023 | −,197 | ,039 | −,017 | ,075 |
| | | (,437) | (,663) | (,532) | (,967) | (,467) | (,802) | (,621) | (,804) | (,655) | (,878) | (,915) | (,531) |

## CUADRO 5. ESTADISTICO DE GEWEKE - PORTER-HUDAK. RENDIMIENTOS. (Continuación)

| *Valor* | *n* | *h = 0* | | | | *h = 5* | | | | *h = 10* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *μ =,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ = ,65* | *μ = ,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ = ,65* | *μ =,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ =,65* |
| *PRY* | 754 | ,087<br>(,509) | –,011<br>(,919) | –,052<br>(,561) | –,051<br>(,501) | ,422<br>(,151) | ,066<br>(,725) | –,043<br>(,772) | –,043<br>(,706) | ,994<br>(,079) | ,077<br>(,798) | –,096<br>(,648) | –,074<br>(,624) |
| *REP* | 1192 | –,046<br>(,722) | –,086<br>(,378) | –,089<br>(,221) | –,035<br>(,592) | –,282<br>(,252) | –,251<br>(,114) | –,191 *<br>(,073) | –,071<br>(,418) | –,521<br>(,189) | –,34<br>(,128) | –,214<br>(,118) | –,048<br>(,657) |
| *SAN* | 1192 | ,048<br>(,784) | –,054<br>(,676) | ,017<br>(,858) | –,018<br>(,827) | ,108<br>(,758) | –,124<br>(,565) | ,014<br>(,920) | –,043<br>(,706) | ,293<br>(,631) | –,154<br>(,628) | ,045<br>(,819) | –,043<br>(,763) |
| *SEV* | 1191 | 0<br>(,997) | ,039<br>(,695) | ,055<br>(,465) | –,008<br>(,896) | –,116<br>(,599) | ,006<br>(,970) | ,047<br>(,672) | –,049<br>(,551) | –,119<br>(,752) | ,06<br>(,803) | ,094<br>(,525) | –,051<br>(,620) |
| *TAB* | 1189 | –,024<br>(,816) | ,014<br>(,893) | ,011<br>(,885) | ,014<br>(,821) | –,07<br>(,619) | ,014<br>(,931) | ,012<br>(,917) | ,016<br>(,841) | –,107<br>(,660) | ,017<br>(,944) | ,013<br>(,931) | ,019<br>(,854) |
| *TEF* | 1192 | –,073<br>(,539) | –,062<br>(,504) | –,004<br>(,968) | –,078<br>(,258) | –,223<br>(,331) | –,138<br>(,371) | –,011<br>(,942) | –,122<br>(,199) | –,28<br>(,442) | –,122<br>(,572) | ,049<br>(,788) | –,12<br>(,307) |
| *UNF* | 1191 | –,063<br>(,533) | –,065<br>(,438) | –,064<br>(,337) | –,007<br>(,898) | –,091<br>(,615) | –,081<br>(,542) | –,073<br>(,448) | ,018<br>(,790) | ,231<br>(,366) | ,07<br>(,692) | ,01<br>(,930) | ,097<br>(,254) |
| *URA* | 1190 | ,104<br>(,428) | ,017<br>(,859) | ,026<br>(,721) | ,024<br>(,713) | ,014<br>(,954) | –,121<br>(,444) | –,054<br>(,628) | –,032<br>(,723) | ,054<br>(,886) | –,161<br>(,447) | –,043<br>(,753) | –,019<br>(,860) |
| *VAL* | 1191 | ,300 **<br>(,031) | ,142<br>(,164) | ,142 *<br>(,088) | ,078<br>(,234) | ,353<br>(,190) | ,017<br>(,919) | ,058<br>(,637) | –,01<br>(,918) | ,356<br>(,435) | –,153<br>(,531) | –,024<br>(,886) | –,077<br>(,495) |
| *VDR* | 1119 | ,028<br>(,847) | ,09<br>(,464) | ,088<br>(,429) | –,014<br>(,869) | –,135<br>(,643) | ,062<br>(,762) | ,064<br>(,702) | –,086<br>(,457) | –,066<br>(,897) | ,203<br>(,512) | ,13<br>(,573) | –,097<br>(,510) |
| *VIS* | 1191 | ,250 *<br>(,052) | ,164<br>(,104) | ,075<br>(,362) | ,04<br>(,577) | ,243<br>(,288) | ,076<br>(,631) | –,04<br>(,740) | –,053<br>(,588) | ,152<br>(,703) | –,054<br>(,820) | –,154<br>(,339) | –,122<br>(,316) |

Como puede comprobarse para el caso de los rendimientos (columnas primera a tercera), en seis de los casos en los que existe evidencia individual de integración fraccional los dos contrastes están en desacuerdo. Esto es debido al hecho de que, como mencionamos, el estadístico GP-H parece ser más conservador cuando se considera la evidencia conjunta a lo largo de los posibles valores de $h$ y $\mu$. Obsérvese, sin embargo, que esto no siempre es así y que en el caso de *ALB* el contraste RRM no encuentra evidencia mientras que el GP-H sí lo hace con cierta rotundidad.

Las conclusión general es que los rendimientos de los valores considerados individualmente no exhiben memoria de largo plazo. Como veremos en el siguiente subapartado, la evidencia encontrada para el IGBM es algo más sólida (aunque tampoco concluyente). Volveremos más adelante sobre este punto.

### *3.1.2. VOLATILIDADES*

Los análisis sobre la posible existencia de memoria de largo plazo se han centrado, en su práctica totalidad, en las series de rendimientos. Sin embargo, es un hecho conocido (Bollerslev et al., 1992) que las series de volatilidades de variables financieras como los rendimientos bursátiles muestran un elevado grado de persistencia. Generalmente, la volatilidad suele ser descrita de una manera directa mediante el empleo de modelos *ARIMA* (como en French et al. 1988), de modelos de tipo *ARCH* (Engle, 1982) o alternativas más recientes como los modelos de cambio de régimen (Hamilton y Susmel, 1994).

Parece natural, por tanto, extender nuestro anterior análisis al estudio de la persistencia de las series de volatilidades para tratar de determinar si ésta puede ser descrita mediante alternativas que exhiban memoria de largo plazo como los modelos *ARFIMA*. Para ello consideraremos las series de volatilidades calculadas como los rendimientos cuadrados de cada uno de los valores individuales analizados anteriormente. La justificación de nuestro proceder es debida al hecho de que la volatilidad de las variables financieras es generalmente descrita mediante procesos de tipo *GARCH(p,q)* (Bollerslev et al., 1992), en los que su varianza condicional puede ser reescrita en términos de un modelo ARCH de orden infinito con un decaimiento exponencial de sus ponderaciones (Engle y Bollerslev, 1986) de manera que la persistencia en volatilidad implica persistencia en los rendimientos cuadrados.

En los Cuadros 6 y 7 presentamos los resultados obtenidos con el

contraste RRM. Como puede verse, la evidencia de memoria de largo plazo es algo mayor que para el caso de los rendimientos, para 7 valores *(ACX, ALB, CUB, DRC, FCC, GES, URA)* esta es significativa al 5% y para otros 2 *(ACE, MAP)* al 10%. Obsérvese que, a diferencia de los rendimientos, el grado de persistencia es más elevado, como lo demuestra el hecho de que muchos valores del estadístico sigan siendo significativos para correcciones superiores a 25 retardos. El valor de $\underline{V}$, cuando es significativo al 10%, varía entre 1,665 y 2,373 lo que implica que d lo hace entre 0,071 y 0,121, esto es, un reducido grado de persistencia.

El estadístico GP-H (Cuadros 8 a 10) encuentra cierta evidencia para diez de los valores *(AGS, BCH, CUB, ELE, FCC, GES, IBE, MAP, TAB, VAL y VIS)* según el criterio establecido aunque sólo en 4 casos *(ACX, AGS, ELE y GES)* esta evidencia parece concluyente.

Para siete valores la aplicación por separado de ambos estadísticos conduciría a conclusiones contrapuestas, lo que confirma nuevamente el escaso grado de consenso entre ambos estadísticos cuando la evidencia no es clara.

### *3.1.3. VOLUMENES*

Finalmente hemos considerado las series de logaritmos del número de acciones contratadas diariamente (sin corregir por ampliaciones de capital o desdoblamientos). El interés en el estudio de la serie de volúmenes es debido al hecho de que existe una sólida evidencia de que los rendimientos están influenciados e influyen al nivel de contratación (e.g. Hiemstra y Jones, 1994). En este sentido, el volumen de contratación actúa como una variable *proxy* para el contenido informativo de los precios (Antoniewicz, 1993). Es, por tanto, interesante comprobar si el volumen de contratación puede ser considerado como un proceso persistente o, al igual que para los rendimientos, esto no es así.

La aplicación del estadístico RRM (Cuadros 11 y 12) conduce, en este caso, a resultados definitivos, para 33 de los 35 valores existe evidencia de memoria de largo plazo a un nivel del 5%, del 10% para uno de los valores *(CTE)* y se rechaza la existencia para otro de ellos *(ARG)*. Obsérvese que para estos últimos valores el tamaño muestral es mucho más reducido, por lo que es posible que los resultados no sean debidos a la inexistencia de memoria de largo plazo, sino más bien a que el poder del RRM es mucho más reducido para muestras pequeñas (Cheung, 1993). El valor del estadístico es superior generalmente a 2,6 lo que implicaría $d \geq ,14$.

## CUADRO 6. ESTADISTICO RRM PARA VOLATILIDADES DIARIAS DE VALORES INTEGRANTES DEL IBEX 35

(A 31 DE DICIEMBRE DE 1994)

| *valor* | *n* | *q** | *V(q*)* | *V(0)* | *V(1)* | *V(2)* | *V(3)* | *V(4)* | *V(5)* | *V(10)* | *V(15)* | *V(25)* | *V(50)* | *V(100)* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *ACE* | 1189 | 4 | 1,665* | 1,937 | 1,835 | 1,776 | 1,772 | 1,665 | 1,624 | 1,482 | 1,374 | 1,257 | 1,107 | 1,022 |
| *ACX* | 1131 | 6 | 1,785** | 2,523 | 2,293 | 2,114 | 1,977 | 1,895 | 1,830 | 1,661 | 1,566 | 1,444 | 1,295 | 1,188 |
| *AGS* | 1044 | 7 | 1,360 | 1,954 | 1,742 | 1,628 | 1,557 | 1,500 | 1,445 | 1,273 | 1,190 | 1,121 | 1,083 | 1,071 |
| *ALB* | 1186 | 9 | 2,009** | 2,932 | 2,575 | 2,371 | 2,255 | 2,178 | 2,124 | 1,987 | 1,877 | 1,726 | 1,562 | 1,443 |
| *ARG* | 413 | 2 | 1,070 | 1,142 | 1,095 | 1,070 | 1,046 | 1,036 | 1,032 | 1,016 | 0,999 | 1,009 | 1,175 | 1,582 |
| *AUM* | 1144 | 9 | 1,128 | 1,603 | 1,397 | 1,323 | 1,273 | 1,236 | 1,208 | 1,115 | 1,069 | 1,017 | 0,937 | 0,822 |
| *BBV* | 1190 | 8 | 1,584 | 2,115 | 1,866 | 1,777 | 1,728 | 1,693 | 1,658 | 1,551 | 1,493 | 1,420 | 1,334 | 1,271 |
| *BCH* | 756 | 6 | 1,445 | 1,899 | 1,705 | 1,633 | 1,557 | 1,503 | 1,467 | 1,398 | 1,367 | 1,277 | 1,227 | 1,161 |
| *BKT* | 1191 | 5 | 1,440 | 1,719 | 1,615 | 1,545 | 1,506 | 1,473 | 1,440 | 1,340 | 1,255 | 1,150 | 1,032 | 0,997 |
| *BTO* | 1173 | 0 | 1,087 | 1,087 | 1,087 | 1,088 | 1,087 | 1,084 | 1,082 | 1,079 | 1,080 | 1,077 | 1,079 | 1,061 |
| *CAN* | 1191 | 5 | 1,409 | 1,716 | 1,603 | 1,533 | 1,479 | 1,437 | 1,409 | 1,320 | 1,256 | 1,186 | 1,099 | 1,135 |
| *CTE* | 200 | 3 | 0,963 | 1,066 | 0,998 | 0,982 | 0,963 | 0,960 | 0,944 | 0,910 | 0,896 | 0,903 | 1,093 | 1,658 |
| *CTG* | 1192 | 4 | 1,459 | 1,661 | 1,585 | 1,515 | 1,481 | 1,459 | 1,444 | 1,402 | 1,386 | 1,392 | 1,441 | 1,440 |
| *CUB* | 1039 | 6 | 2,367** | 3,055 | 2,774 | 2,640 | 2,544 | 2,485 | 2,419 | 2,222 | 2,050 | 1,889 | 1,723 | 1,402 |
| *DRC* | 1192 | 4 | 2,036** | 2,453 | 2,327 | 2,204 | 2,133 | 2,036 | 1,969 | 1,765 | 1,652 | 1,536 | 1,374 | 1,240 |
| *ELE* | 1191 | 2 | 1,278 | 1,344 | 1,308 | 1,278 | 1,225 | 1,194 | 1,166 | 1,066 | 0,993 | 0,933 | 0,900 | 0,887 |
| *FCC* | 709 | 4 | 2,449** | 3,219 | 2,998 | 2,802 | 2,572 | 2,449 | 2,364 | 2,112 | 1,917 | 1,697 | 1,427 | 1,209 |
| *FEC* | 1191 | 8 | 1,062 | 1,416 | 1,265 | 1,195 | 1,153 | 1,124 | 1,101 | 1,044 | 1,015 | 0,986 | 0,969 | 1,046 |

## CUADRO 7. ESTADISTICO RRM PARA VOLATILIDADES DIARIAS DE VALORES INTEGRANTES DEL IBEX 35

(A 31 DE DICIEMBRE DE 1994)

| *valor* | *n* | *q** | *V(q*)* | *V(0)* | *V(1)* | *V(2)* | *V(3)* | *V(4)* | *V(5)* | *V(10)* | *V(15)* | *V(25)* | *V(50)* | *V(100)* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *GES* | 1189 | 0 | 2,373** | 3,347 | 3,067 | 2,859 | 2,691 | 2,569 | 2,462 | 2,095 | 1,886 | 1,649 | 1,393 | 1,271 |
| *HHU* | 1191 | 5 | 1,231 | 1,537 | 1,440 | 1,373 | 1,314 | 1,269 | 1,231 | 1,136 | 1,086 | 1,019 | 0,943 | 1,015 |
| *IBE* | 1192 | 7 | 1,416 | 1,940 | 1,750 | 1,617 | 1,547 | 1,503 | 1,469 | 1,352 | 1,263 | 1,183 | 1,114 | 1,131 |
| *MAP* | 1188 | 8 | 1,655* | 2,315 | 2,066 | 1,914 | 1,834 | 1,780 | 1,745 | 1,607 | 1,525 | 1,433 | 1,306 | 1,270 |
| *MVC* | 1192 | 6 | 1,536 | 1,926 | 1,776 | 1,683 | 1,633 | 1,593 | 1,563 | 1,453 | 1,388 | 1,301 | 1,204 | 1,150 |
| *POP* | 1192 | 6 | 1,006 | 1,289 | 1,172 | 1,113 | 1,074 | 1,048 | 1,024 | 0,964 | 0,935 | 0,899 | 0,857 | 0,885 |
| *PRY* | 754 | 4 | 1,570 | 1,819 | 1,697 | 1,636 | 1,596 | 1,570 | 1,550 | 1,448 | 1,360 | 1,252 | 1,087 | 0,914 |
| *REP* | 1192 | 9 | 1,602 | 2,222 | 1,936 | 1,817 | 1,755 | 1,721 | 1,690 | 1,582 | 1,496 | 1,371 | 1,271 | 1,211 |
| *SAN* | 1192 | 2 | 1,383 | 1,440 | 1,402 | 1,383 | 1,373 | 1,366 | 1,352 | 1,309 | 1,283 | 1,237 | 1,124 | 1,090 |
| *SEV* | 1191 | 6 | 1,269 | 1,552 | 1,428 | 1,374 | 1,344 | 1,321 | 1,291 | 1,215 | 1,171 | 1,273 | 1,073 | 1,091 |
| *TAB* | 1189 | 9 | 1,339 | 2,044 | 1,797 | 1,677 | 1,590 | 1,535 | 1,483 | 1,314 | 1,214 | 1,109 | 0,979 | 0,938 |
| *TEF* | 1192 | 7 | 1,121 | 1,608 | 1,453 | 1,364 | 1,311 | 1,278 | 1,249 | 1,173 | 1,122 | 1,071 | 0,982 | 0,962 |
| *UNF* | 1191 | 6 | 1,166 | 1,594 | 1,450 | 1,330 | 1,270 | 1,226 | 1,191 | 1,096 | 1,050 | 1,007 | 0,954 | 0,950 |
| *URA* | 1190 | 5 | 1,772** | 2,347 | 2,196 | 2,035 | 1,932 | 1,841 | 1,772 | 1,603 | 1,513 | 1,389 | 1,218 | 1,133 |
| *VAL* | 1191 | 6 | 1,599 | 2,195 | 2,000 | 1,873 | 1,787 | 1,712 | 1,651 | 1,453 | 1,326 | 1,208 | 1,098 | 1,088 |
| *VDR* | 1119 | 4 | 1,465 | 1,758 | 1,670 | 1,560 | 1,505 | 1,465 | 1,432 | 1,327 | 1,292 | 1,234 | 1,191 | 1,147 |
| *VIS* | 1191 | 10 | 1,447 | 2,405 | 2,065 | 1,888 | 1,791 | 1,718 | 1,654 | 1,447 | 1,339 | 1,218 | 1,082 | 1,006 |

## CUADRO 8. ESTADISTICO DE GEWEKE - PORTER-HUDAK. VOLATILIDADES

| *Valor* | *n* | *h = 0* | | | | *h = 5* | | | | *h = 10* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *μ =,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ = ,65* | *μ = ,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ = ,65* | *μ =,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ =,65* |
| *ACE* | 1189 | ,237 ** | ,281 ** | ,257 ** | ,231 ** | ,090 | ,232 | ,207 * | ,180 * | –,325 | ,100 | ,121 | ,115 |
| | | (,043) | (,002) | (,000) | (,000) | (,686) | (,123) | (,058) | (,052) | (,376) | (,641) | (,397) | (,317) |
| *ACX* | 1131 | ,199 ** | ,229 ** | ,238 ** | ,241 ** | ,147 | ,216 * | ,235 * | ,241 ** | ,047 | ,185 | ,223 * | ,234 ** |
| | | (,009) | (,002) | (,000) | (,000) | (,309) | (,079) | (,010) | (,001) | (,839) | (,302) | (,066) | (,014) |
| *AGS* | 1044 | ,148 | ,215 ** | ,233 ** | ,271 ** | ,031 | ,209 | ,239 * | ,294 ** | ,267 | ,422 * | ,364 ** | ,385 ** |
| | | (,206) | (,030) | (,002) | (,000) | (,895) | (,224) | (,045) | (,001) | (,512) | (,098) | (,022) | (,000) |
| *ALB* | 1186 | ,331 ** | ,304 ** | ,188 ** | ,147 ** | ,289 | ,251 | ,071 | ,052 | ,466 | ,315 | ,035 | ,026 |
| | | (,011) | (,007) | (,026) | (,028) | (,255) | (,186) | (,570) | (,570) | (,276) | (,257) | (,831) | (,816) |
| *ARG* | 413 | –,200 | –,030 | –,007 | –,075 | ,084 | ,385 | ,241 | ,011 | ,329 | ,894 * | ,395 | –,014 |
| | | (,259) | (,849) | (,962) | (,457) | (,845) | (,230) | (,304) | (,942) | (,594) | (,075) | (,251) | (,948) |
| *AUM* | 1144 | ,159 | ,152 | ,169 ** | ,165 ** | ,130 | ,110 | ,149 | ,147 | ,109 | ,074 | ,141 | ,142 |
| | | (,174) | (,160) | (,045) | (,025) | (,558) | (,540) | (,236) | (,145) | (,785) | (,786) | (,412) | (,270) |
| *BBV* | 1190 | ,121 | ,176 ** | ,143 ** | ,119 ** | –,108 | ,091 | ,066 | ,057 | –,128 | ,160 | ,089 | ,065 |
| | | (,206) | (,044) | (,047) | (,031) | (,555) | (,533) | (,535) | (,454) | (,659) | (,444) | (,529) | (,488) |
| *BCH* | 756 | ,207 ** | ,132 | ,138 | ,186 ** | ,400 * | ,033 | ,087 | ,189 | ,823 ** | –,074 | ,054 | ,208 |
| | | (,010) | (,138) | (,102) | (,016) | (,080) | (,841) | (,528) | (,103) | (,048) | (,777) | (,786) | (,173) |
| *BKT* | 1191 | ,181 | ,132 | ,172 ** | ,111 * | –,135 | –,099 | ,057 | ,002 | ,197 | ,065 | ,205 | ,073 |
| | | (,159) | (,177) | (,032) | (,077) | (,567) | (,527) | (,623) | (,980) | (,581) | (,758) | (,168) | (,471) |
| *BTO* | 1173 | ,045 ** | ,025 | ,011 | ,012 | ,021 | –,005 | –,017 | –,004 | ,075 | ,010 | –,013 | ,002 |
| | | (,032) | (,116) | (,410) | (,220) | (,585) | (,849) | (,398) | (,779) | (,280) | (,793) | (,640) | (,872) |
| *CAN* | 1191 | ,119 | ,205 * | ,155 * | ,156 ** | ,104 | ,260 | ,150 | ,151 | ,307 | ,414 | ,188 | ,172 |
| | | (,320) | (,082) | (,077) | (,020) | (,648) | (,186) | (,252) | (,101) | (,402) | (,146) | (,276) | (,129) |
| *CTE* | 200 | ,068 | –,076 | –,097 | ,003 | ,626 | –,216 | –,240 | ,032 | –1,856 | –2,333 | –1,074 | –,147 |
| | | (,770) | (,684) | (,495) | (,975) | (,390) | (,650) | (,418) | (,882) | (,707) | (,116) | (,110) | (,718) |

## CUADRO 9. ESTADISTICO DE GEWEKE - PORTER-HUDAK. VOLATILIDADES

| *Valor* | *n* | *h = 0* | | | | *h = 5* | | | | *h = 10* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *μ =,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ = ,65* | *μ = ,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ = ,65* | *μ =,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ =,65* |
| *CTG* | 1192 | –,051<br>(,711) | –,097<br>(,320) | –,011<br>(,886) | ,005<br>(,923) | –,013<br>(,958) | –,113<br>(,449) | ,038<br>(,713) | ,047<br>(,537) | ,354<br>(,393) | ,002<br>(,990) | ,156<br>(,262) | ,121<br>(,208) |
| *CUB* | 1039 | ,266 **<br>(,024) | ,229 **<br>(,012) | ,275 **<br>(,000) | ,209 **<br>(,003) | ,067<br>(,764) | ,090<br>(,545) | ,229 **<br>(,047) | ,147<br>(,135) | ,381<br>(,343) | ,252<br>(,269) | ,370 **<br>(,019) | ,204<br>(,104) |
| *DRC* | 1192 | ,202 *<br>(,095) | ,167 *<br>(,054) | ,189 **<br>(,006) | ,164 **<br>(,002) | ,032<br>(,885) | ,037<br>(,786) | ,119<br>(,237) | ,103<br>(,146) | ,218<br>(,585) | ,131<br>(,529) | ,195<br>(,148) | ,144<br>(,107) |
| *ELE* | 1191 | –,009<br>(,932) | ,130<br>(,197) | ,241 **<br>(,010) | ,231 **<br>(,003) | ,005<br>(,977) | ,238<br>(,141) | ,371 **<br>(,006) | ,302 **<br>(,004) | ,242<br>(,406) | ,450 *<br>(,057) | ,535 **<br>(,003) | ,377 **<br>(,004) |
| *FCC* | 709 | ,364 **<br>(,000) | ,379 **<br>(,000) | ,359 **<br>(,000) | ,262 **<br>(,000) | ,113<br>(,517) | ,271 *<br>(,098) | ,278 **<br>(,021) | ,148<br>(,130) | ,425<br>(,173) | ,52 **<br>(,048) | ,395 **<br>(,021) | ,168<br>(,194) |
| *FEC* | 1191 | ,066<br>(,562) | ,058<br>(,527) | ,071<br>(,346) | ,087<br>(,147) | ,169<br>(,447) | ,092<br>(,550) | ,096<br>(,399) | ,11<br>(,182) | ,437<br>(,247) | ,159<br>(,486) | ,13<br>(,394) | ,135<br>(,191) |
| *GES* | 1189 | ,475 **<br>(,000) | ,366 **<br>(,000) | ,379 **<br>(,000) | ,365 **<br>(,000) | ,584 **<br>(,003) | ,318 **<br>(,019) | ,353 **<br>(,000) | ,338<br>(,000) | ,786 **<br>(,014) | ,264<br>(,172) | ,331**<br>(,010) | ,318 **<br>(,000) |
| *HHU* | 1191 | ,236<br>(,127) | ,134<br>(,261) | ,176 *<br>(,085) | ,137 *<br>(,079) | ,436<br>(,147) | ,142<br>(,476) | ,208<br>(,177) | ,132<br>(,221) | ,724<br>(,107) | ,136<br>(,613) | ,235<br>(,232) | ,124<br>(,337) |
| *IBE* | 1192 | ,123<br>(,262) | ,156 *<br>(,081) | ,224 **<br>(,002) | ,171 **<br>(,006) | ,047<br>(,823) | ,131<br>(,379) | ,252 **<br>(,024) | ,158 *<br>(,068) | ,363<br>(,280) | ,314<br>(,130) | ,399 **<br>(,005) | ,216 **<br>(,042) |
| *MAP* | 1188 | ,248 **<br>(,043) | ,184 **<br>(,048) | ,234 **<br>(,003) | ,208 **<br>(,002) | ,212<br>(,373) | ,101<br>(,513) | ,209 *<br>(,081) | ,178 *<br>(,054) | ,214<br>(,604) | ,044<br>(,847) | ,211<br>(,190) | ,169<br>(,143) |
| *MVC* | 1192 | ,919 *<br>(,096) | ,157 *<br>(,097) | ,157 **<br>(,040) | ,154 **<br>(,017) | ,095<br>(,665) | ,069<br>(,658) | ,101<br>(,374) | ,116<br>(,191) | –,236<br>(,514) | –,104<br>(,647) | ,015<br>(,919) | ,067<br>(,541) |
| *POP* | 1192 | –,110<br>(,450) | ,002<br>(,986) | ,040<br>(,712) | ,060<br>(,472) | –,041<br>(,873) | ,132<br>(,477) | ,139<br>(,382) | ,131<br>(,241) | ,161<br>(,691) | ,316<br>(,235) | ,239<br>(,257) | ,189<br>(,175) |

## CUADRO 10. ESTADISTICO DE GEWEKE - PORTER-HUDAK. VOLATILIDADES

| *Valor* | *n* | *h = 0* | | | | *h = 5* | | | | *h = 10* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *μ =,50* | *μ =,55* | *μ =,60* | *μ =,65* | *μ =,50* | *μ =,55* | *μ =,60* | *μ =,65* | *μ =,50* | *μ =,55* | *μ =,60* | *μ =,65* |
| *PRY* | 754 | ,054<br>(,754) | ,019<br>(,882) | ,073<br>(,494) | −,008<br>(,925) | ,098<br>(,735) | ,028<br>(,890) | ,129<br>(,403) | −,024<br>(,826) | ,477<br>(,425) | ,159<br>(,641) | ,241<br>(,286) | −,019<br>(,899) |
| *REP* | 1192 | ,183 *<br>(,051) | ,223 **<br>(,008) | ,203 **<br>(,002) | ,121 **<br>(,029) | ,019<br>(,912) | ,155<br>(,263) | ,141<br>(,153) | ,035<br>(,639) | ,209<br>(,454) | ,294<br>(,135) | ,205<br>(,113) | ,039<br>(,668) |
| *SAN* | 1192 | ,184<br>(,098) | ,088<br>(,335) | ,097<br>(,215) | ,037<br>(,518) | ,036<br>(,865) | −,088<br>(,563) | −,006<br>(,961) | −,065<br>(,412) | −,212<br>(,523) | −,27<br>(,204) | −,073<br>(,633) | −,127<br>(,190) |
| *SEV* | 1191 | ,085<br>(,422) | ,07<br>(,423) | ,111<br>(,119) | ,073<br>(,193) | −,071<br>(,726) | −,045<br>(,759) | ,064<br>(,544) | ,019<br>(,800) | −,058<br>(,854) | −,048<br>(,815) | ,098<br>(,475) | ,023<br>(,806) |
| *TAB* | 1189 | ,067<br>(,645) | ,138<br>(,194) | ,199 **<br>(,021) | ,144 **<br>(,026) | ,266<br>(,276) | ,293 *<br>(,057) | ,324 **<br>(,005) | ,187 **<br>(,022) | ,093<br>(,823) | ,236<br>(,295) | ,307 **<br>(,049) | ,134<br>(,187) |
| *TEF* | 1192 | ,064<br>(,605) | ,084<br>(,383) | ,052<br>(,475) | ,1<br>(,113) | −,08<br>(,737) | ,011<br>(,940) | −,02<br>(,857) | ,078<br>(,366) | −,292<br>(,407) | −,031<br>(,887) | −,051<br>(,702) | ,09<br>(,383) |
| *UNF* | 1191 | −,052<br>(,647) | ,037<br>(,664) | ,068<br>(,303) | ,102 *<br>(,071) | −,348<br>(,100) | −,057<br>(,689) | ,03<br>(,758) | ,091<br>(,235) | −,021<br>(,920) | ,231<br>(,128) | ,22 **<br>(,035) | ,221 **<br>(,009) |
| *URA* | 1190 | ,315 **<br>(,030) | ,223 *<br>(,063) | ,2 **<br>(,034) | ,131 *<br>(,064) | ,287<br>(,294) | ,109<br>(,579) | ,114<br>(,410) | ,034<br>(,720) | ,533<br>(,236) | ,114<br>(,688) | ,122<br>(,507) | ,009<br>(,937) |
| *VAL* | 1191 | ,161<br>(,112) | ,247 **<br>(,004) | ,308 **<br>(,000) | ,26 **<br>(,000) | ,237<br>(,214) | ,363 **<br>(,009) | ,42 **<br>(,000) | ,303 **<br>(,000) | ,257<br>(,395) | ,433 **<br>(,026) | ,482 **<br>(,001) | ,300 **<br>(,004) |
| *VDR* | 1119 | ,1<br>(,413) | ,074<br>(,423) | ,062<br>(,452) | ,142<br>(,048) | −,006<br>(,981) | −,021<br>(,895) | −,008<br>(,951) | ,14<br>(,161) | ,15<br>(,704) | ,036<br>(,870) | ,025<br>(,876) | ,205<br>(,100) |
| *VIS* | 1191 | ,285 **<br>(,011) | ,244 **<br>(,015) | ,26 **<br>(,001) | ,329 **<br>(,000) | ,242<br>(,254) | ,175<br>(,288) | ,228 *<br>(,057) | ,342 **<br>(,000) | ,878 **<br>(,000) | ,437 **<br>(,044) | ,393 **<br>(,008) | ,475 **<br>(,000) |

## CUADRO 11. ESTADISTICO RRM PARA LOGARITMOS DE VOLUMENES DIARIOS DE VALORES INTEGRANTES DEL IBEX 35

(A 31 DE DICIEMBRE DE 1994)

| *valor* | *n* | *q** | *V(q*)* | *V(0)* | *V(1)* | *V(2)* | *V(3)* | *V(4)* | *V(5)* | *V(10)* | *V(15)* | *V(25)* | *V(50)* | *V(100)* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *ACE* | 1188 | 14 | 3,411** | 8,312 | 6,835 | 6,027 | 5,487 | 5,090 | 4,772 | 3,838 | 3,325 | 2,737 | 2,085 | 1,573 |
| *ACX* | 1126 | 12 | 3,142** | 6,885 | 5,772 | 5,128 | 4,701 | 4,387 | 4,130 | 3,341 | 2,902 | 2,409 | 1,858 | 1,435 |
| *AGS* | 1038 | 9 | 2,541** | 4,658 | 4,015 | 3,624 | 3,341 | 3,131 | 2,970 | 2,463 | 2,165 | 1,819 | 1,498 | 1,260 |
| *ALB* | 1181 | 8 | 2,189** | 3,671 | 3,242 | 2,920 | 2,713 | 2,558 | 2,433 | 2,082 | 1,893 | 1,658 | 1,400 | 1,227 |
| *ARG* | 414 | 7 | 1,606 | 2,596 | 2,228 | 2,035 | 1,907 | 1,808 | 1,726 | 1,483 | 1,374 | 1,263 | 1,151 | 1,153 |
| *AUM* | 1136 | 10 | 4,043** | 8,086 | 6,936 | 6,235 | 5,724 | 5,346 | 5,029 | 4,043 | 3,485 | 2,843 | 2,126 | 1,563 |
| *BBV* | 1193 | 16 | 3,045** | 7,902 | 6,367 | 5,577 | 5,052 | 4,673 | 4,382 | 3,549 | 3,111 | 2,622 | 2,077 | 1,606 |
| *BCH* | 756 | 12 | 2,515** | 5,799 | 4,752 | 4,184 | 3,795 | 3,520 | 3,305 | 2,675 | 2,328 | 1,925 | 1,485 | 1,182 |
| *BKT* | 1191 | 7 | 2,578** | 3,714 | 3,369 | 3,146 | 2,980 | 2,844 | 2,734 | 2,409 | 2,212 | 1,970 | 1,715 | 1,458 |
| *BTO* | 1170 | 19 | 3,145** | 10,031 | 7,861 | 6,731 | 6,003 | 5,482 | 5,095 | 3,998 | 3,441 | 2,828 | 2,153 | 1,629 |
| *CAN* | 1191 | 10 | 2,671** | 4,870 | 4,207 | 3,815 | 3,539 | 3,332 | 3,164 | 2,671 | 2,404 | 2,115 | 1,732 | 1,430 |
| *CTE* | 200 | 5 | 1,643* | 2,459 | 2,127 | 1,925 | 1,793 | 1,711 | 1,643 | 1,479 | 1,412 | 1,333 | 1,194 | 1,219 |
| *CTG* | 1177 | 7 | 2,400** | 3,491 | 3,122 | 2,904 | 2,755 | 2,647 | 2,552 | 2,242 | 2,057 | 1,845 | 1,660 | 1,441 |
| *CUB* | 1035 | 9 | 3,034** | 5,474 | 4,713 | 4,305 | 3,992 | 3,749 | 3,545 | 2,945 | 2,616 | 2,231 | 1,795 | 1,465 |
| *DRC* | 1192 | 12 | 3,380** | 6,813 | 5,720 | 5,132 | 4,734 | 4,441 | 4,210 | 3,552 | 3,164 | 2,678 | 2,079 | 1,602 |
| *ELE* | 1192 | 14 | 3,183** | 8,130 | 6,639 | 5,826 | 5,270 | 4,870 | 4,559 | 3,611 | 3,099 | 2,534 | 1,909 | 1,421 |
| *FCC* | 707 | 7 | 2,646** | 4,355 | 3,844 | 3,487 | 3,245 | 3,048 | 2,884 | 2,413 | 2,162 | 1,852 | 1,493 | 1,197 |
| *FEC* | 1185 | 14 | 2,015** | 4,835 | 3,969 | 3,477 | 3,154 | 2,923 | 2,742 | 2,229 | 1,973 | 1,674 | 1,377 | 1,1 |

## CUADRO 12. ESTADISTICO RRM PARA LOGARITMOS DE VOLUMENES DIARIOS DE VALORES INTEGRANTES DEL IBEX 35

| *valor* | *n* | *q** | *V(q*)* | *V(0)* | *V(1)* | *V(2)* | *V(3)* | *V(4)* | *V(5)* | *V(10)* | *V(15)* | *V(25)* | *V(50)* | *V(100)* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *GES* | 1186 | 10 | 2,576** | 4,749 | 4,101 | 3,694 | 3,427 | 3,229 | 3,078 | 2,576 | 2,303 | 1,979 | 1,595 | 1,362 |
| *HHU* | 1190 | 16 | 3,095** | 8,408 | 6,765 | 5,913 | 5,347 | 4,932 | 4,611 | 3,660 | 3,170 | 2,607 | 1,993 | 1,525 |
| *IBE* | 1186 | 16 | 3,434** | 9,733 | 7,822 | 6,748 | 6,053 | 5,554 | 5,175 | 4,096 | 3,520 | 2,881 | 2,159 | 1,613 |
| *MAP* | 1183 | 9 | 2,700** | 4,577 | 4,007 | 3,657 | 3,414 | 3,229 | 3,072 | 2,635 | 2,398 | 2,135 | 1,820 | 1,542 |
| *MVC* | 1193 | 8 | 3,332** | 5,419 | 4,770 | 4,379 | 4,108 | 3,888 | 3,711 | 3,149 | 2,808 | 2,403 | 1,958 | 1,515 |
| *POP* | 1193 | 9 | 3,469** | 5,917 | 5,172 | 4,744 | 4,446 | 4,208 | 4,001 | 3,369 | 3,004 | 2,567 | 2,053 | 1,629 |
| *PRY* | 754 | 7 | 2,899** | 4,456 | 3,958 | 3,674 | 3,433 | 3,263 | 3,121 | 2,661 | 2,402 | 2,067 | 1,684 | 1,337 |
| *REP* | 1193 | 17 | 3,588** | 10,784 | 8,572 | 7,370 | 6,585 | 6,038 | 5,615 | 4,409 | 3,775 | 3,060 | 2,294 | 1,735 |
| *SAN* | 1192 | 18 | 3,246** | 10,079 | 7,999 | 6,883 | 6,152 | 5,629 | 5,225 | 4,070 | 3,489 | 2,840 | 2,152 | 1,613 |
| *SEV* | 1187 | 11 | 2,412** | 4,719 | 4,002 | 3,589 | 3,302 | 3,096 | 2,939 | 2,472 | 2,228 | 1,955 | 1,655 | 1,385 |
| *TAB* | 1189 | 8 | 2,545** | 4,087 | 3,613 | 3,325 | 3,112 | 2,941 | 2,803 | 2,442 | 2,257 | 2,006 | 1,774 | 1,515 |
| *TEF* | 1191 | 16 | 2,765** | 7,439 | 5,986 | 5,228 | 4,722 | 4,352 | 4,065 | 3,257 | 2,830 | 2,346 | 1,839 | 1,424 |
| *UNF* | 1192 | 13 | 2,526** | 5,640 | 4,670 | 4,149 | 3,792 | 3,527 | 3,323 | 2,726 | 2,424 | 2,092 | 1,685 | 1,441 |
| *URA* | 1188 | 16 | 2,585** | 6,796 | 5,480 | 4,801 | 4,350 | 4,018 | 3,765 | 3,042 | 2,648 | 2,167 | 1,656 | 1,273 |
| *VAL* | 1188 | 11 | 2,879** | 5,466 | 4,626 | 4,157 | 3,841 | 3,604 | 3,424 | 2,939 | 2,675 | 2,312 | 1,888 | 1,583 |
| *VDR* | 1093 | 9 | 2,841** | 5,087 | 4,402 | 3,992 | 3,694 | 3,464 | 3,284 | 2,765 | 2,472 | 2,096 | 1,695 | 1,369 |
| *VIS* | 1189 | 16 | 2,880** | 7,595 | 6,107 | 5,328 | 4,813 | 4,444 | 4,164 | 3,360 | 2,942 | 2,480 | 1,971 | 1,551 |

El estadístico GP-H conduce aproximadamente a las mismas conclusiones (Cuadros 13 a 15), rechazando la ausencia de memoria de largo plazo para un sólo valor *(ARG)*. En todos los casos hay consenso entre ambos estadísticos, tanto en el rechazo como en la aceptación, (Cuadros 16 y 17) lo que implica que ambos son igualmente útiles cuando la situación es clara (existencia o ausencia de memoria de largo plazo).

Resulta interesante comprobar que las conclusiones obtenidas para el caso de los volúmenes son radicalmente distintas a las de los rendimientos. Esto sugiere cierto grado de «autonomía» entre una y otra variable. Hay que destacar que la serie empleada muestra una clara tendencia pero que en todos los casos se rechazó (mediante el empleo del ADF) la existencia de una raíz unitaria. En todo caso, resultaría interesante (aunque nosotros aquí no lo haremos) comprobar cuales hubieran sido los resultados en el caso de tomar rendimientos logarítmicos (lo cual supondría una «sobrediferenciación» de la serie).

## *3.2. Indice General*

En la presente subsección realizaremos un análisis similar al anterior para la serie de rendimientos y volatilidades del Indice General de la Bolsa de Madrid, esta serie es analizada con detalle en Olmeda y Pérez (1995), concluyendo sólida evidencia a favor de estructura no lineal en media y varianza. Nuestros resultados, junto con los obtenidos por los anteriores autores, permiten evaluar la compatibilidad de las hipótesis de memoria de largo plazo y no linealidad. Como comprobaremos, la existencia de no linealidad puede conducir a aceptar, erróneamente, la hipótesis de memoria de largo plazo.

Pretendemos, igualmente, comprobar si los resultados encontrados para los valores individuales (ausencia de memoria de largo plazo para las series de rendimientos y débil evidencia para la serie de volatilidades) se conservan para un índice. Como mencionamos, la agregación de procesos con memoria de largo plazo conduce plausiblemente a un proceso de memoria de largo plazo tal vez inducida por la falta de liquidez para algunos valores del índice (e.g. Ross, 1992).

En primer lugar consideraremos la serie de rendimientos del IGBM. En lugar de calcular el estadístico RRM para toda la serie, emplearemos un procedimiento que permitirá comprobar si existen variaciones estructurales en el PGD. Para ello, hemos considerado submuestras de diferente tamaño y que abarcan distintos horizontes temporales. En primer lugar

## CUADRO 13. ESTADISTICO DE GEWEKE - PORTER-HUDAK. VOLUMENES

| *Valor* | *n* | *h = 0* | | | | *h = 5* | | | | *h = 10* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *μ =,50* | *μ =,55* | *μ =,60* | *μ =,65* | *μ =,50* | *μ =,55* | *μ =,60* | *μ =,65* | *μ =,50* | *μ =,55* | *μ =,60* | *μ =,65* |
| ACE | 1189 | ,597 ** (,000) | ,581 ** (,000) | ,411 ** (,000) | ,333 ** (,000) | ,215 (,423) | ,362 * (,064) | ,156 (,242) | ,130 (,192) | ,041 (,928) | ,365 (,208) | ,074 (,680) | ,071 (,565) |
| ACX | 1131 | ,463 ** (,003) | ,465 ** (,000) | ,388 ** (,000) | ,295 ** (,000) | ,321 (,232) | ,389 ** (,029) | ,292 ** (,015) | ,185 ** (,036) | ,875 ** (,044) | ,663 ** (,008) | ,396 ** (,011) | ,209 * (,053) |
| AGS | 1044 | ,618 ** (,000) | ,567 ** (,000) | ,456 ** (,000) | ,409 ** (,000) | ,771 ** (,005) | ,590 ** (,002) | ,388 ** (,006) | ,340 ** (,001) | 1,107 ** (,017) | ,607 ** (,032) | ,308 (,101) | ,275 ** (,036) |
| ALB | 1186 | ,389 ** (,011) | ,357 ** (,001) | ,296 ** (,001) | ,283 ** (,000) | ,329 (,251) | ,289 (,119) | ,206 (,118) | ,217 ** (,019) | ,739 (,116) | ,461 * (,081) | ,259 (,135) | ,248 ** (,029) |
| ARG | 413 | ,186 (,357) | ,138 (,340) | ,098 (,352) | ,084 (,316) | ,435 (,401) | ,172 (,562) | ,058 (,753) | ,039 (,767) | ,160 (,892) | -,057 (,908) | -,090 (,725) | -0,41 (,813) |
| AUM | 1144 | ,576 ** (,020) | ,488 ** (,004) | ,318 ** (,001) | ,247 ** (,009) | -,030 (,949) | ,063 (,819) | -,052 (,770) | -,029 (,816) | -,479 (,563) | -,099 (,811) | -,183 (,434) | -,100 (,522) |
| BBV | 1190 | ,344 ** (,035) | ,396 ** (,003) | ,317 ** (,002) | ,257 ** (,001) | -,090 (,760) | ,213 (,331) | ,153 (,309) | ,120 (,250) | ,380 (,383) | ,581 * (,051) | ,324 * (,091) | ,208 * (,096) |
| BCH | 756 | ,530 ** (,000) | ,392 ** (,000) | ,464 ** (,000) | ,405 ** (,000) | ,432 * (,072) | ,205 (,217) | ,430 ** (,016) | ,346 ** (,018) | ,691 * (,083) | ,196 (,426) | ,550 ** (,029) | ,383 ** (,047) |
| BKT | 1191 | ,344 ** (,007) | ,289 ** (,006) | ,270 ** (,001) | ,195 ** (,002) | ,317 (,188) | ,223 (,193) | ,216 * (,086) | ,119 (,161) | ,555 (,184) | ,298 (,245) | ,256 (,133) | ,115 (,283) |
| BTO | 1173 | ,580 ** (,000) | ,590 ** (,000) | ,440 ** (,000) | ,386 ** (,000) | ,547 * (,083) | ,585 ** (,007) | ,334 ** (,015) | ,292 ** (,002) | ,252 (,630) | ,470 (,137) | ,175 (,325) | ,187 (,104) |
| CAN | 1191 | ,378 ** (,001) | ,285 ** (,002) | ,354 ** (,000) | ,318 ** (,000) | -,055 (,793) | -,042 (,768) | ,200 * (,069) | ,196 ** (,038) | -,095 (,783) | -,060 (,771) | ,277 * (,056) | ,236 ** (,044) |
| CTE | 200 | ,238 (,197) | ,287 ** (,041) | ,234 ** (,036) | ,233 ** (,011) | -,246 (,745) | ,158 (,703) | ,064 (,804) | ,122 (,498) | -2,687 (,264) | ,401 (,580) | ,026 (,947) | ,142 (,572) |

## CUADRO 14. ESTADISTICO DE GEWEKE - PORTER-HUDAK. VOLUMENES

| *Valor* | *n* | *h = 0* | | | | *h = 5* | | | | *h = 10* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *μ =,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ = ,65* | *μ = ,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ = ,65* | *μ =,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ =,65* |
| *CTG* | 1192 | ,285 * (,052) | ,299 ** (,007) | ,271 ** (,002) | ,210 ** (,002) | ,178 (,527) | ,255 (,162) | ,229 * (,077) | ,152 (,100) | ,737 (,113) | ,572 ** (,029) | ,393 ** (,021) | ,227 ** (,048) |
| *CUB* | 1039 | ,462 ** (,001) | ,363 ** (,000) | ,356 ** (,000) | ,315 ** (,000) | ,559 ** (,031) | ,326 * (,055) | ,329 ** (,012) | ,277 ** (,002) | ,428 (,352) | ,134 (,595) | ,223 (,209) | ,199 * (,085) |
| *DRC* | 1192 | ,485 ** (,000) | ,424 ** (,000) | ,289 ** (,002) | ,165 ** (,023) | ,001 (,995) | ,103 (,604) | ,001 (,991) | –,088 (,348) | ,289 (,459) | ,300 (,292) | ,071 (,685) | –,074 (,520) |
| *ELE* | 1191 | ,504 ** (,000) | ,484 ** (,000) | ,463 ** (,000) | ,471 ** (,000) | ,052 (,756) | ,222 ** (,047) | ,293 ** (,005) | ,367 ** (,001) | ,446 * (,067) | ,491 ** (,000) | ,463 ** (,000) | ,489 ** (,000) |
| *FCC* | 709 | ,447 ** (,001) | ,396 ** (,001) | ,344 ** (,000) | ,371 ** (,000) | ,594 ** (,038) | ,431 ** (,045) | ,323 ** (0,03) | ,378 ** (,002) | ,424 (,425) | ,246 (,469) | ,174 (,401) | ,310 * (,054) |
| *FEC* | 1191 | ,535 ** (,000) | ,405 ** (,000) | ,343 ** (,000) | ,378 ** (,000) | ,593 ** (,012) | ,308 ** (,049) | ,237 ** (,025) | ,326 ** (,000) | ,765 ** (,044) | ,237 (,280) | ,169 (,212) | ,310 ** (,001) |
| *GES* | 1189 | ,402 ** (,017) | ,302 ** (,012) | 314 ** (,001) | ,346 ** (,000) | ,070 (,817) | ,013 (,941) | ,144 (,301) | ,252 ** (,022) | –,581 (,247) | –,325 (,222) | 0,012 (,943) | ,206 (,130) |
| *HHU* | 1191 | ,580 ** (,000) | ,410 ** (,001) | ,380 ** (,000) | ,336 ** (,000) | ,016 (,953) | –,059 (,743) | ,074 (,539) | ,116 (,236) | ,566 (,200) | ,183 (,456) | ,267 * (,080) | ,250 ** (,036) |
| *IBE* | 1192 | ,704 ** (,000) | ,470 ** (,001) | ,438 ** (,000) | ,301 ** (,000) | ,416 (,243) | ,106 (,632) | ,192 (,233) | ,072 (,497) | ,913 (,115) | ,166 (,599) | ,251 (,233) | ,063 * (,624) |
| *MAP* | 1188 | ,298 ** (,004) | ,265 ** (,002) | ,485 ** (,000) | ,360 ** (,000) | ,344 * (,063) | ,252 * (,066) | ,638 ** (,000) | ,388 ** (,000) | ,650 ** (,043) | ,339 (,100) | ,846 ** (,000) | ,434 ** (,001) |
| *MVC* | 1192 | ,193 (,242) | ,251 * (,051) | ,254 ** (,011) | ,193 ** (,014) | –,362 (,178) | ,004 (,981) | ,109 (,429) | ,068 (,501) | ,105 (,725) | ,426 * (,062) | ,382 ** (,017) | ,222 * (,057) |
| *POP* | 1192 | ,302 ** (,029) | ,383 ** (,001) | ,301 ** (,001) | ,254 ** (,000) | ,300 (,217) | ,470 ** (,012) | ,297 ** (,027) | ,227 ** (,019) | ,416 (,310) | ,612 ** (,024) | ,300 * (,094) | ,206 * (,087) |

## CUADRO 15. ESTADISTICO DE GEWEKE - PORTER-HUDAK. VOLUMENES

| *Valor* | *n* | *h = 0* | | | | *h = 5* | | | | *h = 10* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *μ =,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ = ,65* | *μ = ,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ = ,65* | *μ =,50* | *μ = ,55* | *μ = ,60* | *μ =,65* |
| *PRY* | 754 | ,451 ** (,000) | ,254 ** (,019) | ,289 ** (,000) | ,312 ** (,000) | ,470 (,102) | ,045 (,814) | ,196 (,136) | ,267 ** (,015) | ,696 (,179) | −,114 (,701) | ,194 (,279) | ,295 ** (,038) |
| *REP* | 1192 | ,679 ** (,000) | ,620 ** (,000) | ,453 ** (,000) | ,323 ** (,000) | ,670 ** (,042) | ,579 ** (,011) | ,314 ** (,045) | ,165 (,126) | ,513 (,297) | ,488 (,114) | ,164 (,399) | ,032 (,798) |
| *SAN* | 1192 | ,666 ** (,000) | ,570 ** (,000) | ,425 ** (,000) | ,452 ** (,000) | ,510 ** (,037) | ,397 ** (,008) | ,217 * (,074) | ,334 ** (,000) | ,781 * (,062) | ,461 * (,036) | ,177 (,274) | ,345 ** (,005) |
| *SEV* | 1191 | ,256 * (,079) | ,338 ** (,006) | ,291 ** (,002) | ,242 ** (,000) | ,085 (,748) | ,336 * (,097) | ,260 * (,062) | ,200 ** (,039) | ,196 (,645) | ,529 * (,065) | ,338 * (,062) | ,228 * (,053) |
| *TAB* | 1189 | ,356 ** (,000) | ,331 ** (,000) | ,263 ** (,000) | ,328 ** (,000) | ,265 (,154) | ,260 * (,054) | ,170 (,104) | ,305 ** (,000) | ,642 ** (,030) | ,451 ** (,019) | ,238 * (,085) | ,393 ** (,000) |
| *TEF* | 1192 | ,335 * (,089) | ,233 * (,093) | ,192 * (,060) | ,146 * (,053) | ,188 (,497) | ,090 (,602) | ,096 (,423) | ,070 (,410) | ,395 (,328) | ,098 (,665) | ,092 (,531) | ,054 (,583) |
| *UNF* | 1191 | ,386 ** (,009) | ,327 ** (,002) | ,351 ** (,000) | ,369 ** (,000) | ,173 (,516) | ,152 (,359) | ,260 ** (,023) | ,317 ** (,000) | −,354 (,392) | −,086 (,704) | ,178 (,218) | ,285 ** (,009) |
| *URA* | 1190 | ,592 ** (,000) | ,486 ** (,000) | ,367 ** (,000) | ,341 ** (,000) | ,433 * (,079) | ,296 * (,071) | ,161 (,193) | ,197 ** (,037) | ,699 * (,091) | ,332 (,164) | ,115 (,483) | ,171 (,131) |
| *VAL* | 1191 | ,390 ** (,003) | ,361 ** (,000) | ,228 ** (,007) | ,255 ** (,001) | ,574 ** (,013) | ,449 ** (,009) | ,191 (,116) | ,251 ** (,017) | ,365 (,340) | ,306 (,214) | ,012 (,937) | ,168 (,197) |
| *VDR* | 1119 | ,465 ** (,000) | ,461 ** (,000) | ,331 ** (,000) | ,342 ** (,000) | ,407 ** (,035) | ,431 ** (,005) | ,224 * (,054) | ,282 ** (,003) | ,935 ** (,001) | ,702 ** (,001) | ,288 * (,065) | ,335 ** (,005) |
| *VIS* | 1191 | ,455 ** (,001) | ,398 ** (,000) | ,410 ** (,000) | ,358 ** (,000) | ,239 (,360) | ,230 (,219) | ,319 ** (,019) | ,272 ** (,006) | ,288 (,499) | ,252 (,347) | ,366 ** (,040) | ,287 ** (,018) |

## CUADRO 16. RESUMEN

| *valor* | *rendimientos* | | | *volatilidades* | | | *volúmenes* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | *RRM* | *GPH* | *ambos* | *RRM* | *GPH* | *ambos* | *RRM* | *GPH* | *ambos* |
| *ACE* | N | N | N | S | ? | S | S | ? | S |
| *ACX* | N | ? | N | S | ? | S | S | S | S |
| *AGS* | N | ? | N | N | S | ? | S | S | S |
| *ALB* | N | S | ? | S | ? | S | S | S | S |
| *ARG* | N | ? | N | N | N | N | N | N | N |
| *AUM* | N | N | N | N | N | N | S | ? | S |
| *BBV* | N | N | N | N | ? | N | S | S | S |
| *BCH* | N | N | N | N | S | ? | S | S | S |
| *BKT* | N | N | N | N | N | N | S | ? | S |
| *BTO* | N | N | N | N | N | N | S | S | S |
| *CAN* | S | N | ? | N | N | N | S | S | S |
| *CTE* | N | N | N | N | N | N | S | ? | S |
| *CTG* | N | N | N | N | N | N | S | S | S |
| *CUB* | S | ? | S | S | S | S | S | S | S |
| *DRC* | N | N | N | S | ? | S | S | ? | S |
| *ELE* | N | ? | N | N | S | ? | S | S | S |
| *FCC* | S | N | ? | S | S | S | S | S | S |
| *FEC* | N | N | N | N | N | N | S | S | S |

## CUADRO 17. RESUMEN

| *valor* | *rendimientos* | | | *volatilidades* | | | *volúmenes* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | *RRM* | *GPH* | *ambos* | *RRM* | *GPH* | *ambos* | *RRM* | *GPH* | *ambos* |
| *GES* | S | N | ? | S | S | S | S | S | S |
| *HHU* | N | N | N | N | N | N | S | S | S |
| *IBE* | N | N | N | N | S | ? | S | ? | S |
| *MAP* | N | N | N | S | S | S | S | S | S |
| *MVC* | N | N | N | N | ? | N | S | S | S |
| *POP* | N | N | N | N | N | N | S | S | S |
| *PRY* | N | N | N | N | N | N | S | ? | S |
| *REP* | N | N | N | N | ? | N | S | S | S |
| *SAN* | N | N | N | N | N | N | S | S | S |
| *SEV* | N | N | N | N | N | N | S | S | S |
| *TAB* | N | N | N | N | S | ? | S | S | S |
| *TEF* | N | N | N | N | N | N | S | ? | S |
| *UNF* | N | N | N | N | ? | N | S | S | S |
| *URA* | S | N | ? | S | ? | S | S | S | S |
| *VAL* | N | N | N | N | S | ? | S | S | S |
| *VDR* | N | N | N | N | N | N | S | S | S |
| *VIS* | S | N | ? | N | S | ? | S | S | S |

hemos empleado una ventana que cubre el primer período (año 1989) ampliando dicha ventana mediante la inclusión sucesiva de los siguientes años (muestreo hacia adelante). Igualmente hemos construido otro conjunto de submuestras partiendo del último período (año 1993 y Enero de 1994) y añadiendo sucesivamente los precedentes.

El Cuadro 18 muestra los resultados obtenidos para el contraste RRM. Para la serie al completo (filas (F1) y (F2)), el estadístico RRM revela la existencia de memoria de largo plazo en las serie de rendimientos. Para el retardo óptimo de truncado, la hipótesis nula de independencia o dependencia de corto plazo es rechazada a un nivel del 5%. El valor del estadístico también muestra cierta robustez para los diferentes valores del parámetro $q$ considerados. También puede comprobarse que la elección del esquema de ponderaciones de las autocovarianzas no parece crítica, tanto los procedimientos de Newey y West (1987) como de Andrews (1991) (filas F1 y F2, respectivamente) conducen a las mismas conclusiones.

La consideración de los diferentes subperíodos conduce a conclusiones interesantes. En primer lugar hay que hacer notar que para el período comprendido entre Enero de 1989 y Diciembre de 1992, así como para los siguientes tres subperíodos el estadístico RRM no detecta la existencia de memoria de largo plazo. La inclusión del último período (Enero 1993-Enero 1994) tiene un efecto dramático sobre el estadístico, que pasa a ser significativo al 5%. De la parte (b) también comprobamos que la inclusión de este período conduce a una alta significación del estadístico para cada uno de los subperiodos excepto, precisamente, este mismo. Esta aparente contradicción queda resuelta cuando uno considera que el contraste RRM carece prácticamente de poder frente a alternativas fraccionales cuando el tamaño muestral es reducido, pero se incrementa rápidamente para muestras de tamaño superior a 250 (Lo, 1991, pág. 1306). De hecho, cuando extendemos el mencionado período hacia atrás obtenemos valores significativos al 2,5% *($q$ = 5)*.

Si se considera la serie al completo, los valores de $V$ y $\underline{V}$ son 2,108 y 1,847, respectivamente. Para estos valores, los valores del exponente de Hurst estimados son *$H$ = 0,604 ($d$ = ,104)* y *$H$ = 0,586 ($d$ = 0,086)*, respectivamente,mostrando que la serie de rendimientos no puede ser descrita como un paseo aleatorio.

En el mismo Cuadro, hemos calculado el sesgo inducido por considerar el estadístico RRM clásico en vez del corregido, cuando este último es calculado para el retardo de truncado óptimo. El sesgo estimado de $V$ es de alrededor de un 15%, sensiblemente menor que los valores hallados por Lo (1991) (tan elevados como un 98,8%), esto es debido al hecho de que el nivel de correlación para los rendimientos en el mercado estadounidense, y para los períodos considerados, es significativamente más elevado que en el caso español, lo que hace que el factor de corrección se eleve.

## CUADRO 18. ESTADISTICO RRM

### A) MUESTREO HACIA ADELANTE

| *Fecha* | *n* | *q** | *q=0* | *q=1* | *q=2* | *q=3* | *q=4* | *q=5* | *q=10* | *q=15* | *q=25* | *sesgo %* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2/1/89–29/12/89 | 243 | 3 | 1,721* | 1,579 | 1,501 | 1,479 | 1,478 | 1,481 | 1,427 | 1,328 | 1,228 | 16,36 |
| 2/1/89–28/12/90 | 489 | 5 | 1,670* | 1,511 | 1,442 | 1,384 | 1,345 | 1,327 | 1,289 | 1,243 | 1,221 | 25,84 |
| 2/1/89–31/12/91 | 737 | 4 | 1,441 | 1,358 | 1,325 | 1,294 | 1,271 | 1,259 | 1,203 | 1,151 | 1,095 | 13,37 |
| 2/1/89–31/12/92 | 986 | 4 | 1,248 | 1,174 | 1,138 | 1,113 | 1,098 | 1,085 | 1,037 | 1,003 | 0,963 | 13,66 |
| 2/1/89–31/01/94 (F1) | 1255 | 5 | 2,108** | 1,972** | 1,911** | 1,871** | 1,847** | 1,827** | 1,739* | 1,676* | 1,595 | 15,38 |
| (F2) | 1255 | 5 | 2,108** | 2,108** | 1,972** | 1,911** | 1,871** | 1,847** | 1,753** | 1,688* | 1,602 | 14,13 |

### B) MUESTREO HACIA ATRAS

| *Fecha* | *n* | *q** | *q=0* | *q=1* | *q=2* | *q=3* | *q=4* | *q=5* | *q=10* | *q=15* | *q=25* | *sesgo %* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 04/1/93–31/1/94 | 268 | 3 | 1,297 | 1,203 | 1,182 | 1,180 | 1,188 | 1,192 | 1,191 | 1,194 | 1,233 | 9,91 |
| 02/1/92–31/1/94 | 517 | 5 | 2,348** | 2,149** | 2,051** | 2,015** | 2,002** | 1,980** | 1,903** | 1,868** | 1,790** | 18,58 |
| 02/1/91–31/1/94 | 765 | 3 | 2,533** | 2,421** | 2,374** | 2,364** | 2,367** | 2,350** | 2,223** | 2,157** | 2,011** | 7,15 |
| 02/1/90–31/1/94 | 1011 | 4 | 1,847** | 1,731* | 1,679* | 1,643* | 1,621* | 1,602 | 1,522 | 1,470 | 1,404 | 13,94 |
| 02/1/89–31/1/94(F1) | 1255 | 5 | 2,108** | 1,972** | 1,911** | 1,871** | 1,847** | 1,827** | 1,739* | 1,676* | 1,595 | 15,38 |
| (F2) | 1255 | 5 | 2,108** | 2,108** | 1,972** | 1,911** | 1,871** | 1,847** | 1,753** | 1,688* | 1,602 | 14,13 |

*Nota:* La primera y segunda columnas indican el tamaño muestral y el retardo de truncado, respectivamente. Las filas (F1) y (F2) corresponden al valor del estadístico según los esquemas de ponderación de autocovarianzas de Newey y West (1987) y Andrews (1991), respectivamente. La columna de sesgo corresponde a *|(V/V–1)*100|* donde *V* es el valor del estadístico RRM calculado para el retardo de truncado óptimo mientras que V es el valor del estadístico sin corregir por autocorrelación, (*) Significativo al 10%, (**) significativo al 5%, Valores cr'ticos: 1,620 (10%) y 1,747 (5%).

En el Cuadro 19 mostramos los resultados obtenidos con el estadístico GP-H. La primera conclusión es que para la serie completa, la evidencia a favor de estructura fraccional es más débil que para el estadístico RRM. El valor del estadístico-t para la pendiente estimada es significativo sólo al 10% y para $\mu \in \{.7, .75\}$. Cuando $\mu$ está en este rango, la regresión incluye algunos componentes de las frecuencias medias (en contra de la heurística del contraste) que pueden sesgar el contraste hacia encontrar una estructura fraccional espuria.

**CUADRO 19. ESTADISTICO GP-H**

A) MUESTREO HACIA ADELANTE

| *Fecha* | *n* | $\mu = .60$ | $\mu = .65$ | $\mu = .70$ | $\mu = .75$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 2/1/89–29/12/89 | 243 | 0,070<br>(0,569) | 0,093<br>(0,835) | 0,083<br>(0,903) | 0,156*<br>(1,901) |
| 2/1/89–28/12/90 | 489 | 0,087<br>(1,000) | 0,061<br>(0,855) | 0,135**<br>(2,278) | 0,183**<br>(3,467) |
| 2/1/89–31/12/91 | 737 | 0,118<br>(1,280) | 0,101<br>(1,264) | 0,140**<br>(2,096) | 0,100*<br>(1,770) |
| 2/1/89–31/12/92 | 986 | –0,094<br>(–1.054) | –0,094<br>(–1,433) | –0,032<br>(–0,602) | 0,025<br>(0,503) |
| 02/1/89–31/1/94 | 1255 | 0,090<br>(1,204) | 0,103<br>(1,652) | 0,105*<br>(1,794) | 0,083*<br>(1,791) |

A) MUESTREO HACIA ATRAS

| *Fecha* | *n* | $\mu = .60$ | $\mu = .65$ | $\mu = .70$ | $\mu = .75$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 04/1/93–31/1/94 | 268 | 0,016<br>(0,129) | –0,023<br>(–0,235) | –0,009<br>(–0,113) | 0,024<br>(0,373) |
| 02/1/92–31/1/94 | 517 | 0,140*<br>(1,851) | 0,149**<br>(2,324) | 0,092*<br>(1,772) | 0,117**<br>(2,261) |
| 02/1/91–31/1/94 | 765 | 0,128<br>(1,194) | 0,127<br>(1,492) | 0,065<br>(0,952) | 0,018<br>(0,331) |
| 02/1/90–31/1/94 | 1011 | 0,197*<br>(1,851) | 0,130<br>(1,538) | 0,093<br>(1,465) | 0,050<br>(1,024) |
| 02/1/89–31/1/94 | 1255 | 0,090<br>(1,204) | 0,103<br>(1,652) | 0,105*<br>(1,794) | 0,083*<br>(1,791) |

*Nota:* Valores estimados de $d$ en la regresión $ln(I(w_j)) = c - d\, ln(4sen^2(w_j/2)) + \varepsilon_j$, $j = 1, \ldots, n^{\mu}$.
Valores del estadístico $t$ entre paréntesis. (*) Significativo al 10%, (**) significativo al 5%.

Para cada uno de los subperiodos las conclusiones son aproximadamente iguales. Nótese que la evidencia es clara cuando se conside-

ran los años 1992-1994 (tal como ocurría con el contraste RRM) pero que cuando uno considera el último período el valor de *d* así como su nivel de significación se reducen considerablemente. Este hecho parece indicar que el poder del estadístico GP-H puede ser también bajo para muestras de tamaño inferior a 500.

Para ver cual sería el comportamiento del estadístico GP-H si el proceso fuera realmente fraccional, hemos simulado muestras de tamaño 1255 del proceso un proceso fraccional puro para valores de *d* iguales a 1/10, 1/3 y 1/2 y $\varepsilon_t \sim N(0,1)$. En el Cuadro 20 mostramos los resultados de una de las simulaciones. Como se puede ver, es estadístico detecta claramente la estructura fraccional cuando esta es significativa *(d = 1/3* y *d = 1/2)* y también la revela cuando es débil *(d = 1/10).* Nótese también que los mejores estimadores puntuales se obtienen cuando $\mu$ es superior a 0,65, esto indica que el estadístico es robusto cuando el proceso es efectivamente fraccional y la relación señal ruido es moderada.

**CUADRO 20. ESTADISTICO GP-H FRENTE A ALTERNATIVAS FRACCIONALES**

| | *d = 1/10* | *d = 1/3* | *d = 1/2* | *rendimientos* |
|---|---|---|---|---|
| $\mu = ,50$ | 0,03788<br>(0,33854) | 0,41186**<br>(2,77825) | 0,59938**<br>(3,9200) | 0,02020<br>(0,16924) |
| $\mu = ,55$ | 0,08433<br>(0,90276) | 0,32909**<br>(2,97757) | 0,44470**<br>(3,82967) | 0,06846<br>(0,74997) |
| $\mu = ,60$ | 0,12747<br>(1,45892) | 0,31170**<br>(3,52512) | 0,43395**<br>(4,63870) | 0,09044<br>(1,20388) |
| $\mu = ,65$ | 0,13517*<br>(1,84720) | 0,30591**<br>(4,53883) | 0,49657**<br>(5,97868) | 0,10302<br>(1,65200) |
| $\mu = ,70$ | 0,09464<br>(1,63825) | 0,35393**<br>(5,89788) | 0,48833**<br>(7,46809) | 0,10575*<br>(1,79495) |
| $\mu = ,75$ | 0,08364*<br>(1,88563) | 0,33582**<br>(7,11803) | 0,46309**<br>(9,51273) | 0,08353*<br>(1,79156) |

*Nota:* Valores estimados de *d* en la regresión $ln(I(w_j)) = c - d\ln(4sen^2(w_j/2)) + \varepsilon_j$ , $j=1,..., n^{\mu}$ para muestras de tamaño 1255 de $(1-L)^d X_t = \varepsilon_t$ con $\varepsilon_t \sim N(0,1)$. Valores del estadístico-t entre paréntesis. (*) Significativo al 10%, (**) significativo al 5%.

Es de resaltar la similitud entre las estimaciones del parámetro d para la serie completa de rendimientos y el obtenido para un proceso fraccional con *d = 1/10.* Estos resultados junto con los obtenidos con el estadístico RRM parecen indicar un ligero componente fraccional en la serie de rendimientos de orden *1/10.*

### *3.2.1. EFECTOS DE LAS OBSERVACIONES INFLUYENTES*

Es un hecho conocido (por ejemplo Davies y Harte, 1987) que tanto el contraste RRM como el GP-H están sesgados hacia encontrar memoria de largo plazo espuria debido a la presencia de componentes autorregresivos o de medias móviles de cierta magnitud. El coeficiente estimado de un modelo *AR(1) (0,142),* es demasiado reducido como para explicar los resultados obtenidos (compárese, por ejemplo, con los experimentos de Monte Carlo realizados en Cheung, 1993) por lo que es necesario buscar otra posible explicación.

La existencia de no estacionariedad en media ha sido otra de las posibles causas para encontrar memoria de largo plazo en series temporales (ver, por ejemplo, Boes y Salas, 1978). Este hecho es especialmente evidente para el estadístico RRM, puesto que éste está basado en la diferencia entre el máximo y mínimo de las desviaciones respecto de la media.

Puesto que este fenómeno de «medias cambiantes» puede estar debido a la presencia de observaciones influyentes, parece lógico el eliminar las observaciones debidas a circunstancias locales precisas (por ejemplo, una devaluación en el tipo de cambio) que pudieran distorsionar la dinámica «real» del proceso (ver, por ejemplo, Cheung y Lai, 1993).

Hasta la fecha no se ha analizado cual podría ser el efecto de la corrección por observaciones influyentes en cada uno de los contrastes. Sin embargo, y como veremos, tal corrección puede conducir a resultados contrapuestos en ambos contrastes, debilitando nuevamente la hipótesis de memoria de largo plazo.

Siguiendo un proceder habitual en la literatura financiera (e.g. Granger y Ding, 1994), hemos eliminado 5 observaciones puntuales en las que el índice presentó oscilaciones superiores al 5%, recalculando ambos estadísticos para la serie purgada. Como puede comprobarse del análisis de el Cuadro 21, el estadístico RRM es significativo de nuevo al 5% para el retardo de truncado óptimo, aunque el valor del coeficiente *d* estimado se reduce, así como su nivel de significación. Obsérvese que la corrección produce que el estadístico no sea significativo cuando se emplea un truncado de 15 retardos.

Los efectos que las observaciones influyentes deberían tener sobre el estadístico GP-H no son tan evidentes. Puesto que este contraste no está basado en el dominio temporal sino en el de frecuencias, no es tan claro predecir cómo ciertos tipos de correcciones (por ejemplo, eliminando

solo observaciones influyentes positivas o negativas) pueden distorsionar el espectro, sesgando el contraste en una u otra dirección. En el mismo Cuadro, vemos que la corrección producida es «positiva», en el sentido de que incrementa tanto el valor del parámetro fraccional como su nivel de significación: para todos los valores de $\mu$ (excepto ,5) los estadísticos t son significativos al 5%. Estos resultados no pueden ser, de nuevo, atribuibles a la existencia de un componente de corto plazo, puesto que el coeficiente de autocorrelación estimado para el primer retardo se incrementa tan sólo hasta un valor de 0,178 para la serie purgada.

**CUADRO 21. EFECTOS DE LAS OBSERVACIONES INFLUYENTES**

A) ESTADISTICO RRM

| | *q = 0* | *q = 1* | *q = 3* | $q_{ópt.}$ | *q = 10* | *q = 15* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Serie original* | 2,108** | 1,972** | 1,871** | 1,827** | 1,739* | 1,676* |
| *Serie corregida* | 2,212** | 2,039** | 1,866** | 1,761** | 1,684* | 1,618 |

B) ESTADISTICO GP-H

| | *μ = ,5* | *μ = ,55* | *μ = ,6* | *μ = ,65* | *μ = ,7* | *μ = ,75* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Serie original | 0,020 | 0,068 | 0,090 | 0,103 | 0,105* | 0,083* |
| | (0,169) | (0,750) | (1,204) | (1,652) | (1,794) | (1,791) |
| Serie corregida | 0,062 | 0,153** | 0,174** | 0,132** | 0,204* | 0,144** |
| | (0,644) | (2,013) | (2,368) | (2,179) | (3,502) | (3,133) |

*Nota:* Serie original (a): n=1255. Serie corregida (b) de observaciones $|x_t| \geq 5\%$: n=1250. Estadístico RRM: retardo de truncado óptimo ($q_{opt.}$) (a)= 5; (b) = 6. Estadístico GP-H: estadístico *t* entre paréntesis. (*) Significativo al 10%, (**) significativo al 5%.

Como vemos, los efectos de la eliminación de observaciones influyentes son asimétricos para los dos contrastes, y en concreto produce que el estadístico GP-H encuentre evidencia de memoria de largo plazo de manera concluyente. Obsérvese que mientras que las estimaciones del parámetro fraccional para el estadístico RRM pasan de ser de 0,084 a 0,079 para el parámetro de truncado óptimo, para el estadístico GP-H los efectos son dramáticos: pasando de 0,068 a 0,153 *($\mu$=,55)*. Estos resultados sugieren que los efectos de las observaciones influyentes pueden resultar determinantes, sesgando los contrastes en uno u otro sentido, y que su estudio merece mayor atención que la dedicada hasta la fecha.

### *3.2.2. EFECTOS DEL HORIZONTE DE MUESTREO*

Centraremos ahora nuestro interés en verificar que los estadísticos son robustos respecto tanto del tamaño muestra empleado como de

ciertos parámetros de los que dependen. Una forma gráfica que permite resumir la influencia de las observaciones del estadístico RRM consiste en calcularlo para cada una de las observaciones. La formulación habitual del estadístico tendría unas exigencias computacionales muy severas, por ello, en el apéndice c se presenta una elemental simplificación que reduce la carga computacional de una manera sustancial (para la longitud de la serie empleada el tiempo de computación se reduce de varias horas a un par de minutos).

Puesto que el poder del estadístico RRM es reducido para muestras inferiores a 250 (Cheung, 1993), nos limitaremos a calcularlo a partir de las 100 primeras observaciones, añadiendo sucesivamente una observación a la serie sobre la que se calcula el estadístico. Esto produce 1155 valores de $\underline{V}$, donde el primero de los estadísticos está calculado sobre 100 observaciones y el último sobre la serie al completo.

En los Gráficos 1 y 2 mostramos los resultados obtenidos. En ellas se muestra la evolución de la serie considerada,los valores de V y los niveles del 5 y 10%. En el Gráfico 1 podemos ver que el estadístico RRM no revela ninguna estructura para la serie original excepto para intervalos temporales muy concretos, específicamente, alrededor de las primeras 400 observaciones y cuando uno considera las últimas 100. Estos resultados complementan los obtenidos en el Cuadro 18, mostrando que la estructura de la serie nos es de ninguna manera homogénea. El efecto dinámico de las observaciones influyentes es reflejado en el Gráfico 2, que muestra que aquéllas tienden a elevar el valor del estadístico. Asimismo se puede comprobar el efecto que tiene la crisis del Golfo sobre el valor de $\underline{V}$ (aproximadamente a partir de la observación número 400, en el eje de abcisas).

También, de estos gráficos se desprende que la memoria de largo plazo encontrada anteriormente es posiblemente atribuible a, digamos, el último medio año. En efecto, puesto que el mínimo para el período considerado se produce el 5 de octubre de 1992 (179,48 puntos), el Indice General ha experimentado una revaluación constante. El 31 de enero de 1994 el mercado cerró a 358,31 puntos, representando un incremento de prácticamente el 100%. Esta tendencia no puede ser, como es evidente, considerada un patrón característico de ningún mercado considerado, sino la consecuencia de condiciones muy específicas. Puesto que esta tendencia se extiende a lo largo de casi el 25% de la muestra, es muy posible que haya sesgado al estadístico RRM hacia encontrar memoria de largo plazo.

GRAFICO 1
**ESTADISTICO V DE LO**

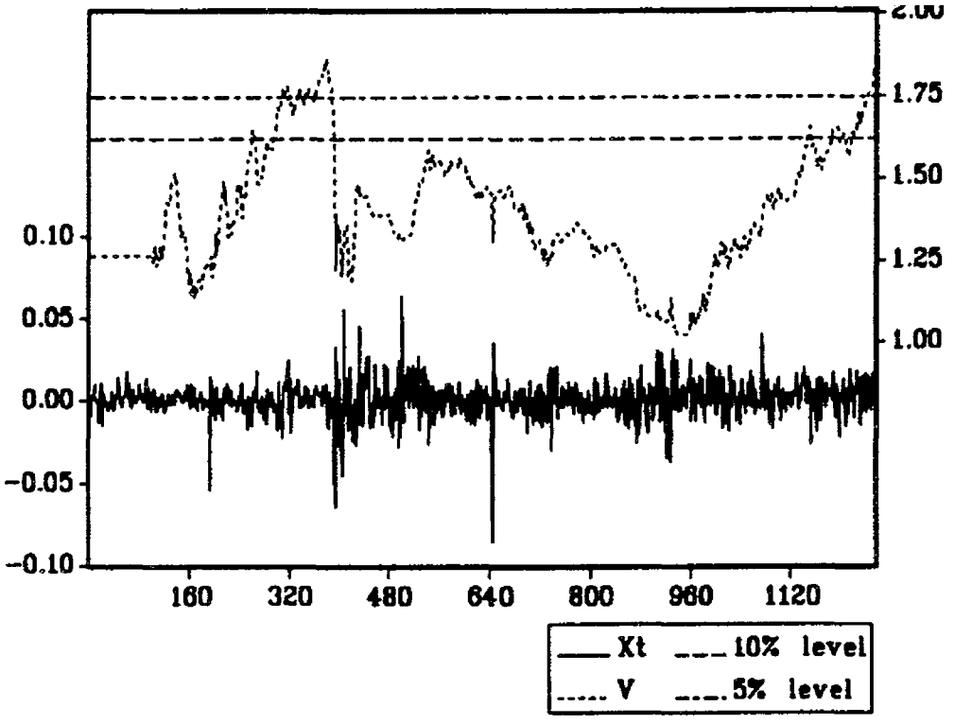
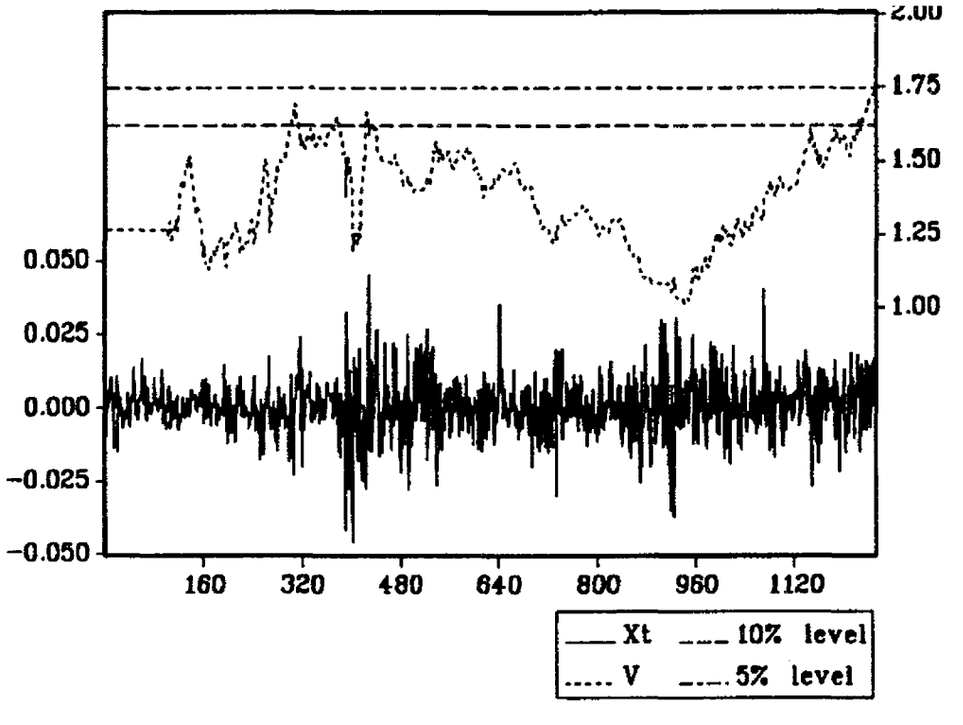



GRAFICO 2
**ESTADISTICO V DE LO (Serie corregida)**

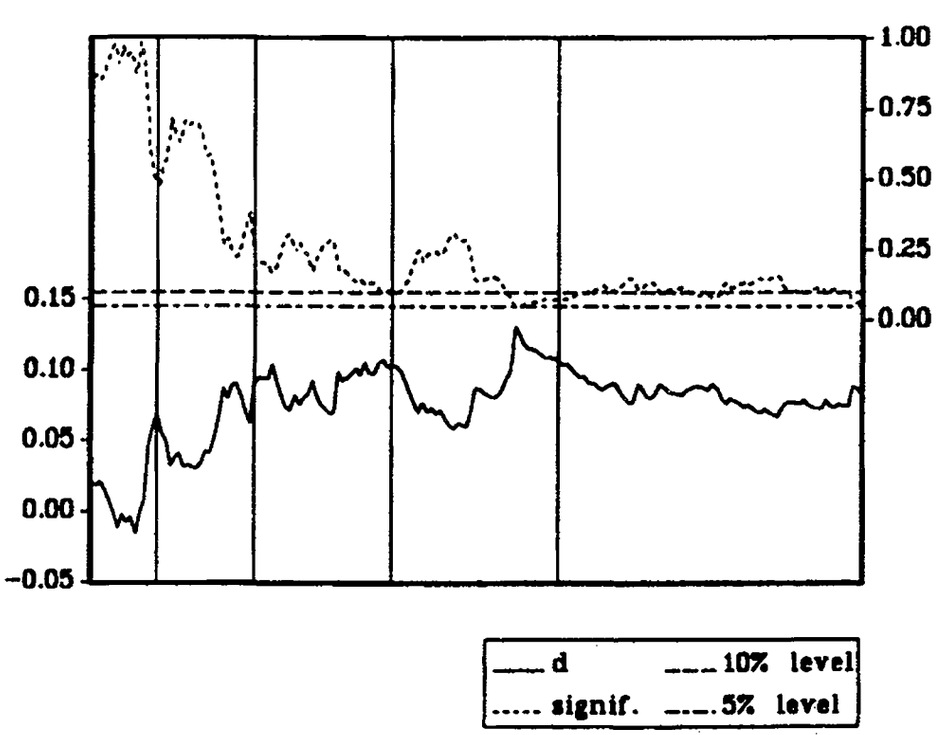



Para el estadístico GP-H proponemos emplear un procedimiento similar, pero en este caso la muestra que varía no es la serie original, sino el rango de frecuencias sobre el que se realiza la regresión. Este proce-

dimiento permite comprobar mediante una simple inspección visual la robustez de los resultados obtenidos respecto del número de frecuencias empleadas para estimar *d*. De esta forma, hemos efectuado la regresión simple [BIO] (ver apéndice) para cada valor entero de s en $[n^{.5}, n^{.75}]$ donde *n* es el número de observaciones para la serie completa. Para cada uno de estos valores hemos calculado el valor de la pendiente estimada *d*, el estadístico-t y su nivel de significación marginal, considerando la varianza empírica de los errores. En los Gráficos 3 y 4 dibujamos el valor estimado de *d*, el nivel de significación marginal del estadístico-t asociado y los niveles del 5 y 10%. Las líneas verticales permiten identificar los valores de $\mu$ igual a .55, .6, .65 y .70, mientras que el inicio y el final corresponden a los valores $\mu$ = .5 y $\mu$ = .75, respectivamente.

En el Gráfico 3 vemos que el contraste GP-H solo identifica fraccionalidad a un nivel del 10% para $\mu$ > 0,68 con un valor estimado para d de alrededor de 1/12. Aunque estos resultados son consistentes con la presencia de integración fraccional de un orden insignificante, (ver Cuadro 20), la inclusión de frecuencias elevadas en la regresión debilita la evidencia a favor de memoria de largo plazo.

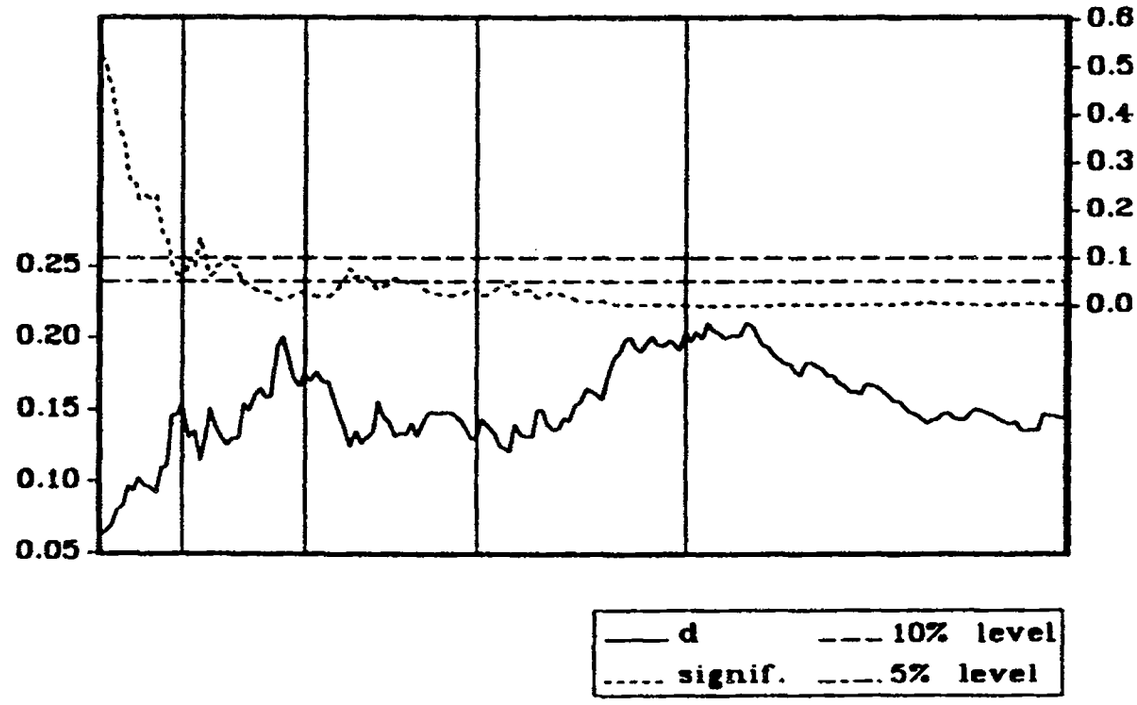
GRAFICO 3
**ESTADISTICO GP-H (serie original)**




Para la serie en la que se han eliminado observaciones influyentes los resultados son bien diferentes: la pendiente estimada se incrementa en magnitud y es estadísticamente significativa a un nivel del 5% para $\mu$ >

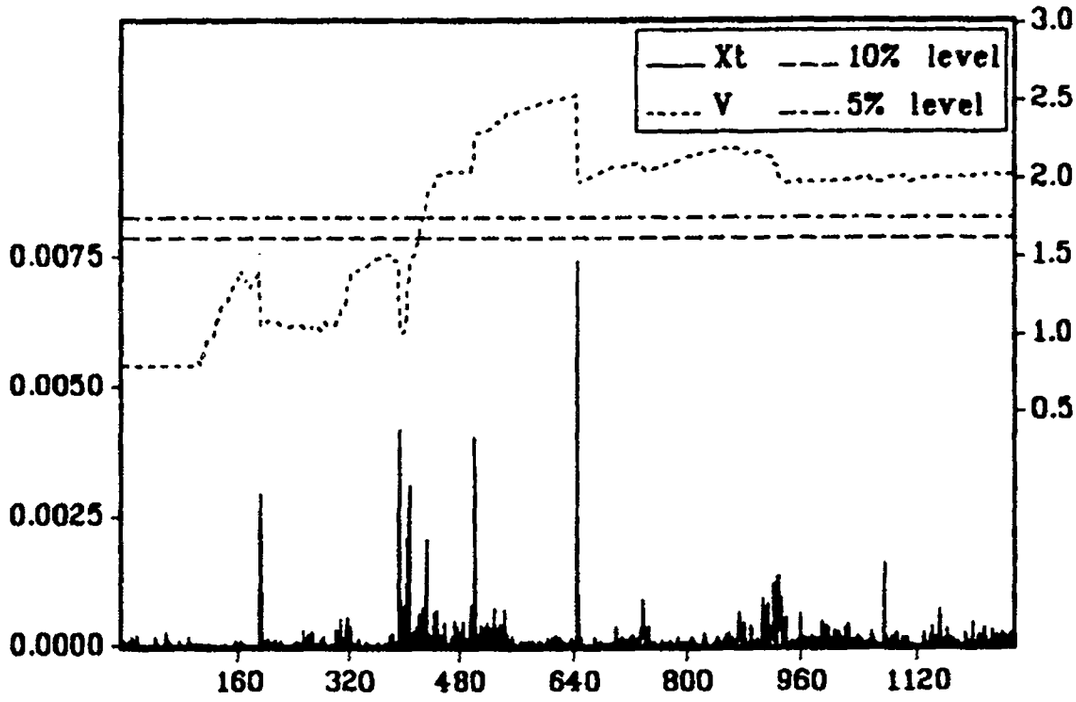
0,55. Esto significa un fuerte rechazo de la hipótesis de memoria de corto plazo o ausencia de memoria. Obsérvese que las conclusiones a que conduce el contraste de GP-H antes y después de corregir por observaciones influyentes son completamente distintas que las obtenidas con el estadístico RRM: el estadístico GP-H es claramente significativo mientras que la evidencia para el RRM se debilita. Por supuesto, estos resultados no revelan si el rudo procedimiento de corrección de observaciones influyentes es o no pertinente, lo que sí indican es que el sesgo inducido por este u otro procedimiento en cada uno de los estadísticos puede producir diferentes conclusiones cuando tan sólo uno de los estadísticos es empleado.

GRAFICO 4
**ESTADISTICO GP-H (serie corregida)**




En resumen, nuestras conclusiones son diferentes de las que se podrían obtener de una simple inspección, que mostrarían que para ambos contrastes y considerando la serie completa existe alguna evidencia de integración fraccional, incluso cuando la serie es corregida por observaciones influyentes. Para formular una hipótesis alternativa, uno debería esperar cierta robustez de los resultados, y este no es el caso. Por ejemplo, eliminando las últimas 50 observaciones (menos de un 4% de la muestra) y considerando el rango de $\mu < 0{,}65$ (en los límites teóricamente útiles) ambos contrastes permitirían rechazar la hipótesis de estructura de tipo fraccional.

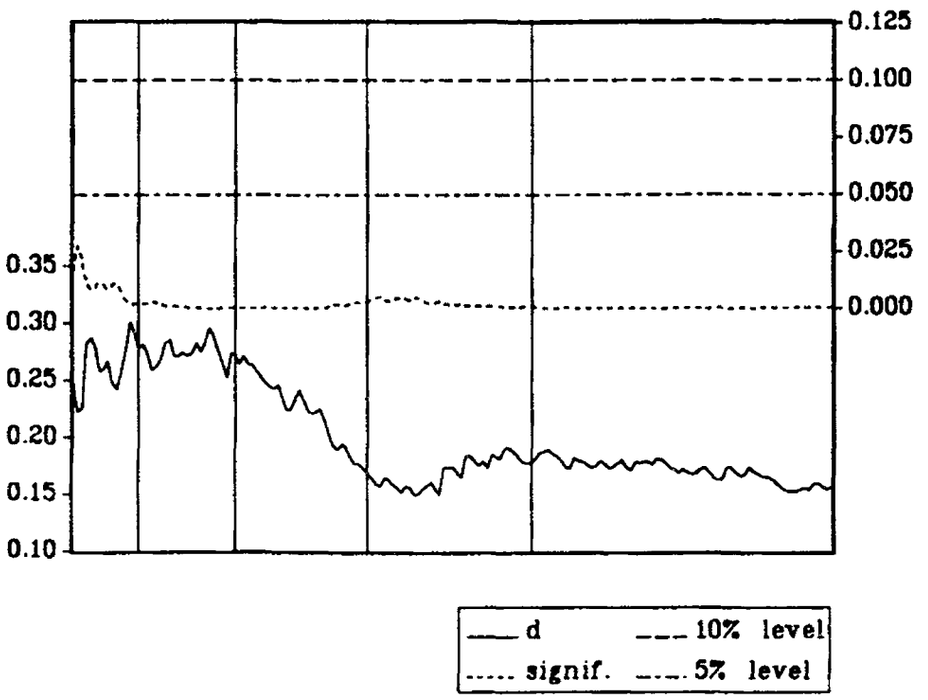
GRAFICO 5
**ESTADISTICO RRM (rendimientos al cuadrado)**




Finalmente, verificaremos si existe persistencia en volatilidad para la serie considerada. Para ello, siguiendo las mismas consideraciones que anteriormente, emplearemos la serie de rendimientos al cuadrado. En el Gráfico 5 presentamos los resultados para el estadístico RRM calculado de la manera continua propuesta. Como puede comprobarse, el contraste rechaza fuertemente la hipótesis de independencia o de memoria de corto plazo a favor de la de memoria de largo plazo. El valor de $\underline{V}$ es también bastante estable a lo largo del período muestral (con la excepción de ciertos períodos de una volatilidad extremadamente alta). Usando la expresión para calcular el exponente de Hurst (ver apéndice) encontramos $H = 0{,}5987$ $(d = ,0987)$.

El estadístico de Geweke y Porter-Hudak confirma estos resultados (Gráfico 6), para cualquier valor de $\mu$ en el rango elegido, el estadístico es significativo al 1%. Sin embargo, el valor estimado de d es extremadamente inestable y varía entre ,15 y ,30. Estas estimaciones son sensiblemente superiores a las obtenidas por el estadístico RRM y hacen necesario evaluar la plausibilidad de los modelos en competencia, tal vez bajo un criterio de predicción. Aunque, por motivos de brevedad, no los mostramos aquí, los resultados para la serie en la que se eliminaron las observaciones influyentes muestran el mismo comportamiento.

GRAFICO 6
**ESTADISTICO GP-H (rendimientos al cuadrado)**




## *3.4. Compatibilidad entre no linealidad y memoria de largo plazo*

Como hemos visto, tanto el estadístico modificado de Lo como el de Geweke y Porter-Hudak ofrecen cierta evidencia de integración fraccional en las series de volatilidades del Indice general de la Bolsa de Madrid y para las series de volúmenes de los valores integrantes del IBEX35, aunque no para las series de rendimientos y volatilidades volúmenes de estos últimos. Por otra parte, Olmeda y Pérez (1995) encontraron clara evidencia de no linealidad en la serie de rendimientos del IGBM, en concreto, el estadístico BDS rechazaba la hipótesis de IID para los valores filtrados a través de un proceso autorregresivo.

Ambos resultados plantean la cuestión de si el rechazo de la hipótesis de IID pudiera ser debido a la existencia de memoria de largo plazo en las series, por lo que el filtrado a través de un modelo ARMA pudiera resultar inadecuado. Para ver si esto es así sería necesario comprobar que el estadístico BDS tiene algún poder sobre alternativas como los modelos ARFIMA y analizar, posteriormente, si los residuos son IID. En la presente sección acometemos la tarea de determinar, en algún grado, cuales son las razones del consenso entre los análisis de memoria de largo plazo y no linealidad.

### *3.4.1. PODER DEL CONTRASTE BDS FRENTE A ALTERNATIVAS FRACCIONALES*

Nuestro primer análisis se basará en comprobar si el rechazo de la hipótesis de IID por el estadístico BDS, profusamente empleado en la literatura (ver Olmeda y Pérez, 1995, para una descripción detallada) pudiera ser debido a un proceso generador con memoria de largo plazo. Para ello realizaremos un experimento de Monte Carlo, computacionalmente intensivo, consistente en comprobar cual sería el comportamiento del estadístico BDS si la hipótesis alternativa (un proceso generador de tipo ARFIMA) fuera correcta.

Para calcular el poder del estadístico BDS frente a alternativas fraccionales empleamos 1000 series generadas por modelos *ARFIMA(0,d,0)* para diferentes valores de *d*. Para cada uno de los diferentes modelos calculamos el número de rechazos, a un nivel de confianza del 5%, de la hipótesis nula de IID según el contraste BDS. Emplearemos valores de $\varepsilon$ entre la mitad y el doble de la desviación típica de cada una de las series y dimensiones de inmersión entre 2 a 5 (ver Olmeda y Pérez, 1995). Consideraremos diferentes tamaños muestrales iguales a 100, 500 y 1000 observaciones, truncando la expansión binomial ([A7] en el apéndice 1) a la longitud de la serie.

En el Cuadro 22 mostramos el porcentaje del número de rechazos para los modelos persistentes (valores positivos de *d*). Como puede comprobarse el poder del contraste BDS para valores de $d = 0,1$ es muy reducido (alrededor del 10% para $n = 1000$). El poder se incrementa rápidamente con valores crecientes de *d*, de forma que para $d = 0,2$ es del 75% y para $d = 0,3$ del 100% para muestras de tamaño 1000. Para los procesos antipersistentes (Cuadro 23) el poder del contraste es aún menor. Para $d = -0,2$ y $d = -0,3$ es de alrededor del 32% y 76%, respectivamente $(n = 1000)$.

Estos resultados son, en nuestra opinión, de interés y sugieren que el rechazo del BDS sobre series financieras no es consistente con un proceso generador de datos como un proceso ARFIMA que exhiba una persistencia débil. Otras alternativas plausibles son que los contrastes GP-H y RRM proporcionen estimaciones del parámetro fraccional sesgadas a la baja, o bien que la memoria de largo plazo y la no linealidad coexistan.

## CUADRO 22. PODER DEL CONTRASTE BDS FRENTE A ALTERNATIVAS FRACCIONALES. PROCESOS PERSISTENTES

| | | *d* = 0,1 | | | *d* = 0,2 | | | *d* = 0,3 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *n* = 100 | *n* = 500 | *n* = 1000 | *n* = 100 | *n* = 500 | *n* = 1000 | *n* = 100 | *n* = 500 | *n* = 1000 |
| $\varepsilon = \sigma^{/2}$ | *m* = 2 | 28,7% | 11,7% | 14,1% | 36,2% | 50,7% | 76,7% | 51,4% | 97,7% | 100% |
| | *m* = 3 | 36,5% | 13,0% | 13,2% | 40,9% | 50,1% | 76,2% | 53,3% | 97,2% | 100% |
| | *m* = 4 | 46,7% | 16,9% | 13,3% | 48,0% | 47,3% | 72,3% | 53,9% | 95,5% | 99,9% |
| | *m* = 5 | 58,7% | 24,3% | 16,6% | 58,9% | 48,7% | 67,0% | 60,0% | 92,0% | 99,7% |
| $\varepsilon = \sigma$ | *m* = 2 | 15,3% | 8,3% | 11,8% | 25,2% | 54,5% | 81,6% | 46,9% | 98,3% | 100% |
| | *m* = 3 | 14,4% | 8,8% | 10,2% | 23,2% | 53,1% | 81,2% | 46,9% | 98,2% | 100% |
| | *m* = 4 | 16,6% | 9,4% | 9,7% | 23,2% | 50,6% | 78,1% | 45,6% | 97,7% | 99,9% |
| | *m* = 5 | 17,6% | 9,5% | 9,3% | 24,1% | 48,8% | 74,2% | 44,8% | 96,8% | 99,9% |
| $\varepsilon = \sigma^{/2}$ | *m* = 2 | 16,9% | 10,7% | 11,1% | 26,8% | 53,0% | 80,2% | 49,8% | 98,5% | 100% |
| | *m* = 3 | 21,3% | 9,3% | 10,5% | 29,0% | 51,6% | 78,0% | 49,3% | 97,9% | 100% |
| | *m* = 4 | 22,6% | 10,0% | 10,0% | 30,0% | 49,9% | 76,3% | 49,5% | 97,4% | 99,9% |
| | *m* = 5 | 28,6% | 11,3% | 11,1% | 33,7% | 46,1% | 72,0% | 50,0% | 95,8% | 99,9% |
| $\varepsilon = 2\sigma$ | *m* = 2 | 15,8% | 9,8% | 12,9% | 27,3% | 60,0% | 84,5% | 48,8% | 98,6% | 100% |
| | *m* = 3 | 16,5% | 10,0% | 10,4% | 26,1% | 60,4% | 85,6% | 48,8% | 98,4% | 100% |
| | *m* = 4 | 15,2% | 9,4% | 9,9% | 25,0% | 59,1% | 84,0% | 46,7% | 98,2% | 100% |
| | *m* = 5 | 14,8% | 9,6% | 9,5% | 24,0% | 56,0% | 82,1% | 45,2% | 97,7% | 100% |

1000 series generadas como $(1-L)^d x_t = u_t, u_t \sim N(0,\sigma^2)$ con $\sigma^2 = \Gamma^2 (1-d)/\Gamma(1-2d)$.

## CUADRO 23. PODER DEL CONTRASTE BDS FRENTE A ALTERNATIVAS FRACCIONALES. PROCESOS ANTIPERSISTENTES

| | | *d* = –0,1 | | | *d* = –0,2 | | | *d* = –0,3 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *n* = 100 | *n* = 500 | *n* = 1000 | *n* = 100 | *n* = 500 | *n* = 1000 | *n* = 100 | *n* = 500 | *n* = 1000 |
| $\varepsilon = \sigma^{1/2}$ | *m* = 2 | 30,2% | 13,6% | 10,8% | 33,0% | 23,6% | 32,5% | 33,3% | 48,0% | 74,1% |
| | *m* = 3 | 38,2% | 13,9% | 11,9% | 38,5% | 26,2% | 32,8% | 39,9% | 49,9% | 75,5% |
| | *m* = 4 | 45,6% | 14,7% | 12,8% | 46,1% | 28,1% | 32,8% | 46,2% | 48,4% | 72,2% |
| | *m* = 5 | 55,4% | 16,5% | 16,4% | 56,4% | 30,3% | 31,7% | 55,8% | 47,8% | 68,0% |
| $\varepsilon = \sigma$ | *m* = 2 | 13,2% | 10,2% | 10,4% | 17,8% | 21,2% | 33,9% | 23,1% | 50,6% | 77,0% |
| | *m* = 3 | 13,9% | 10,5% | 9,9% | 17,2% | 22,3% | 32,9% | 21,6% | 52,4% | 79,3% |
| | *m* = 4 | 14,7% | 9,8% | 9,5% | 17,6% | 21,2% | 31,1% | 22,3% | 48,3% | 77,1% |
| | *m* = 5 | 16,5% | 9,8% | 9,8% | 17,6% | 21,0% | 28,5% | 21,8% | 45,5% | 73,4% |
| $\varepsilon = 3\sigma^{1/2}$ | *m* = 2 | 13,0% | 10,8% | 11,0% | 17,2% | 22,8% | 37,2% | 22,6% | 54,4% | 81,4% |
| | *m* = 3 | 13,3% | 10,2% | 9,8% | 15,3% | 23,2% | 35,3% | 20,4% | 56,0% | 82,5% |
| | *m* = 4 | 13,2% | 8,8% | 9,6% | 15,8% | 21,0% | 30,4% | 19,2% | 51,2% | 80,0% |
| | *m* = 5 | 14,0% | 8,7% | 8,9% | 14,9% | 18,9% | 27,6% | 17,7% | 45,7% | 74,6% |
| $\varepsilon = 2\sigma$ | *m* = 2 | 14,9% | 11,8% | 11,1% | 19,1% | 25,1% | 39,4% | 25,3% | 57,5% | 82,5% |
| | *m* = 3 | 15,1% | 10,7% | 10,2% | 18,6% | 24,2% | 36,6% | 22,7% | 54,8% | 82,6% |
| | *m* = 4 | 16,3% | 9,3% | 10,2% | 18,6% | 21,2% | 33,3% | 21,2% | 51,0% | 79,6% |
| | *m* = 5 | 15,4% | 8,7% | 9,4% | 17,2% | 19,2% | 29,3% | 19,6% | 46,0% | 74,9% |

1000 series generadas como $(1-L)^d x_t = u_t, u_t \sim N(0,\sigma^2)$ con $\sigma^2 = \Gamma^2(1-d)/\Gamma(1-2d)$.

### *3.4.2. PODER DEL CONTRASTE RRM FRENTE A ALTERNATIVAS CAOTICAS*

Alternativamente, podemos considerar que los contrastes de memoria de largo plazo podrían tener poder frente a alternativas no lineales. Recientemente, Hauser et al. (1994) han demostrado que la existencia de heterocedasticidad condicional autorregresiva pueden llevar a la identificación errónea de un modelo ARFIMA mediante la aplicación del estadístico GPH. Olmeda y Pérez (1995) identifican un modelo de este tipo (un *GARCH(1,1)*), para el cual el poder del estadístico GP-H puede ser tan elevado como un 70% (Hauser et al., 1994, pag. 237).

Por otra parte, Lo (1991, pag. 1307) ha señalado el interés que posee el determinar el poder del contraste RRM frente a procesos generadores de tipo no lineal. En concreto, Lo (1991) demuestra que el poder de los contrastes R/S y RRM frente a la función tienda es nulo.

Sin embargo, es posible que otros fenómenos no lineales en media (y en particular caóticos) pudieran ser erróneamente identificados como modelos ARFIMA por los contrastes anteriormente empleados. Para ver si esto es así, hemos generado series de algunos procesos caóticos bien conocidos (ver Apéndice 4), calculando, al igual que antes, el poder del contraste RRM frente a ellos. Hemos de recordar que, para las series estudiadas, el contraste GP-H era más conservador a la hora de aceptar la existencia de memoria de largo plazo por lo que no acometeremos aquí el estudio de su poder frente a alternativas caóticas.

Para cada uno de los procesos generamos 3000 series de tamaño 1000, y un valor inicial aleatorio (0,1), calculando el porcentaje de rechazos de la hipótesis nula a un nivel del 95%. El parámetro de truncado óptimo es elegido según el procedimiento de Andrews (1991), obviamente esta elección es claramente inadecuada y sólo pretende simular un análisis un tanto grosero sobre la evidencia de memoria.

Como puede comprobarse examinando el Cuadro 24, el contraste RRM tiene escaso poder frente a la ecuación logística y la aplicación de Hènon. Sin embargo, para la ecuación de McKey-Glass el poder del contraste RRM es de casi un 80% para el parámetro de truncado óptimo, lo que supone que una aplicación ciega del contraste podría conducir, con una alta probabilidad, a identificar erróneamente un proceso generador de tipo *ARFIMA*.

Nuestro análisis no pretende ser concluyente pero sí demuestra que la existencia de no linealidad en media puede conducir a conclusiones equivocadas sobre el proceso generador de datos, llevando a parametrizaciones inadecuadas (por ejemplo, un modelo *ARFIMA)*.

**CUADRO 24. PODER DEL CONTRASTE RRM FRENTE A ALTERNATIVAS CAOTICAS**

| | Logística | McKey–Glass | Hènon |
|---|---|---|---|
| $q_{opt.}$ *media* | 2,39 | 10,0 | 8,51 |
| $q = q_{opt.}$ | 16,3% | 78,1% | 11,7% |
| $q = 0$ | 17,1% | 85,1% | 97,9% |
| $q = 5$ | 16,3% | 81,6% | 37,5% |
| $q = 10$ | 15,6% | 76,6% | 10,1% |
| $q = 15$ | 15,0% | 72,0% | 4,96% |
| $q = 20$ | 14,2% | 64,5% | 2,33% |
| $q = 25$ | 13,4% | 51,7% | 1,20% |
| $q = 50$ | 8,86% | 6,83% | 0,36% |
| $q = 100$ | 0,0% | 0,23% | 0,13% |

Nota: porcentaje de rechazos de la hipótesis nula a un nivel de confianza del 5% (contraste de dos colas), El parámetro de truncado óptimo es elegido de acuerdo al procedimiento de Andrews (1991) suponiendo un proceso generador *AR(1)*. La fila $q_{opt.}$ media señala el parámetro de truncado medio de acuerdo con este procedimiento. El número de series generadas es 3000.

# 5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo hemos analizado la existencia de memoria de largo plazo en series financieras para el mercado español, así como su compatibilidad con la existencia de no linealidad. Además de la extensa evidencia empírica presentada la principal aportación metodológica consiste en demostrar la escasa robustez y consenso de los contrastes empleados, así como verificar que la evidencia a favor de memoria de largo plazo depende fuertemente de la existencia de no linealidad. Nuestro resumen y conclusiones son los siguientes.

Hemos analizado, mediante la aplicación de dos contrastes bien conocidos, la existencia de memoria de largo plazo en la series de rendimientos de cada uno de los valores individuales del IBEX35, no encontrando evidencia a favor de la memoria de largo plazo. Hemos propuesto la aplicación de los contrastes de memoria de largo plazo a otras dos series, la de volatilidades y la de volúmenes de contratación. Para el primer caso, la evidencia a favor de memoria de largo plazo es también débil, sugiriendo que los modelos ARFIMA no parecen una alternativa a los clásicos modelos ARCH. Para las series de volúmenes los resultados son concluyentes a favor de la hipótesis de memoria de largo plazo.

En cuanto a la aplicabilidad práctica de los contrastes empleados

en la construcción de modelos de predicción, hemos encontrado graves deficiencias. En primer lugar, y en consonancia con otros autores, hemos comprobado la sensibilidad del contraste RRM frente a la elección del parámetro de truncado óptimo; sólo cuando la evidencia es concluyente el estadístico es robusto frente a la elección de este parámetro. Respecto del contraste GP-H hemos comprobado que produce estimaciones tremendamente inexactas del parámetro fraccional, que se acentúan con la eliminación arbitraria de bajas frecuencias sugerida por algunos autores. Esto imposibilita completamente la identificación robusta del modelo. Finalmente, el grado de consenso entre ambos estadísticos es bajo cuando la evidencia es poco concluyente, de forma que la aplicación separada de uno u otro contraste puede llevar a conclusiones completamente diferentes.

También hemos aplicado ambos contrastes a las series de rendimientos y volatilidades del Indice General de la Bolsa de Madrid. Las conclusiones son, en este caso, que los rendimientos muestran una débil estructura fraccional mientras que para la serie de volatilidades esta es concluyente. Mediante una simplificación del estadístico RRM hemos comprobado que la evidencia a favor de memoria de largo plazo en los rendimientos es debida a la existencia de una tendencia alcista durante el último período de tiempo. En todo caso, las estimaciones del parámetro fraccional obtenidas con el estadístico GP-H son poco robustas y su escasa magnitud sugiere que un modelo ARFIMA proporcionaría escasas mejoras predictivas frente a un modelo autorregresivo clásico.

Otro resultado ha consistido en comprobar cómo la corrección directa de observaciones influyentes, frecuentemente empleada en la literatura, afecta a ambos estadísticos de una manera asimétrica, debilitando la evidencia para el estadístico RRM y haciéndola mucho más sólida a la luz del estadístico GP-H. Este hecho revela, nuevamente, lo inadecuado del procedimiento habitual de utilizar un sólo estadístico. En todo caso, la evidencia encontrada a favor de la hipótesis de memoria de largo plazo en las series de rendimientos del Indice es mucho mayor que en el caso de valores individuales, siendo para las volatilidades concluyente. Parece ser que el proceso de agregación tiene unas consecuencias determinantes.

La escasa robustez sobre la evidencia de memoria de largo plazo en los rendimientos bursátiles contrasta con el fuerte rechazo de la hipótesis de IID y la sólida evidencia de componentes no lineales tanto

en media (e.g. Brock et al., 1987) como en varianza (Bollerslev et al, 1992) nos llevó a realizar un análisis consistente en determinar si la existencia de no linealidad podría ser la causante de nuestros hallazgos. Tras comprobar que los modelos de tipo ARFIMA no podían causar el rechazo de la hipótesis IID, verificamos que ciertos procesos caóticos pueden producir la detección espuria de memoria de largo plazo. Como conclusión de esto, sugerimos que los modelos no lineales resultan de mayor plausibilidad a la hora de capturar la posible estructura subyacente.

## APÉNDICE 1. MEMORIA DE LARGO PLAZO Y PROCESOS AUTOSIMILARES

### *Memoria de largo plazo*

En términos formales, se dice que un fenómeno exhibe memoria de largo plazo (alternativamente, es *fuertemente dependiente*) cuando su función de autocorrelación $\rho(k)$ exhibe un decaimiento hiperbólico, es decir cuando verifica:

$$\rho(k) \sim Ck^{2H-2},\ C > 0,\ 0 < H < 1 \text{ cuando } k \to \infty \qquad [A1]$$

obsérvese que en caso de que $H > 1/2$ se tiene que $\Sigma|\rho(k)| = \infty$, mientras que si $H < 1/2$ $\Sigma|\rho(k)| < \infty$. Generalmente se suele decir que el fenómeno es antipersistente si $H < 1/2$, mientras que se dice que es persistente si $H > 1/2$; éste último caso suele ser identificado por la mayoría de los autores como el que exhibe, propiamente, memoria de largo plazo.

Alternativamente, un proceso de memoria de largo plazo puede ser definido en el dominio de frecuencias, en este caso su densidad espectral para la frecuencia $\omega$.

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_k e^{i\omega k} \rho(k) \qquad [A2]$$

diverge en el origen para $H > 1/2$ y tiende a cero para $H<1/2$ cuando $|\omega| \to 0$.

## *Procesos autosimilares*

Los fenómenos autosimilares fueron inicialmente estudiados por Kolmogorov (1941), aunque su relevancia estadística no fue reconocida hasta el trabajo de Mandelbrot (Mandelbrot y Van Ness, 1968; Mandelbrot y Wallis, 1969a,b,c). En términos geométricos, una forma es autosimilar si las mismas estructuras geométricas son observadas independientemente de la distancia (esto es, la escala). En términos estadísticos, se dice que el proceso estocástico $Y_t$ es auto-similar con parámetro de similitud $H$ si para cualquier factor de compresión $c$, $c^{-H}Y_{ct}$ tiene la misma distribución que el proceso original $Y_t$.

Una secuencia típica de realizaciones de un proceso auto-similar aparece cualitativamente igual con independencia de la frecuencia a que sea examinada. Obsérvese que, a diferencia de la auto-similitud geométrica, la estadística no exige que la estructura geométrica se conserve exactamente para todas las escalas, sino que únicamente tenga una apariencia similar (por ejemplo, diferentes realizaciones de un paseo aleatorio).

La relación entre la existencia de memoria de largo plazo y la autosimilitud es la siguiente: cuando un proceso es auto-similar de parámetro H y estacionario puede demostrarse (e.g. Beran, 1994 pp. 51-52) que sus correlaciones son de la forma

$$\rho(k) = 1/2\,[(k+1)^{2H} - 2k^{2H} + (k-1)^{2H}] \qquad [A3]$$

lo que implica que para $1/2 < H < 1$

$$\Sigma\,|\rho(k)| = \infty \qquad [A4]$$

es decir, el proceso exhibe memoria de largo plazo.

Los modelos más conocidos que exhiben auto-similitud son el movimiento fraccional gaussiano (Mandelbrot y Van Ness, 1968) y los modelos autorregresivos fraccionalmente integrados (Granger y Joyeux, 1980; Hosking, 1981). Estos últimos son modelos discretos y pueden considerarse casos particulares de los primeros (continuos).

Un modelo Autorregresivo Fraccionalmente Integrado de Medias Móviles *(ARFIMA (p,d,q))* tiene la expresión:

$$B(L)(1-L)^d X_t = D(L)v_t,\ v_t \sim IID(0,\sigma) \qquad [A5]$$

donde $B(L)$ y $D(L)$ son polinomios AR y MA de órdenes $p$ y $q$, respectivamente, en el operador de retardos $L$ y $d$ es un parámetro real.

Como puede observarse, cuando d es un entero en [A5] tenemos un modelo *ARIMA(p,d,q)*, de forma que los modelos ARFIMA pueden ser vistos como una generalización de los clásicos ARIMA. Puede demostrarse que cuando $d \in (-1/2,1/2)$ $X_t$ es estacionario e invertible (Hosking 1981, teorema 2) y que su función de autocorrelación mostrará un decaimiento hiperbólico.

Finalmente, un modelo puro fraccionalmente integrado *ARFIMA(0,d,0)* puede ser expresado como

$$(1-L)^d X_t = v_t, \quad v_t \sim IID(0,\sigma) \qquad [A6]$$

donde

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{d} \binom{d}{k} (-1)^k L^k \qquad [A7]$$

con los coeficientes binomiales

$$\binom{d}{k} = \frac{d!}{k!\,(d-k)!} = \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(k+1)\,\Gamma(d-k+1)} \qquad [A8]$$

## APÉNDICE 2. CONTRASTES DE MEMORIA DE LARGO PLAZO

### *Contraste R/S*

Sea $X_t$, $t=1,2,\ldots,n$ una serie temporal univariante y $\underline{X}^n$ su media muestral: $\underline{X}^n = (1/n)\Sigma_{j=1}^{n} X_j$, el *estadístico de rango rescalado o estadístico R/S* se define como

$$Q_n = 1/s_n \left[\max_{1\le k\le n} \Sigma_{j=1}^{k} (X_j - \underline{X}_n) - \min_{1\le k\le n} \Sigma_{j=1}^{k} (X_j - \underline{X}_n)\right] = R_n/s_n \qquad [B1]$$

donde $s_n$ es el estimador máximo verosímil de la desviación estándar:

$$s_n = [(1/n)\Sigma_j (X_j - \underline{X}_n)^2]^{1/2} \qquad [B2]$$

El primer término en [B1] es el máximo de las sumas parciales de las primeras $k$ desviaciones de $X_j$ respecto de su media muestral $(S_k)$, mientras que el segundo término es el mínimo de la misma secuencia. Por razones obvias, el primer término es siempre no negativo mientras que el segundo es no positivo, la diferencia $R_n$ entre ellos (denominada *rango*) es por lo tanto siempre positiva. Hurst (1951) descubrió que cuando $\{X_t\}$ es un paseo aleatorio puro entonces $Q_n$ converge a $n^H$ con $H=1/2$ ($H$ es el *exponente de Hurst*) mientras que Mandelbrot (1975) demostró, que esto también es así para procesos con memoria de corto plazo (también denominados *débilmente dependientes*) como los clásicos modelos ARMA.

En términos prácticos, la estimación del exponente de Hurst consiste en la construcción de un diagrama en el que se dibuja el valor del logaritmo del estadístico R/S frente al logaritmo de $n$ para distintos valores de $n$ (el número de observaciones consideradas). Cuando los puntos se sitúan sobre una recta con pendiente igual a *1/2* nos encontramos frente a un proceso débilmente dependiente, mientras que cuando la pendiente es distinta de *1/2* el proceso exhibe memoria de largo plazo. Existen otras alternativas, como las propuestas por Wallis y Matalas (1970) denominadas estadístico F-Hurst y G-Hurst que conducen a conclusiones esencialmente idénticas.

En todo caso, este procedimiento no es robusto frente a dependencia serial y ciertos tipos de no estacionariedad (e.g. Aydogan y Booth, 1988), por lo que Peters (1994) sugiere aplicar el análisis R/S a los residuos de procesos autorregresivos de primer orden y utilizar el valor esperado del estadístico bajo la hipótesis nula de un proceso de ruido blanco empleando los resultados de Anis y Lloyd (1976). Sin embargo, este procedimiento asume que el proceso generador de datos es AR(1) y además no permite un contraste estadístico formal.

## *El contraste de Lo*

Para corregir el anterior contraste cuando existe dependencia de corto plazo, Lo (1991) propone emplear el *estadístico de Rango Rescalado Modificado* $Q_n = R_n/\sigma_n$, donde

$$\sigma_n = \{1/n\Sigma_j (X_j - \underline{X}_n)^2 + 2/n \, \Sigma_{j=1}^{q} \, \omega_j (q) \, [\Sigma_{i=j+1}^{n} (X_i - \underline{X}_n)(X_{i-j} - \underline{X}_n)]\}^{1/2} \quad [B3]$$

El parámetro de truncado $q$ es la parte entera de $(3/2)^{1/3}$

$(2\delta/(1-\delta^2))^{1/2}$, siendo $\delta$ el coeficiente de autocorrelación para el primer retardo. La secuencia de pesos $\omega_j(q)$ puede ser elegida de acuerdo a los esquemas propuestos por Andrews (1991): $\omega_j(q) = 1 - j/(q+1)$, o Newey y West (1987):$\omega_j(q) = 1 - |j/q|$. En el caso en que $q$ sea igual a cero, nos encontramos frente al estadístico R/S tradicional.

Por otra parte, hasta el trabajo de Lo (1991) no existía una teoría estadística que permitiera juzgar la significación estadística de los resultados empíricos. Lo (1991) mostró que bajo la hipótesis de independencia o dependencia de corto plazo, el estadístico $\underset{\sim}{V} = \underset{\sim}{Q}_n/n^{1/2}$ converge débilmente a un proceso estocástico con distribución conocida (Feller, 1951), de forma que es posible construir contrastes para cualquier nivel de significación. Lo (1991, pag. 1288) ha calculado los intervalos de confianza para el anterior estadístico y para los niveles habituales, y son los que emplearemos en el presente estudio.

Por otra parte, el estadístico RRM permite también la estimación del exponente de Hurst (H) y el parámetro de integración fraccional, d, a través de las expresiones:

$$H = \log(\underset{\sim}{Q}_n)\ /\log(n) \qquad [B4]$$

$$d = \log(\underset{\sim}{V})/\log(n) \qquad [B5]$$

## *El contraste de Geweke-Porter-Hudak*

Dado un proceso fraccionalmente integrado:

$$(1 - L)^d X_t = v_t,\ \ v_t \sim IID\ (0,\sigma) \qquad [B6]$$

su densidad espectral viene dada por

$$f_x = |1-e^{-iw}|^{-2d} f_u(\omega) = (2sen(\omega/2))^{-2d} f_u(\omega) \qquad [B7]$$

donde $u_t = B^{-1}(L)D(L)v_t$ es un proceso estacionario y $f_u(\omega)$ es su densidad espectral para la frecuencia $\omega$. Tomando logaritmos en [B7] y evaluado el valor de la expresión para frecuencias armónicas $\omega_j = 2_\pi\, j/n$ obtenemos:

$$ln(f_x(\omega_j)) = ln(f_u(0)) - d\ ln((4sin^2(\omega_j/2)) + ln(f_u(\omega_j)/f_u(0)) \qquad [B8]$$

Para bajas frecuencias, el último término de la expresión anterior es despreciable por lo que puede ser eliminado. Considerando el periodograma para la frecuencia $\omega_j$, $I(\omega_j)$, y reordenando la anterior expresión obtenemos:

$$ln(I(\omega_j)) = ln(f_u(0)) - d\ ln(4sin^2(\omega_j/2)) + ln(I(\omega_j)/f_x(\omega_j)) \qquad [B9]$$

esta expresión permite estimar $d$ mediante la regresión simple:

$$ln(I(\omega_j)) = \alpha_0 - \alpha_1\ ln(4sen^2(\omega_j/2)) + \varepsilon_j, \quad j = 1,2,...,s \qquad [B10]$$

donde $\varepsilon_j$ es asintóticamente IID a lo largo de las frecuencias armónicas y $var(\varepsilon_j) = \pi^2/6$.

Geweke y Porter-Hudak (1983) han demostrado la consistencia y normalidad asintótica de $\alpha_1$ para $s = g(n)$ con $lim\ g(n) = \infty$ y $lim\ g(n)/n = 0$, siendo $n$ el tamaño muestral, por lo que el estadístico-t correspondiente puede ser empleado para valorar su significación. Generalmente se suele tomar $g(n)=n^{\mu}$ con $0 < \mu < 1$. El valor del parámetro $\mu$ es un tanto arbitrario. Geweke y Porter-Hudak (1983) y Porter-Hudak (1990) sugieren un valor para $\mu$ entre ,5 y ,75, que es el rango empleado en el presente trabajo. Finalmente, el exponente de Hurst $(H)$ y el parámetro fraccional $(d)$ están ligados mediante la expresión $d = H - 1/2$.

## APÉNDICE 3. SIMPLIFICACION DEL ESTADISTICO RMM PARA RENDIMIENTOS

La simplificación propuesta es elemental, notemos $\Sigma_{j=1}^{k} (X_j - \underline{X}_n)$ por $S_k$, puesto que $X_j = ln(P_j) - = ln(P_{j-1})$, tenemos:

$$\underline{X}_n \ \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_j = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} (\ln P_j - ln\ P_{j-1}) =$$

$$= \frac{1}{n}(\ln P_1 - \ln P_0 + \ln P_2 - \ln P_1 + ... + P_{n-1} - \ln P_{n-2} + \ln P_n - \ln P_{n-1}) =$$

$$= \frac{1}{n}(\ln P_n - \ln P_0) \qquad [C1]$$

por tanto:

$$S_k = \sum_{j=1}^{k} X_j - \underline{X}_n = \sum_{j=1}^{k} X_j - \frac{1}{n}\,(\ln P_n - \ln P_0) =$$

$$= \sum_{j=1}^{k} (\ln P_j - \ln P_{j-1}) - \frac{1}{n}\,(\ln P_n - \ln P_0) =$$

$$= \left[\sum_{j=1}^{k} (\ln P_j - \ln P_{j-1})\right] - \frac{k}{n}\,(\ln P_n - \ln P_0) =$$

$$= (\ln P_1 - \ln P_0 + \ln P_2 - \ln P_1 + \ldots + P_{k-1} - \ln P_{k-2} + \ln P_k - \ln P_{k-1}) - \frac{k}{n}\,(\ln P_n - \ln P_0)$$

$$= (\ln P_k - \ln P_0) - \frac{k}{n}\,(\ln P_n - \ln P_0) =$$

$$= \ln P_k - \frac{k}{n}\,\ln P_n + \frac{k-n}{n}\,\ln P_0 \qquad \text{[C2]}$$

que es la fórmula propuesta. Obsérvese que en la formulación original era necesario calcular las sumas parciales de rendimientos para diferentes períodos temporales, mientras que la simplificación reduce los cálculos a tomar diferencias de precios.

## APÉNDICE 4. PROCESOS CAOTICOS EMPLEADOS

Los procesos caóticos referidos son la *función tienda:*

$$X_t = \begin{cases} 2X_{t-1} & si \quad X_{t-1} < 1/2 \\ 2(1 - X_{t-1}) & si \quad X_{t-1} > 1/2 \end{cases}$$

$$t = 1,2,\ldots, n,\ X_{0 \in} (0,1) \qquad \text{[D1]}$$

la función logística:

$$X_t = 4\,X_{t-1}(1-X_{t-1}) \qquad \text{[D2]}$$

la aplicación de Hènon (Hènon, 1976):

$$\begin{aligned} X_t &= 1 - 1{,}4\, X_{t-1}^2 + Y_{t-1} \\ Y_{t-1} &= {,}3\, X_{t-1} \end{aligned} \qquad [D3]$$

y la ecuación de MacKey-Glass (MacKey y Glass, 1977):

$$X_t = X_{t-1} + 10{,}5\left[\frac{0{,}2\, X_{t-5}}{1 + X_{t-5}^{10}} - 0{,}1\, X_{t-1}\right] \qquad [D4]$$

## REFERENCIAS


Agiakloglou, C.P; Newbold, P. y Woahr, M. (1994): «Lagrange multiplier tests for fractional diference», *Journal of Time Series Analysis* 15, pp. 253-262.

Anderson, R.L. (1942): «Distribution of the serial correlation coefficient». *Annals of Mathematical Statistics*, 13, pp. 1-13.

Andrews, D.W.K. (1991): «Heteroscedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix estimation», *Econometrica,* 59, pp. 817-858.

Anis, A. y Lloyd, E. (1976): «The expected values of the adjusted rescaled Hurst range of independent normal summands», *Biometrika,* 63, pp. 111-116.

Antonievicz, R. (1993): «Relative volume and subsequent stock price movements». Division of Research and Statistics. Board of Governors. U.S. Federal Reserve System. Washington, D.C.

Aydogan, K. y Booth, G.(1988): «Are there long cycles in common stock returns?», *Southern Economic Journal,* 55, pp. 141-149.

Beran, J. (1994): *The statistics of Long-Memory Processes.* Chapman and Hall.

Blasco, N. y Santamaría, R. (1994): «Memoria de largo plazo en el mercado de valores español: una aproximación mediante el análisis R/S». *Investigaciones Económicas,* 18, 571-583.

Blasco, N. y Santamaría, R. (1995): «¿Son las rentabilidades de las acciones series fraccionalmente integradas?. Resultados en el mercado de valores español», *Revista de Economía Aplicada,* 6, 5-28.

Boes, D.C. y Salas, J.D. (1978): «Nonstationarity of the mean and the Hurst phenomenon», *Water Resources Research,* 14, pp. 135-143.

Bollerslev, T. (1986): «Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity», *Journal of Econometrics*, 31, pp. 307-327.

Bollerslev, T.; Chou, R.Y. y Kroner, K.F. (1992): «ARCH modelling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence», *Journal of Econometrics,* 52, pp. 5-59.

Booth, G. y Kaen, F. (1979): «Gold and silver spot prices and market information efficiency», *Financial Review,* 14, pp. 21-26.

Booth, G.; Kaen, F. y Koveos, P. (1982): «R/S analysis of foreign exchange rates under two international monetary regimes», *Journal of Monetary Economics,* 10, pp. 407-415.

Box, G.E.P. y Pierce, D.A. (1970): «Distribution of the residual autocorrelations in ARIMA Time Series Models». *Journal of the American Statistical Association*, 65, pp. 1509-1526.

Brock, W; Dechert, W. y Scheinkman, J. (1987): «A test for independence based on the correlation dimension». Working Paper, University of Chicago.

Cheung, Y. (1993): «Test for fractional integration: a Monte Carlo Investigation», *Journal of Time Series Analysis*, 14, pp. 331-345.

Cheung, Y. y Lai, K.S. (1993): «Do Gold Market Returns Have Long Memory?», *The Financial Review*, 28, pp. 181-202.

Crato, N., (1994): «Some international evidence regarding the stochastic memory of stock return». *Applied Financial Economics*, 4, 33-39.

Davies, R.B. y Harte, D.S. (1987): «Tests for Hurst effects», *Biometrika*, 74, pp. 95-101.

DeJong, D.N. Nankervis, J.C., Savin, N.E. and Whiteman, C.H. (1989): «Integration versus trend stationarity in macroeconomic time series», Working Paper no. 88-89. Department of Economics, University of Iowa.

Diebold, F.X. y Rudebusch, G.D. (1989): «Long memory and persistence in aggregate output», *Journal of Monetary Economics*, 24, pp. 189-209.

Diebold, F.X. y Rudebusch, G.D. (1991): «On the power of Dickey-Fuller tests against fractional alternatives», *Economics Letters*, 35, pp. 155-160.

Fang, H.; Lai, K.S. y Lai, M. (1994): «Fractal structure in currency futures price dynamics», *Journal of Futures Markets*, 14, pp.169-181.

Feller, W. (1951): «The asymptotic distribution of the range of sums of independent random variables», *Annals of Mathematical Statistics*, 22, pp. 427-432.

Fisher, L. (1966): «Some new stock-market indexes», *Journal of Business*, 39, 191-225.

Geweke, J. y Porter-Hudak, S. (1983): «The estimation and application of long memory time series models», *Journal of Time Series Analysis*, 1, pp. 221-238.

Granger, C. (1966): «The typical spectral shape of an economic variable», *Econometrica*, 34, pp. 150-161.

Granger, C. (1969): «Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods», *Econometrica*, 37, pp. 424-438.

Granger, C. (1980): «Long memory relationships and the aggregation of dynamic models». *Journal of Econometrics*, 14, pp. 227-238.

Granger, C. y Joyeux, R. (1980): «An introduction to long-memory time series models and fractional differencing», *Journal of Time Series Analysis*, 1, pp. 15-29.

Greene, M. y Fielitz, B. (1977): «Long-term dependence in common stock returns», *Journal of Financial Economics*, 4, pp. 339-349.

Hamilton, J.D. y Susmel, R. (1994): «Autoregressive conditional heterokedasticity and changes in regime», *The Journal of Econometrics*, 64, pp 307-333.

Hauser, M.A., R.M. Kunst y E. Reschenhofer (1994): «Modelling exchange rates: long-run dependence versus conditional heterorscedasticity», *Applied Financial Economics*, 4, pp. 233-239.

Heiner, R.A. (1983): «The origin of predictable behavior», *American Economic Review*, 73, pp. 560-595.

Helms, B.; Kaen, F. y Roseman, R. (1984): «Memory in commodity futures contracts», *Journal of Futures Markets*, 4, pp. 559-567.

Hènon, M. (1976): «A Two Dimensional Mapping with a Strage Attractor», *Communications in Mathematical Physics*, 50.

Hiemstra, C. y Jones, J.D. (1994): «Testing for Linear and Nonlinear Granger Causality in the Stock Price-Volume Relation», *The Journal of Finance*, 49, pp. 1639-1664.

Hodges, S. (1995): «Arbitrage in a Fractal Brownian Motion Market», Financial Options Research Centre, University of Warwick, March.

Hosking, J.R.M. (1981): «Fractional differencing», *Biometrika*, 68, pp. 165-176.

Hurst, H.E. (1951): «Long-term storage capacity of reservoirs», *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, pp. 770-799.

Kaen, F.R. y Roseman, R.E. (1986): «Predictable behavior in financial markets: some evidence in support of Heiner's hypothesis», *American Economic Review*, 76, pp. 212-220.

Kolmogorov, A.N. (1941): «Local structure of Turbulence in fluid for very large Reynolds numbers», en Friedlander, K.S. y Topper, L (eds.): *Transl. in Turbulence*. Interscience Publishers, New York, pp. 151-155.

Kunsch, H. (1986): «Discrimination between monotonic trends and Long-Range dependence», *Journal of Applied Probability*. 23, pp. 1025-1030.

Lo, A.W. (1991): «Long term memory in stock market prices», *Econometrica*, 59, pp. 1279-1313.

Lo, A.W. y MacKinlay, C. (1988): «Stock Prices do not follow random walks: evidence from a simple specification test», *Review of Financial Studies*, 1, pp. 41-66.

Loretan, M. y Phillips, P.C.B. (1993): «Testing the covariance stationarity of heavy-tailed time series: an overview of the theory with applications to several financial datasets» *Journal of Empirical Finance*, 1, pp. 211-248.

MacKey, M. y Glass, L. (1977): «Oscillation and Chaos in Physiological Control Systems», *Science*, 197.

Mandelbrot, B. (1971): «When can price be arbitraged efficiently? A limit to the validity of the random walk and martingale models», *Review of Economics and Statistics*, 53, pp. 543-553.

Mandelbrot, B. (1972): «A statistical methodology for non-peridic cycles: from the covariance to R/S analysis», *Annals of Economic and Social Measurement*, 1, pp. 259-290.

Mandelbrot, B. (1975): «Limit theorems on the self-normalized range for weakly and strongly dependent processes», *Zeitschrift fur Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete*, pp. 271-285.

Mandelbrot, B. (1977): *Fractals, Form, Chance and Dimension*. Freeman, San Francisco, CA.

Mandelbrot. B. (1983): *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman, San Francisco, CA.

Mandelbrot, B. y Van Ness, J. (1968): «Fractional Brownian Motion, fractional noises and applications», *SIAM Review*, 10, pp. 422-437.

Mandelbrot, B. y Wallis, J.R. (1969): «Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic long-run statistical dependence», *Water Resources Research*, 5, pp. 967-988.

Mirowski, P. (1990): «From Mandelbrot to chaos in Economic Theory», *Southern Economic Journal*, 57, pp. 289-307.

Newey, W. y West, K. (1987): «A simple positive definite, heteroscedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix», *Econometrica*, 55, pp. 703-705.

Olmeda, I. y Pérez, J. (1995): «Nonlinear dynamics and Chaos in the Spanish Stock Market», *Investigaciones Económicas*. 19, 217-248

Peters, E. (1991): «A chaotic attractor for the S&P 500», *Financial Analysts Journal*, March-April, pp. 55-63.

Peters, E.E. (1994): *Fractal Market Analysis*. John Wiley and Sons. New York.

Porter-Hudak, S. (1990): «An application of the seasonal fractionally differenced model to the monetary agregates», *Journal of the American Statistical Association*, 85, pp. 338-344.

Robinson, P.M. (1991a): «Testing for strong serial correlation and dynamic conditional heterokedasticity in multiple regression», *Journal of Econometrics*, 47, pp. 67-84.

Robinson, P.M. (1991b): «Consistent nonparametric entropy-based testing», *Review of Economic Studies*. 58, pp. 437-453.

Robinson, P.M. (1995): «Gaussian semi parametric estimation of long-range dependence». *Annals of Statistics*, 23, 1630-1661.

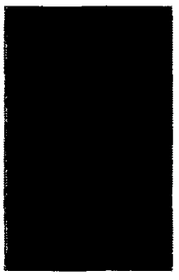
Sowell, F. (1992a): «Maximum likelihood estimation of stationary univariate fractionally integrated time series models», *Journal of Econometrics*, 53, pp. 165-188.

Sowell, F. (1992b): «Modeling long-run behavior with the fractional ARIMA model», *Journal of Monetary Economics*, 29, pp. 277-302.

Walis, J. y Matalas, N. (1970): «Small sample properties of H and K estimators of the Hurst coefficient h», *Water Resources Research*. 6, pp. 332.

## ABSTRACT

This paper analyzes the existence of long-term memory in daily series of returns, volatilities and volumes of Madrid's Stockmarket General Index and all individual values of the IBEX35. For the returns and volatilities series, the evidence found is weak but it is clear for the volumes series. Also, we analyze the robustness of the Geweke-Porter-Hudak and Lo's tests and show that they have several drawbacks. Finally, we also show that the BDS test has no power against fractional alternatives so that the usual rejection of the null of independence in financial time series can not be fully attributable to long-term memory.



FEDEA

1499 CINC SEGLES 1999
DE LA
VNIVERSITAT DE VALÈNCIA

Instituto de Economía Internacional

# *VI JORNADAS DE ECONOMÍA INTERNACIONAL*

Valencia, 23, 24 y 25 de Junio de 1999

La ***Fundación de Estudios de Economía Aplicada*** y el ***Instituto de Economía Internacional,*** con la colaboración de la ***Asociación Española de Economía y Finanzas Internacionales*** y de ***Analistas Financieros Internacionales,*** organizan las VI JORNADAS DE ECONOMÍA INTERNACIONAL, que se celebrarán en Valencia los días 23, 24 y 25 de Junio de 1999, con motivo del V Centenario de la Universitat de València.

Las Jornadas de Economía Internacional están abiertas a investigadores en las áreas de la Economía Internacional, siendo su principal objetivo el proporcionar un foro periódico para la presentación de trabajos de calidad, y un lugar de encuentro y discusión que permita el intercambio de ideas entre investigadores en esta área de la Economía.

Las Jornadas están organizadas en sesiones temáticas de ponencias. El programa también incluye conferencias invitadas a cargo de especialistas de reconocido prestigio internacional, junto con sesiones invitadas de carácter monográfico, donde se discutirán temas de actualidad.

Para mayor información se puede consultar la Página Web http://www.fedea.es/Congreso/Index.htm o dirigirse a las direcciones de los organizadores:


FUNDACIÓN DE ESTUDIOS
DE ECONOMÍA APLICADA
C/ Jorge Juan, 46
28001 Madrid
Tel. 91 4350401
Fax. 91 5779575

INSTITUTO DE ECONOMÍA
INTERNACIONAL
Universitat de València
Campus dels Tarongers
46022 Valencia
Tel. 96 3828437
Fax. 96 3828434

# NORMAS PARA LOS AUTORES

1. Los originales deben remitirse por triplicado a: *Moneda y Crédito*, Fundación Central Hispano, Avda. de América, 32, 6.ª planta, 28028 Madrid. Deberán contener material original no publicado ni presentado para su publicación en otro medio de difusión. Los artículos podrán estar escritos en inglés, pero se publicarán en castellano. Si los autores así lo prefieren, la tradución correrá a cargo de la revista.

2. *Moneda y Crédito* emplea para la aceptación de originales el sistema de evaluación anónima. El proceso de evaluación normalmente no durará más de cuatro meses, desde la recepción del original hasta la primera respuesta al autor.

3. *Moneda y Crédito* podrá modificar la redacción de los originales aceptados para su publicación, exclusivamente con el fin de mejorar su estilo o su inteligibilidad. El autor deberá corregir las pruebas de imprenta de su artículo y recibirá 25 separatas del mismo una vez publicado.

4. Los trabajos irán mecanografiados a doble espacio y las páginas numeradas correlativamente. Los apéndices y notas a pié de página irán al final del texto principal y antes de las referencias bibliográficas. Tras éstas irán los cuadros y gráficos, en hojas aparte. Finalmente, se incluirá en hoja aparte un resumen del artículo, de no más de 100 palabras, en inglés.

5. En la primera página se hará constar el nombre, dirección y afiliación profesional del autor, el número de clasificación del artículo según el *Journal of Economic Literature* y dos palabras clave (JEL Keywords).

6. Los cuadros y gráficos se numerarán correlativamente, tendrán un título suficientemente explicativo y contendrán información sobre las fuentes de los datos mostrados. Los gráficos deberán tener la suficiente calidad técnica para ser reproducidos directamente. Las palabras extranjeras aparecerán en letra cursiva o subrayadas. Las fórmulas matemáticas más importantes se numerarán correlativamente entre paréntesis a su derecha. Los cuadros, gráficos y fórmulas matemáticas del Apéndice se numerarán correlativamente como A.1, A.2, etc.

7. En el texto, las referencias bibliográficas se citarán de forma abreviada con el apellido del autor y la fecha, distinguiendo a, b, c, etc. si hay varias del mismo autor y año; por ejemplo, Samuelson (1971a). Las referencias bibliográficas completas aparecerán al final del texto según el formato indicado por los siguientes ejemplos: Burda, M. y C. Wyplosz (1993), *Macroeconomics. A European Text*, Oxford University Press, Oxford; Hall, R. (1989), «Consumption», en R. Barro (ed.), *Modern Business Cycle Theory*, Basil Blackwell, Oxford; Hernando, I. y J. Vallés (1992), «Inversión y Restricciones Financieras: Evidencia en las Empresas Manufactureras Españolas», *Moneda y Crédito;* Sanz, C. (1993), «Una Estimación de la Demanda de Trabajo Manual y No Manual». CEMFI, Documento de Trabajo 9317.

8. Las notas a pie de página deberán aparecer numeradas correlativamente. Los agradecimientos constituirán la primera nota a pie de página, no con un número sino con un asterisco (*).

9. La publicación de artículos en *Moneda y Crédito* está sujeta a la condición de poner a la disposición de los investigadores interesados los datos utilizados en los trabajos, así como la clara descripción del tratamiento de los mismos, incluyendo los suficientes detalles sobre el método de cálculo con el fin único de permitir su réplica. Toda esta información deberá estar disponible durante los tres años posteriores a la fecha de publicación. En cualquier caso, se entiende que los autores pondrán a disposición de los evaluadores los datos utilizados en sus trabajos para su posible réplica destinada a mejorar la calidad del proceso de evaluación. Excepciones a esta regla podrán ser consideradas individualmente en aquellos casos en que los datos estén sujetos a restricciones de transferibilidad.

# MyC
# 207

Esta publicación se edita con el patrocinio de:

FUNDACION
CENTRAL HISPANO