BIBLIOTECA VIRTUAL
MIGUEL DE CERVANTES

Universidad de Valladolid

Análisis de la eficiencia técnica y asignativa a través de las fronteras estocásticas de costes: una aplicación a los hospitales del INSALUD

Carmen García Prieto

Tesis de Doctorado

Facultad: Ciencias Económicas y Empresariales
Director: Dr. José Miguel Sánchez Molinero

2002

Universidad de Valladolid
Facultad de Ciencias Económicas y
Empresariales

Análisis de la eficiencia técnica y asignativa a través de las fronteras estocásticas de costes:

Una aplicación a los hospitales del INSALUD

Tesis Doctoral dirigida por:
D. José Miguel Sánchez Molinero

Carmen García Prieto
Valladolid, Abril de 2002

a Santi

BIBLIOTECA VIRTUAL
MIGUEL DE CERVANTES

En el largo camino recorrido desde que esta tesis comenzó a fraguarse, muchas son las personas que directa o indirectamente me han ayudado a finalizarla. A todas ellas quiero expresar mi agradecimiento aunque, de forma particular, algunas merezcan una especial mención.

Entre ellas, sin duda, debo destacar en primer lugar a José Miguel Sánchez Molinero, cuya profesionalidad y buen quehacer en la dirección de esta tesis el lector reconocerá entre las páginas siguientes. Le agradezco su dedicación, siempre cariñosa y paciente. En todo caso, cualquier error en el trabajo realizado, corresponde enteramente a mi exclusiva responsabilidad.

También quisiera agradecer a Guillem López Casasnovas sus interesantes comentarios sobre algunos aspectos de la investigación.

A Yolanda González, le agradezco su ayuda en el ámbito de la Economía de la Salud, y a "Uti", de UGT, el haberme ayudado a poner orden entre los datos salariales en las primeras fases de mi investigación.

Por último deseo agradecer a mis compañeros de departamento sus manifestaciones de apoyo a lo largo de estos años. En especial, a Carlos Pérez, siempre dispuesto a prestarme su valiosa ayuda; a Araceli Rodríguez por tantas conversaciones en nuestro despacho; a Inmaculada González y a Julio López por ofrecerme generosamente su amistad.

ÍNDICE

Índice de Gráficas ..... *xi*

Índice de Cuadros ..... *xiii*

ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA TÉCNICA Y ASIGNATIVA A TRAVÉS DE LAS FRONTERAS ESTOCÁSTICAS DE COSTES: I

UNA APLICACIÓN A LOS HOSPITALES DEL INSALUD..... I

ÍNDICE DE GRÁFICAS XI

ÍNDICE DE CUADROS XIII

INTRODUCCIÓN 1

PARTE I 7

EL CONCEPTO DE EFICIENCIA..... 7

1. INTRODUCCIÓN 9

1.1. Eficacia, efecividad y eficiencia 9

1.2. La eficiencia productiva en la literatura económica 11

2. LA EFICIENCIA TÉCNICA..... 17

2.1. Medidas radiales y no radiales 17

2.2. Análisis de las medidas radiales de eficiencia 18

2.2.1. Un único producto y un único factor..... 18

2.2.2. Un único producto y varios factores 21

2.2.3. Varios productos y un único factor 22

2.2.4. Varios factores y varios productos..... 23

2.3. Propiedades de los índices de eficiencia 26
2.4. Medidas alternativas 28

3. EFICIENCIA ECONOMICA..... 31

3.1. Introducción.....31
3.2. Eficiencia en costes.....32
3.3. Eficiencia en el ingreso.....38
3.4. Eficiencia en beneficios. 44

PARTE II..... 47

LA ESTIMACIÓN EMPIRICA DE LA EFICIENCIA..... 47

4. PROCEDIMIENTOS DE ESTIMACIÓN DE LA EFICIENCIA..... 49

4.1. Introducción.....49
4.2. El análisis de envolvimiento de datos.....50
4.3. Estimación de fronteras estocásticas 52

5. LA EFICIENCIA TÉCNICA Y LAS FRONTERAS DE PRODUCCIÓN 55

5.1. Introducción.....55
5.2. Fronteras de producción deterministas.....56
5.3. Fronteras de producción estocásticas 66
5.4. Datos de panel 78
5.4.1. Eficiencia técnica constante en el tiempo 78
5.4.2. Eficiencia técnica variable en el tiempo 86
5.5. Determinantes de la eficiencia 91
5.6. Las funciones de distancia.....98

6. EFICIENCIA ECONÓMICA Y FRONTERAS DE COSTES. 101
6.1. Introducción 101
6.2. La frontera de costes 102
6.3. Estimacion de la eficiencia tecnica y asignativa por separado 107
6.3.1. El enfoque de Kopp y Diewert 108
6.3.2. El enfoque de Schmidt y Lovell 111
6.3.3. Otros enfoques. El problema de Greene. 115
6.4. Datos de panel 123
PARTE III 127
LA EFICIENCIA HOSPITALARIA EN ESPAÑA 127
7. INTRODUCCIÓN 129
7.1. La red hospitalaria española y sus fuentes documentales . 129
7.2. Antecedentes bibliograficos 131
7.3. El problema de la medición del producto 136
8. EFICIENCIA TÉCNICA Y ASIGNATIVA EN LOS HOSPITALES DEL INSALUD 143
8.1. Introducción 143
8.2. El modelo planteado 146
8.3. Muestra y variables 150
8.4. Estimación 153
8.4.1. Análisis de la frontera de costes 156
8.4.2. Análisis de la eficiencia 164
8.5. Especificaciones alternativas 168

9. DETERMINANTES DE LA EFICIENCIA TECNICA 173

9.1. Introducción.....173
9.2. El modelo estimado.....175
9.3. Resultados de la estimación.....179
9.3.1. Análisis de la frontera.....181
9.3.2. Análisis de la eficiencia.....185
9.4. Validación de los resultados.....189

CONCLUSIONES.....191

REFERENCIAS 197

APÉNDICE.....215

APÉNDICE.....217

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica 2.1: Función de producción y eficiencia técnica 19
Gráfica 2.2: La isocuanta y eficiencia técnica. 22
Gráfica 2.3: La curva de posibilidades de producción y la eficiencia técnica 23
Gráfica 2.4: Función de distancia de inputs y eficiencia técnica. 24
Gráfica 2.5: Función de distancia de outputs y eficiencia técnica ... 25
Gráfica 2.6: La isocuanta y el subconjunto eficiente 29
Gráfica 3.1: La función de costes y la eficiencia en costes. 32
Gráfica 3.2: Descomposición de la eficiencia en costes 35
Gráfica 3.3: Eficiencia técnica y asignativa y la función de costes ... 35
Gráfica 3.4: La función de ingresos y la eficiencia en el ingreso 39
Gráfica 3.5: Descomposición de la eficiencia en el ingreso. 42
Gráfica 3.6: Eficiencia técnica y asignativa en la función de ingreso 42
Gráfica 4.1: La isocuanta unitaria según Farrell 51
Gráfica 5.1: Fronteras deterministas según distintos métodos de estimación. 65
Gráfica 5.2 : Funciones de densidad de la distribución seminormal y la exponencial. 68
Gráfica 5.3: La función de densidad de una distribución normal truncada 69
Gráfica 6.1: Eficiencia técnica y asignativa 108

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 8.1: Descripción estadística de las variables 153
Cuadro 8.2: Resultados de la estimación..... 155
Cuadro 8.3: Eficiencia económica, técnica y asignativa estimadas. 165
Cuadro 8.4: Incremento en el coste por ineficiencia económica, técnica y asignativa. 168
Cuadro 8.5: Resultados comparados de las estimaciones..... 170
Cuadro 8.6: Comparación de eficiencia 171
Cuadro 9.1: Resultados de la estimación..... 180
Cuadro 9.2: Descripción estadística de los índices de eficiencia.... 188
Cuadro 9.3: Incremento en los costes por ineficiencia..... 189
Cuadro 9.4: Contrastes de hipótesis sobre la ineficiencia..... 190

BIBLIOTECA VIRTUAL
MIGUEL DE CERVANTES

INTRODUCCIÓN

El tema central de esta tesis es el análisis de la eficiencia hospitalaria. Y los estudios sobre eficiencia hospitalaria constituyen un caso particular dentro del conjunto de estudios empíricos sobre la eficiencia de las actividades productivas.

Estos estudios cuentan ya con una larga tradición desde el trabajo pionero de Farell en los años cincuenta. A partir de entonces se han publicado numerosos trabajos sobre la eficiencia de diversos sectores, unas veces desde el punto de vista meramente técnico (se hace aquí referencia al concepto de "eficiencia técnica" que se definirá más adelante), y otras veces desde un punto de vista más "económico". Esta segunda perspectiva se puede limitar a la esfera de los costes, a la de los ingresos o bien, hacerse extensivo al beneficio económico en general. Se está haciendo referencia aquí a los conceptos de "eficiencia en costes", "eficiencia en el ingreso" y "eficiencia en beneficios", los cuales serán definidos con precisión más adelante.

En España ha habido también numerosos estudios empíricos sobre eficiencia. Estos trabajos se centran, por lo general, bien en el estudio de la "eficiencia técnica", bien en el de la "eficiencia en costes". Esta tesis tendría que ser clasificada dentro del segundo grupo, ya que se trata de una investigación sobre la eficiencia en costes del sector hospitalario. La novedad de este trabajo reside en que por primera vez en España se lleva a cabo un estudio de la eficiencia en costes para el sector hospitalario que permite distinguir

los dos componentes básicos de dicha eficiencia[1]: el componente de "eficiencia técnica" (téngase en cuenta que la eficiencia técnica es un prerrequisito para la eficiencia en costes) y el componente específicamente económico que se conoce con el nombre de "eficiencia asignativa".

Otra novedad de esta tesis consiste en que la cuantificación de los componentes de la eficiencia hospitalaria se lleva a cabo simultáneamente al estudio de las *causas* de la ineficiencia. En relación con este punto es preciso destacar que se trata de una novedad básicamente metodológica: la técnica utilizada permite subsanar algunas inconsistencias econométricas relativas a las estimaciones anteriores sobre las causas de la ineficiencia del sector hospitalario en España.

Esta tesis se organiza de la siguiente manera:

En la primera parte se exponen los diferentes conceptos de eficiencia productiva, y se definen los índices que permiten cuantificar dicha eficiencia.

La segunda parte se centra en la medida de la eficiencia desde un punto de vista empírico. Se adopta un enfoque econométrico para analizar los modelos más influyentes que se han propuesto en el ámbito de las fronteras estocásticas de producción y de costes.

Finalmente, la tercera parte recoge la aportación más relevante de esta tesis, que se centra en el análisis empírico de la eficiencia hospitalaria. Tras una revisión de la literatura sobre este aspecto, en el capítulo 8 se realiza una primera estimación

[1] En el transcurso del tiempo de realización de esta tesis, se ha publicado un estudio que igualmente analiza los dos componentes de la ineficiencia hospitalaria desde el punto de vista de los costes, Puig-Junoy (2000). Dicho trabajo se centra en el caso de los hospitales de la región de Cataluña, y emplea una metodología que no permite aplicar las técnicas convencionales de inferencia estadística a los resultados obtenidos.

econométrica con la cual se consigue medir los dos componentes de la eficiencia en costes de los hospitales públicos españoles (eficiencia técnica y eficiencia asignativa, como antes hemos señalado). Posteriormente, en el capítulo 9 se emplea un modelo ampliado, para determinar los factores que inciden en el nivel de eficiencia que alcanzan los hospitales.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

PARTE I

BIBLIOTECA VIRTUAL
MIGUEL DE CERVANTES

EL CONCEPTO DE EFICIENCIA

1. INTRODUCCIÓN

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

1.1. EFICACIA, EFECIVIDAD Y EFICIENCIA

Eficiencia es un término frecuentemente empleado, y no siempre de forma correcta, confundiéndolo con otros muy cercanos como eficacia y efectividad, o incluso con productividad. Los dos primeros son términos que tienen un uso habitual en economía de la salud a la hora de realizar evaluaciones económicas de técnicas o procedimientos sanitarios.

La eficacia hace referencia a la obtención de los resultados propuestos en condiciones ideales, sin considerar los recursos empleados para ello; por ejemplo, la curación de una enfermedad mediante algún medicamento. Generalmente el grado de eficacia de una actuación específica se determina de forma experimental; en el caso de una actuación clínica se le otorga validez contrastada a través de ensayos clínicos aleatorios. En ellos, se controlan algunos aspectos[2] para depurar el estudio de otras influencias.

La efectividad se determina en la práctica, desarrollando la actuación en condiciones habituales. En el ejemplo anterior del

[2] Se seleccionan los individuos excluyendo aquellos que presentan otras patologías, están tomando otra medicación, están demasiado enfermos, ... etc.

medicamento, su efectividad se mediría cuando éste fuera administrado con normalidad a enfermos no seleccionados previamente. Eficacia no implica efectividad, pues en condiciones normales se producen distintas influencias que pueden hacer que los resultados que se han obtenido experimentalmente varíen. Sin embargo, la efectividad sí requiere eficacia.

La eficiencia, por último, es un concepto relativo, que se obtiene por comparación con otras alternativas disponibles, considerando los recursos empleados en la consecución de los resultados. Continuando con el mismo ejemplo, para determinar la eficiencia del tratamiento con ese medicamento se consideraría el coste de producirlo, y se compararía con el coste que conllevan el resto de las alternativas existentes en el mercado para tratar esa enfermedad.

Se trata por lo tanto de un concepto económico que viene justificado por la tradicional escasez de recursos susceptibles de empleo en usos alternativos. No tiene un carácter absoluto, ya que viene determinado por las alternativas existentes; la aparición de un nuevo tratamiento menos costoso, altera la eficiencia establecida para otros procedimientos que fueron evaluados anteriormente.

A la hora de evaluar la actividad económica habitual de las empresas, la economía se ocupa de la eficiencia en el proceso productivo que desarrollan, que ya se ha demostrado efectivo y por lo tanto eficaz. Esto es, la combinación de factores elegida permite obtener una producción de bienes y servicios, y la economía se ocupa de estudiar la eficiencia con que las empresas consiguen esta producción. Hablamos entonces de eficiencia productiva.

Pero la eficiencia productiva es un término polivalente, ya que no existe un único tipo sino varios, según cual sea el objetivo que se propone la empresa; así podemos hablar de eficiencia en costes, si

trata de minimizar estos, eficiencia en el ingreso si se propone maximizarlo, o eficiencia en el beneficio, si el objetivo planeado es la maximización de este. Para evaluar estos tipos de eficiencia es necesario contar con información sobre los precios del mercado, ya que estos determinan el tipo de actuación óptima en cada caso.

Sin embargo, con independencia del criterio que orienta la actuación de las empresas, y de los precios vigentes, hay un tipo de eficiencia básico, no ligado a ningún objetivo económico, que consiste en el adecuado aprovechamiento de los recursos empleados; a este tipo de eficiencia se le denomina eficiencia técnica.

BIBLIOTECA VIRTUAL

1.2. LA EFICIENCIA PRODUCTIVA EN LA LITERATURA ECONÓMICA

El tratamiento que la eficiencia productiva ha recibido en la literatura económica hasta hace no muchos años ha sido poco claro, y esto ha favorecido sin duda la confusión que rodea al término. El autor que dio por primera vez una definición de eficiencia productiva fue Koopmans (1951), quien se centró en la eficiencia técnica, afirmando que una combinación factible de inputs y outputs es técnicamente eficiente, si es tecnológicamente imposible aumentar algún output y/o reducir algún input sin reducir simultáneamente al menos otro output y/o aumentar al menos otro input.

Por otra parte, Debreu (1951) propuso la construcción de un índice de eficiencia técnica, al que llamó "coeficiente de utilización de los recursos", que definía como la unidad menos la máxima reducción equiproporcional en todos los inputs, consistente con el mantenimiento de la producción de los outputs. Dicho coeficiente no depende de las unidades de medida empleadas, lo cual constituye una propiedad interesante desde el punto de vista operativo.

Inspirado en los trabajos de Koopmans (1951) y Debreu (1951), Farrell (1957) añadió a la eficiencia técnica un nuevo concepto, el de eficiencia asignativa, que él llamó eficiencia en precios. Para ello supuso que la empresa persigue un objetivo que consiste en la minimización de los costes. La eficiencia asignativa consiste para Farrell (1957) en elegir, de entre las combinaciones de inputs y outputs técnicamente eficientes, aquella que resulta más barata según los precios de los inputs.

La gran contribución de Farrell (1957), que le convierte en el autor más influyente en el estudio de la eficiencia productiva, consiste en proponer la forma de medir empíricamente la eficiencia. La teoría económica nos muestra cuál es el comportamiento eficiente (las distintas funciones de producción, costes y beneficios), pero éstas resultan desconocidas en la práctica. Este autor propuso considerar como referencia eficiente la mejor práctica observada de entre la muestra de empresas objeto de estudio, y calcular así los índices de eficiencia de cada una por comparación con la/s que presenta/n un mejor comportamiento económico. De esta forma se obtiene una medida de eficiencia que tiene un carácter relativo, es decir, depende de la muestra objeto de estudio.

Las empresas que constituyen el comportamiento eficiente, pasan a integrar lo que se denomina la "frontera eficiente". Este término alude al hecho de que no es posible ser más eficiente que las empresas situadas en dicha frontera[3].

A partir de entonces comienza a aparecer una serie de trabajos empíricos que llevan a la práctica las sugerencias de Farrell (1957), midiendo la eficiencia de forma más o menos refinada, y que han dado lugar a lo que hoy conocemos genéricamente como "metodología de fronteras". En realidad, sería más correcto hablar de

[3] Por ejemplo: dadas unas cantidades de factores, la frontera de producción señala la cantidad máxima que se puede producir, y que solamente se consigue si la empresa es eficiente técnicamente.

las metodologías de fronteras, ya que existen dos ámbitos de trabajo bien diferenciados, según la herramienta empleada a la hora de determinar la frontera: las técnicas econométricas de estimación, o la programación matemática.

En el primer caso, hablamos de las fronteras estocásticas. El procedimiento seguido consiste básicamente en suponer una forma funcional específica para la frontera (ya sea de producción, costes o beneficios), y mediante estimación econométrica emplear la información de la muestra para obtener los parámetros de la función. Por comparación con la frontera estimada, se calculan los índices de eficiencia de las empresas.

BIBLIOTECA VIRTUAL

En el segundo caso nos referimos al análisis de envolvimiento de datos (AED). Con esta técnica se emplea la programación matemática para encontrar el conjunto de observaciones que delimitan la frontera, sin que ésta tenga que quedar reflejada necesariamente en una forma funcional específica.

La metodología de fronteras está respaldada por una literatura relativamente reciente, y ha experimentando un rápido crecimiento en los últimos años. Las aportaciones más interesantes de esta literatura se encuentran recogidas en resúmenes como los de Fϕrsund, Lovell y Schmidt (1980), Schmidt (1985-1986) y Bauer (1990). También se han publicado diversos manuales que recopilan y organizan con mayor o menor pretensión de completitud, la literatura sobre este tema. Merece la pena destacar los siguientes:

En primer lugar están los libros de Fried, Lovell y Schmidt (1993) y de Coelli, Prasada Rao y Battese (1998). Estos libros analizan las diferentes técnicas de estudio de la eficiencia, tanto en el ámbito de las fronteras estocásticas como en el del AED, aunque el primero, por su fecha de publicación, no recoge los últimos modelos que se están empleando en la actualidad. En segundo lugar estarían

los manuales de Färe, Grosskopf y Lovell (1985 y 1994) donde se realiza una revisión exhaustiva de las distintas medidas de eficiencia basadas en el AED. Finalmente, el manual de Kumbhakar y Lovell (2000), centrándose únicamente en las fronteras estocásticas, contiene un completo y detallado análisis de los diferentes modelos y posibilidades de estimación, incluyendo los más recientes.

A pesar del desarrollo experimentado, la metodología de fronteras aún está lejos de ser un campo de trabajo cerrado. Aún permanecen algunas cuestiones por resolver, siendo una de las más destacables, la falta de armonía entre los resultados obtenidos por los distintos trabajos empíricos a partir de métodos diferentes de análisis. Como señalan Puig-Junoy y Dalmau (2000), "aunque los índices medios suelen resultar parecidos al comparar dos diseños metodológicos, la evidencia disponible indica que los rankings pueden diferir de forma notable...".

Esto hace que todavía resulte pronto para poder recomendar actuaciones de política económica basadas en estudios sobre eficiencia. A pesar de ello, los autores de los trabajos más recientes suelen emplear varios métodos o al menos contemplar varias alternativas en la especificación de sus modelos, con el fin de validar en la mayor medida posible los resultados obtenidos.

A continuación, pasamos a definir los diferentes tipos de eficiencia productiva, planteando la forma en que cada uno puede ser medido desde un punto de vista teórico. Las diferentes medidas de eficiencia tomarán la forma de ratio, que pondrá a la empresa considerada en relación con el estándar eficiente marcado por la teoría.

Además, veremos que toda medida de eficiencia puede ser transformada en un índice de ineficiencia, presentando la ratio de forma inversa (cuanto mayor sea el grado de eficiencia con que

trabaja una empresa, menor será el nivel de ineficiencia presentado), por lo se puede hablar alternativamente tanto de eficiencia como de ineficiencia de las empresas.

El capítulo 2 se centra en el análisis de la eficiencia técnica, mientras que el capítulo 3 analiza distintos tipos de eficiencia asociados a diferentes objetivos de carácter económico: minimización de costes, maximización del ingreso o maximización del beneficio.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

2. LA EFICIENCIA TÉCNICA

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

2.1. MEDIDAS RADIALES Y NO RADIALES

Recordando la definición de Koopmans (1951), una empresa es eficiente técnicamente si no puede obtener más de alguno de sus productos sin obtener menos de algún otro, o sin emplear más de alguno de los factores. En definitiva, la eficiencia técnica está asociada al aprovechamiento físico de los recursos en el proceso productivo, y no está ligada a ningún objetivo económico.

Las medidas de eficiencia técnica inspiradas en las propuestas de Farrell (1957) y Debreu (1951) son radiales. El carácter radial alude al hecho de que miden la máxima reducción equiproporcional de todos los factores que sería compatible con un mismo nivel de producción o, alternativamente, el mayor aumento equiproporcional en los productos que podría obtenerse empleando los factores en la misma cantidad. Contemplan aumentos de los productos o reducciones de los factores, pero todos ellos en la misma proporción, por lo que son invariantes ante cambios en las unidades de medida.

Sin embargo, este tipo de medidas presenta un problema importante, y es que no detectan todas las posibles situaciones en

las que existe ineficiencia técnica, ya que ésta puede deberse a un empleo excesivo de ciertos factores, no de todos ellos.

También se han desarrollado medidas no radiales, como el índice de Russell. Con ellas se identifican todas las posibles situaciones de ineficiencia técnica, aunque presentan una desventaja importante frente a las medidas radiales, y es que, como veremos, las medidas no radiales suelen ser sensibles a los cambios en las unidades de medida empleadas. Esto ha hecho que las medidas radiales hayan ganado la batalla en el terreno empírico, y sean utilizadas en la mayor parte de los estudios de eficiencia.

A continuación centraremos el análisis en las distintas formas de medir la eficiencia técnica. Comenzaremos por el caso sencillo en que se obtiene un único producto empleando únicamente un factor, y finalizaremos con el caso de una producción multiproducto en la que se emplean varios factores, pasando por las distintas situaciones intermedias.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

2.2. ANÁLISIS DE LAS MEDIDAS RADIALES DE EFICIENCIA

Como decíamos anteriormente, las medidas de carácter radial son las más empleadas en los estudios empíricos sobre eficiencia productiva. No existe una única forma de medir la eficiencia técnica sino que es posible definir distintas medidas como pasamos a analizar a continuación.

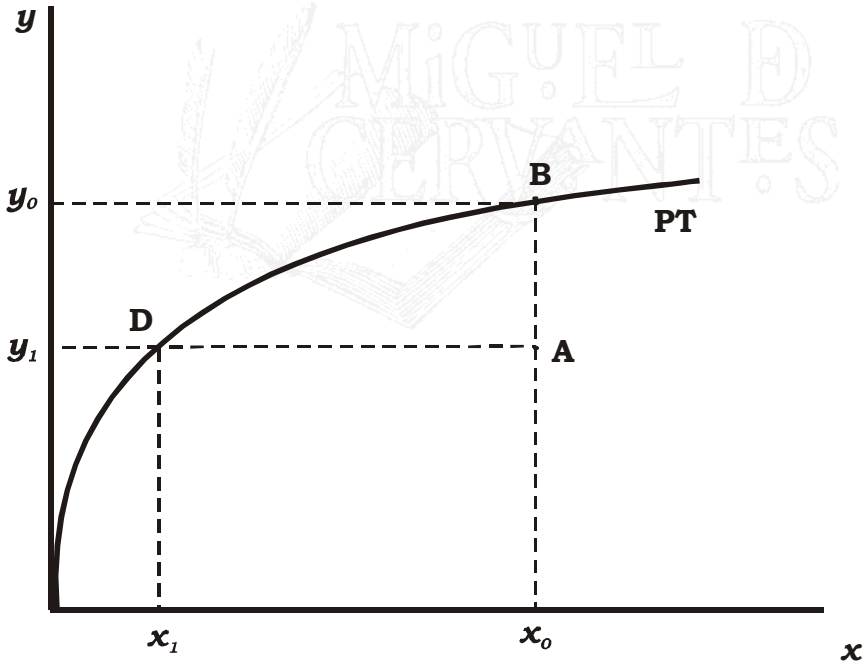
2.2.1. Un único producto y un único factor

Comencemos por el caso más sencillo de un único bien y, que se obtiene a partir de un único factor x, empleando la tecnología existente, según la función de producción representada en la Gráfica 2.1. Esta función delimita el conjunto de posibilidades de producción $T = \{(x,y) : x \text{ puede producir } y\}$, es decir, el conjunto de pares input-

output factibles, y que se encuentran situados por debajo de la función.

La función de producción actúa por lo tanto como una frontera, ya que las combinaciones situadas por encima no son posibles con la tecnología actual. Se la puede denominar entonces, frontera de producción, y nos indica la máxima cantidad de producto *y* que las empresas pueden obtener con la tecnología existente según el volumen empleado del factor *x*. Por ejemplo, para una cantidad x_0, la producción máxima que se puede alcanzar es y_0, como hace la empresa A.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES



Gráfica 2.1: *Función de producción y eficiencia técnica*

Pero no todas las empresas realizan su actividad de la misma forma, y aunque algunas se sitúen sobre la función, otras pueden encontrarse por debajo de la misma, incurriendo en ineficiencia técnica. Este es el caso de la empresa A, en la Gráfica 2.1.

Empleando una cantidad x_0 de factor, la producción que obtiene, y_1, resulta inferior a la máxima posible, y_0, que es el nivel conseguido por B. Podemos decir entonces que A es ineficiente técnicamente. También se puede estudiar el caso de A en relación con otra empresa, D. Ambas obtienen la misma producción pero ésta última emplea una cantidad menor de factor, x_1.

Tanto B como D son empresas eficientes técnicamente, alcanzan la frontera de producción, mientras que las ineficientes técnicamente, como B, se encuentran por debajo de la misma.

A la hora de medir el grado de eficiencia técnica que posee una empresa, podemos adoptar dos puntos de vista, el de los factores y el de la producción, lo que nos proporcionará dos tipos de medidas. Podemos definir entonces, un índice de eficiencia orientado hacia la producción, ET^o, que se hallaría como el cociente entre el output que obtiene la empresa y el que conseguiría si desarrollara su actividad en la frontera de producción. Alternativamente, podemos definir un índice de eficiencia orientado hacia el factor, ET^i, que en este caso se calcularía mediante el cociente entre la cantidad del mismo necesaria para conseguir la producción actual en la frontera y la que está empleando la empresa en la práctica.

Centrándonos en la empresa A mencionada anteriormente, ambos índices se plasmarían en las siguientes expresiones:

$$ET_A^o = \frac{y_1}{y_0} \qquad [2.2.1.1]$$

$$ET_A^i = \frac{x_1}{x_0} \qquad [2.2.1.2]$$

Estas expresiones se ajustan a la propuesta de Debreu (1951). El primer índice responde al máximo aumento de la

producción que es posible conseguir con x_0, mientras que el segundo hace referencia a la máxima reducción de factor con que sería posible seguir obteniendo y_0.

2.2.2. Un único producto y varios factores

Pasamos ahora a considerar un caso menos simplificado en el que las empresas obtienen un único producto *y*, empleando un conjunto de factores de producción $x = (x_1 \ldots x_n)'$.

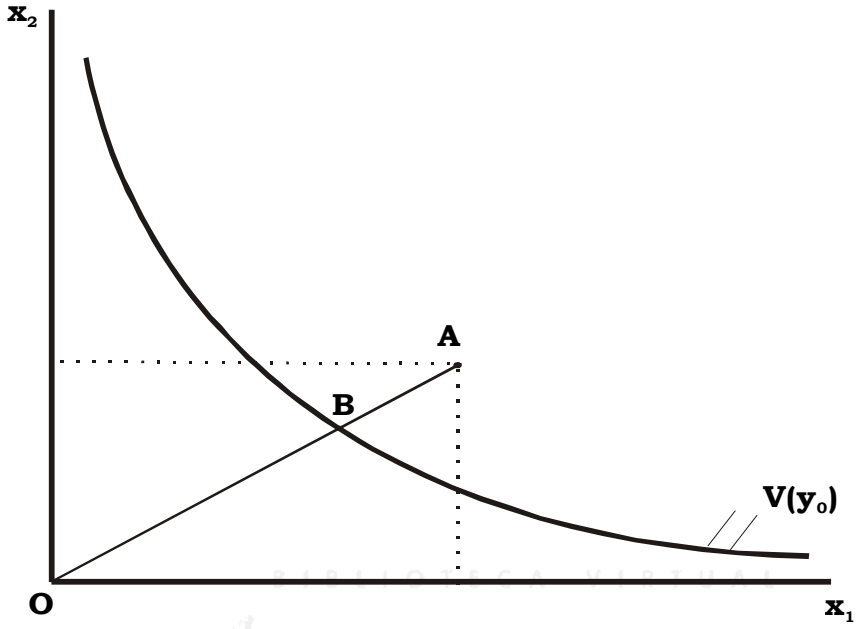
Para que el análisis gráfico sea más sencillo, supongamos que únicamente se emplean dos factores, x_1 y x_2. En la Gráfica 2.2 la isocuanta delimita el conjunto de cantidades necesarias de factores $V(y_0) = \{x : (x, y_0) \in T\}$, es decir, el conjunto de todas las combinaciones de ambos factores que permiten obtener un nivel de producción y_0, y que estarían representadas por puntos a la derecha de la isocuanta. Ésta es, en definitiva, otra frontera, respecto a la cual se puede medir la eficiencia técnica.

Una empresa como A emplea los factores en mayor cuantía que B, para obtener y_0. Una forma de medir la eficiencia técnica de A sería a través de la siguiente relación:

$$ET_A^i = \frac{OB}{OA} \qquad [2.2.2.1]$$

que muestra la reducción equiproporcional en ambos factores que permitiría seguir obteniendo el mismo nivel de producción.

Se trata de una medida de eficiencia orientada hacia los inputs, y que además tienen un carácter radial, ya que contempla una reducción de todos los factores en la misma proporción. En definitiva, se ajusta a la medida de eficiencia propuesta por Farrell (1957) y Debreu (1951).



Gráfica 2.2: *La isocuanta y eficiencia técnica.*

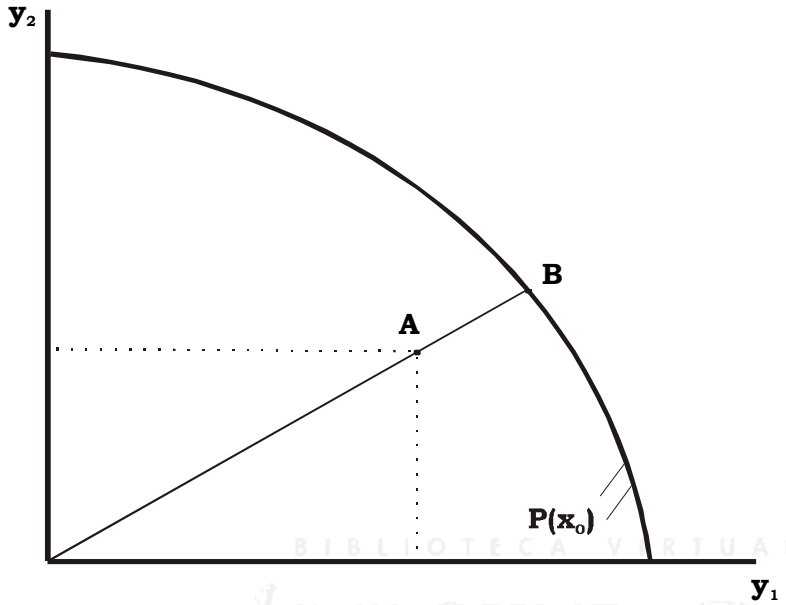
2.2.3. Varios productos y un único factor

Analizamos ahora el caso de un único factor *x,* y un conjunto de productos $y = (y_1 \ldots y_m)'$. De cara a la representación gráfica, consideremos que se obtienen dos productos, y_1 e y_2.

En la Gráfica 2.3 representamos a través de la curva de posibilidades de producción el límite del conjunto de producción factible $P(x_0) = \{y : (x_0, y) \in T\}$, es decir, del conjunto de todas las combinaciones de producciones factibles con una cantidad x_0 de factor.

Una empresa como A, que obtiene una cantidad menor de ambas producciones que B, tendrá un nivel de eficiencia técnica que podremos medir de la siguiente forma:

$$ET_A^o = \frac{OA}{OB} \qquad [2.2.3.1]$$



Gráfica 2.3: *La curva de posibilidades de producción y la eficiencia técnica*

Nuevamente se ha definido una medida radial, que contempla en este caso, la máxima expansión equiproporcional de todos los productos.

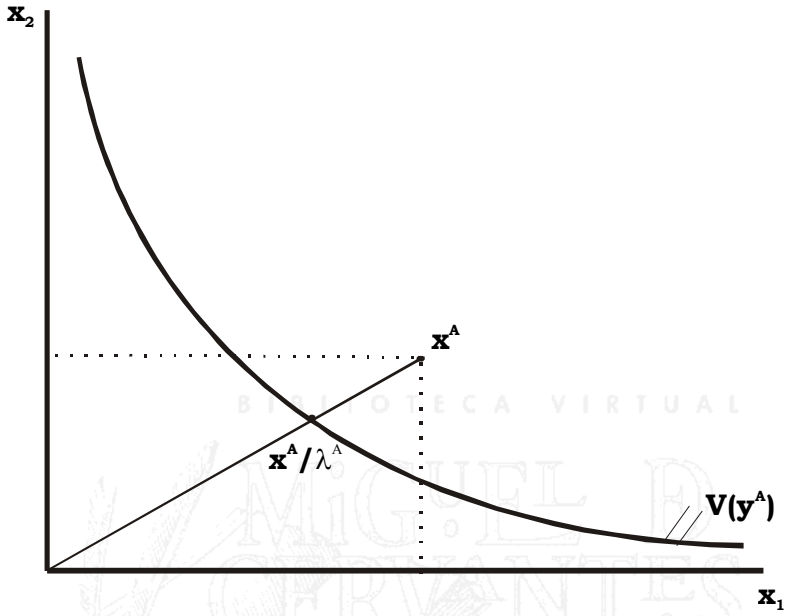
2.2.4. Varios factores y varios productos

Las funciones de distancia desarrolladas por Shephard[4] (1953, 1970) permiten caracterizar una tecnología multiproducto, pero también pueden tener un uso alternativo, y pueden ser empleadas como medidas de eficiencia.

Si consideramos el empleo de un vector de inputs $x = (x_1 \ldots x_n)'$ para obtener un vector de outputs $y = (y_1 \ldots y_m)'$, la función de distancia de inputs $D_i(x,y) = máx\{\lambda : x/\lambda \in V(y)\}$ mide el máximo grado de reducción equiproporcional de todos los inputs (el

[4] Un análisis más detallado de las funciones de distancia y sus propiedades puede encontrarse en Cornes (1992).

máximo valor λ por el que puede dividirse el vector de inputs x) que permitiría seguir obteniendo el vector de outputs actual.



Gráfica 2.4: *Función de distancia de inputs y eficiencia técnica.*

En la Gráfica 2.4 se representa el conjunto de inputs necesarios para producir un vector de outputs y^A, y una empresa, A, que emplea un vector de inputs x^A. La función de distancia para esta empresa toma un valor D(x^A, y^A)= λ^A >1, porque puede utilizar una cantidad menor de inputs, x^A/λ^A, y seguir obteniendo el mismo vector de productos.

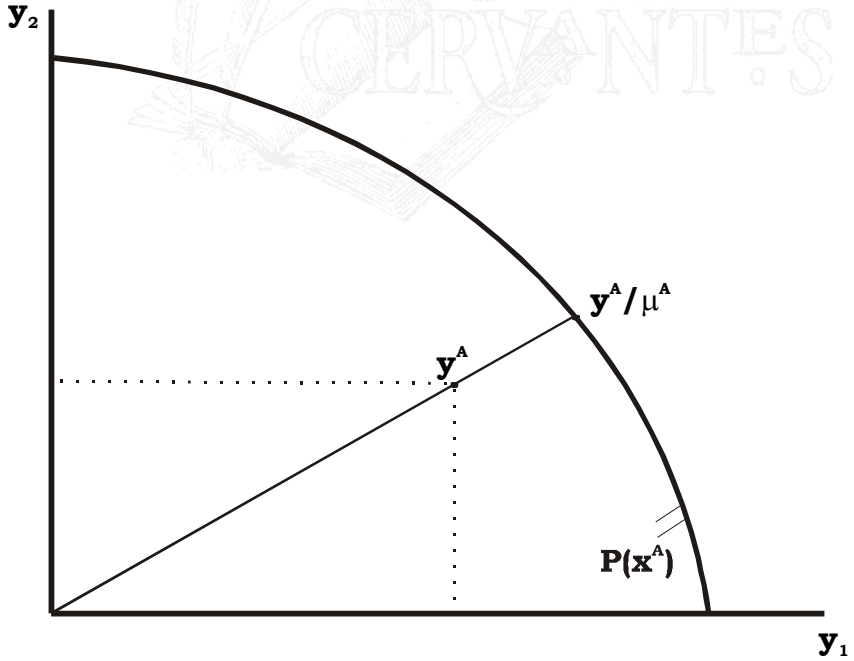
Basándonos en este concepto de función de distancia de inputs, podemos definir una medida de eficiencia técnica orientada hacia los inputs como la siguiente:

$$ET_A^i = 1/D(x^A, y^A) = \frac{x^A/\lambda^A}{x^A} = \frac{1}{\lambda^A} \qquad [2.2.4.1]$$

La medida de eficiencia definida previamente en la sección 2.2.2 puede considerarse un caso particular de la expresión , cuando el vector de outputs está constituido únicamente por un sólo producto.

Alternativamente, la función de distancia de outputs $D_o(x,y) = \min\{\mu : y/\mu \in P(x)\}$ indica el máximo incremento equiproporcional de todos los outputs (el mínimo valor de μ por el que se puede dividir el vector de outputs y) que se puede lograr sin variar el vector de inputs.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES



Gráfica 2.5: *Función de distancia de outputs y eficiencia técnica*

En la Gráfica 2.5 representamos la frontera de posibilidades de producción con el vector de inputs x^A, y la función distancia de la empresa A, que obtiene una combinación de outputs y^A. Su función distancia de outputs adquiere un valor $D_o(x^A, y^A) = \mu^A < 1$, ya que puede expandir su vector de producciones.

Definimos entonces la eficiencia técnica orientada hacia la producción, como sigue:

$$ET_A^o = D(x^A, y^A) = \frac{y^A}{y^A / \mu^A} = \mu^A \qquad [2.2.4.2]$$

Un caso particular de esta medida de eficiencia técnica lo constituye el índice de eficiencia definido en la sección 2.2.3, cuando el vector de inputs únicamente está compuesto por un factor.

2.3. PROPIEDADES DE LOS ÍNDICES DE EFICIENCIA

Todas las medidas de eficiencia definidas en el apartado anterior, tienen una serie de propiedades[5] matemáticas cuya demostración no se va a incluir aquí. De entre ellas nos interesa destacar las siguientes:

(i) $0 \leq ET^i \leq 1$ y $0 \leq ET^o \leq 1$.

Su valor está acotado entre cero y uno. Es decir, el valor uno se alcanza cuando existe eficiencia técnica y el valor cero implica ineficiencia absoluta.

(ii) ET^o es homogénea de grado +1 en outputs, mientras que ET^i es homogénea de grado -1 en inputs. Esto se

[5] Sobre este aspecto puede consultarse los manuales de Färe, Grosskopf y Lovell (1985 y 1994), donde se demuestran formalmente las distintas propiedades.

puede ver de la siguiente forma: Si, por ejemplo, se reduce a la mitad la cantidad que obtiene una empresa de cada uno de los productos, sin que varíe la cantidad empleada de inputs, ET^o también se reducirá a la mitad. Por otro lado, si la cantidad empleada por una empresa de todos los factores se duplica, sin que varíe el output obtenido, ET^i se reducirá a la mitad.

(iii) Invarianza. ET^o y ET^i son invariantes ante cambios en las unidades de medida de los factores y de los productos.

BIBLIOTECA VIRTUAL

Estas propiedades resultan muy útiles a la hora de emplear los índices en la práctica. En primer lugar, como adquieren valores entre cero y uno, usualmente se expresa la eficiencia como un porcentaje. En el caso de ET^o, dicho porcentaje explica la proporción que representan las cantidades obtenidas de productos respecto de las que se podrían conseguir, sin aumentar la cantidad empleada de factores. Por otra parte, ET^i refleja la proporción de los niveles actuales de inputs que sería necesaria para seguir obteniendo una producción similar con eficiencia técnica.

Al estar definidos en reducciones o aumentos equiproporcionales, los cambios en las unidades de medida de los factores y los productos no afectan al índice de eficiencia resultante. Esta es una propiedad especialmente interesante a la hora de comparar resultados de distintos trabajos empíricos, que pueden haber sido definidos sobre distintas unidades de medida.

Otra propiedad adicional de estas medidas es que ET^i es no decreciente en y, y ET^o es no creciente en x.

Merece la pena destacar por último, que si medimos la eficiencia de una empresa alternativamente hacia los inputs, y hacia los outputs, las dos medidas de eficiencia encontradas, con carácter general no coincidirán. Únicamente si la empresa resulta eficiente, ambas alcanzarán un valor uno, $ET^i = ET^o = 1$.

Se puede demostrar que cuando la función de producción presenta rendimientos decrecientes, $ET^i \leq ET^o$, mientras que cuando existen rendimientos crecientes, $ET^i \geq ET^o$. Únicamente cuando la función de producción presenta rendimientos constantes, ambas medidas coinciden.

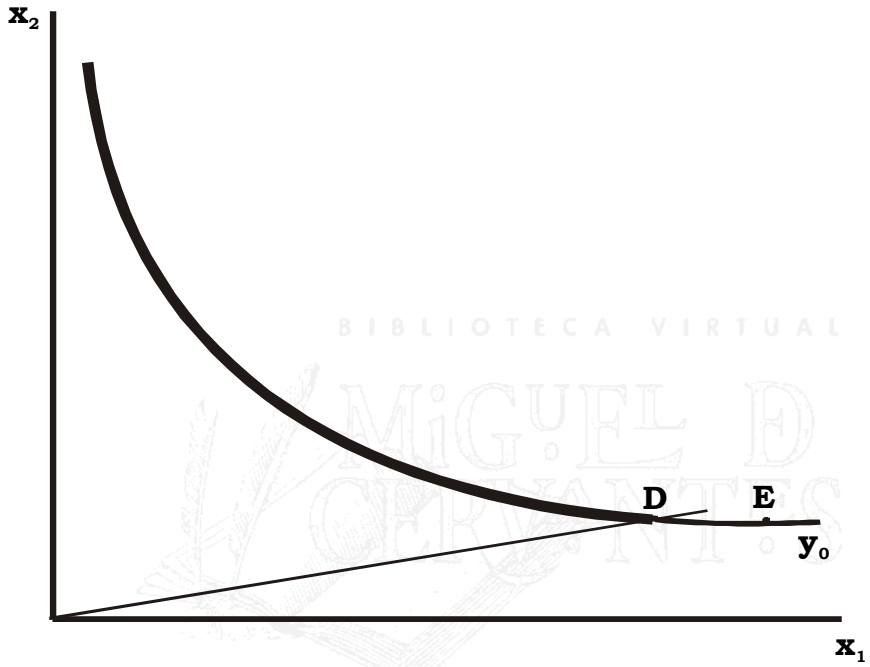
BIBLIOTECA VIRTUAL

2.4. MEDIDAS ALTERNATIVAS

Las medidas de eficiencia analizadas en el apartado 2.2 presentan el siguiente problema: cuando una empresa realiza un consumo excesivo de solamente algunos de los factores, o consigue un nivel reducido de producción únicamente en algunos outputs, la ineficiencia técnica resultante no es captada por estas medidas. Nos encontraríamos con situaciones que no responden al concepto de eficiencia técnica en el sentido de Koopmans (1951), aunque estas medidas ofrecerían como resultado un nivel de eficiencia técnica igual a uno. Esto es debido a su definición con un carácter radial (reducción/aumento equiproporcional de los inputs/outputs).

Consideremos el caso en que la isocuanta no presenta siempre pendiente negativa. Esto ocurre cuando el producto marginal de alguno de los factores se hace cero, o pasa a ser negativo, en cuyo caso la isocuanta podría presentar una pendiente positiva. Una situación de este tipo es la representada en la Gráfica 2.6, donde la isocuanta se hace horizontal cuando la productividad marginal de x_1 pasa a ser cero. Esto hace que solamente un

subconjunto de los puntos representados por la isocuanta sea eficiente técnicamente: el de aquellos puntos situados en el tramo decreciente.



Gráfica 2.6: *La isocuanta y el subconjunto eficiente*

La empresa E se encuentra en el tramo no eficiente. Obtiene la misma producción que D, y_0, pero emplea con mayor intensidad el factor x_1. Sin embargo, no sería posible una reducción equiproporcional en todos los factores que le permitiera seguir obteniendo el mismo nivel de producción. Por eso el índice de eficiencia que se ha definido, de carácter radial, $ET_E^{\ i} = OE/OE$, arrojaría para la empresa E como resultado, el valor uno.

De forma similar, puede ocurrir que la curva de posibilidades de producción no sea decreciente en algún tramo, si la productividad marginal del factor se hace cero o negativa en la producción de

alguno de los bienes, y la frontera de posibilidades de producción adquiere pendiente positiva. Entonces también ocurriría que únicamente un subconjunto de la curva de posibilidades de producción sería eficiente, y que por lo tanto, un índice de eficiencia como el definido en el apartado 2.2.3 dejaría sin identificar posibles casos de ineficiencia.

La existencia de estos casos, ha inducido el desarrollo de alguna medida alternativa de eficiencia técnica, que no se defina en términos de reducción equiproporcional de todos los factores, o aumento equiproporcional de todos los productos, sino como la mínima distancia hacia el subconjunto eficiente de la frontera. Con este tipo de medidas se identifican todas las posibles situaciones de ineficiencia técnica, y proporcionarían un resultado distinto de uno para las situaciones similares a la que presenta la empresa E. Un análisis de estas medidas no radiales, entre las que sin duda la más conocida es el denominado índice de Russell[6], propuesto por Färe y Lovell (1978), puede encontrarse en Färe, Grosskopf y Lovell (1984).

La gran limitación de estas medidas alternativas radica en que por su definición, al no contemplar cambios en la misma proporción de todos los factores o todos los productos, resultan dependientes de las unidades de medida. Por ello, en la literatura empírica, el uso de este tipo de medidas no se ha extendido, ya que la invarianza resulta una propiedad básica para cualquier medida de eficiencia.

[6] El índice de Russel de eficiencia técnica orientado hacia los inputs, podría definirse sobre la Gráfica 2.6 para la empresa representada por E como el $\min\{(\lambda_1 + \lambda_2)/2\}$ tal que $\left(\lambda_1 x_1^E, \lambda_2 x_2^E\right)$ pertenezca al subconjunto eficiente de la isocuanta. Siendo λ_1 y λ_2 dos parámetros cuyo valor está entre cero y uno.

3. EFICIENCIA ECONOMICA

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

3.1. INTRODUCCIÓN

Cuando se considera un determinado objetivo económico que la empresa busca cumplir, la eficiencia está determinada por el nivel de cumplimiento de dicho objetivo.

Si una empresa intenta minimizar el coste de producción, hablamos de eficiencia en costes, y para ello es necesario que exista eficiencia técnica, en el sentido descrito anteriormente. Pero además, se requiere que los factores productivos se combinen de la forma que resulte más barata: a eso lo llamamos eficiencia asignativa de los factores.

Si el objetivo es maximizar el ingreso (a partir de unas cantidades dadas de factor), es preciso que haya eficiencia técnica y además se requiere que los productos sean obtenidos en las proporciones que permitan mayores ingresos, a lo que denominamos eficiencia asignativa en las producciones.

Por último, si la empresa maximiza los beneficios, en ese caso deberá ser eficiente técnica y asignativamente en las producciones y

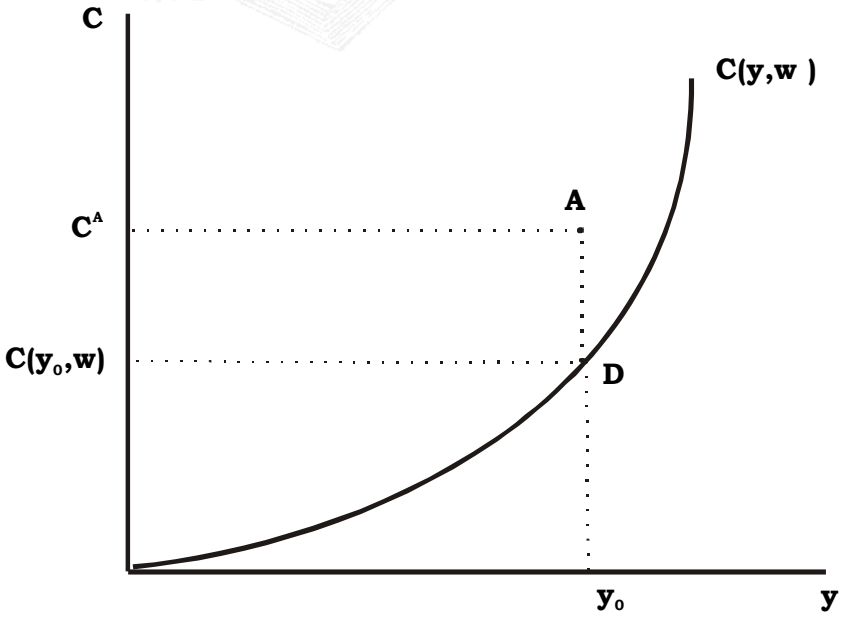
los factores; y además, deberá producir con el tamaño de planta económicamente más adecuado.

Todos estos aspectos se analizan en los apartados siguientes.

3.2. EFICIENCIA EN COSTES

La función de costes $C(y,w)$, indica el menor coste con que las empresas pueden conseguir cada nivel de producción, y, dada una tecnología, y dados unos precios $w=(w_1,...w_n)'$ de los factores productivos $x=(x_1...x_n)'$.

En la Gráfica 3.1 se representa esta función en el caso en que únicamente se produce un bien y. La función de costes es una nueva frontera, y las empresas que muestren un comportamiento ineficiente vendrán representadas por puntos situados por encima de la misma, ya que el coste de su producción será más alto.



Gráfica 3.1: *La función de costes y la eficiencia en costes.*

Una situación de este tipo es la representada por la empresa A, que produce una cantidad y_0, igual que D, pero con un coste superior, $C^A = w' x^A$. Podemos definir una medida del grado de eficiencia en costes de A, a través del cociente entre el coste con que produce, y el mínimo con que se puede obtener su producción, que viene señalado por la frontera de costes:

$$EC_A = \frac{C(y_0, w)}{C^A} \qquad [3.2.1]$$

Una medida como ésta, con carácter general, presenta las siguientes propiedades:

(i) $0 < EC \leq 1$. Toma el valor máximo cuando el coste efectivo coincide con el coste mínimo, es decir, el valor de la función.

(ii) EC es homogénea de grado -1 en los factores. Si se duplica el uso de los factores, el coste efectivo se duplica, y el cociente se reduce a la mitad.

(iii) EC es homogénea de grado cero en los precios de los factores. Si el precio de todos ellos se dobla, tanto el coste efectivo como el valor de la función de costes se duplica, y el índice no se altera. Por lo tanto, esta medida no depende de los precios absolutos sino de los precios relativos, que determinan la combinación óptima.

(iv) EC es no decreciente en la producción, ya que la función de costes es no decreciente en y.

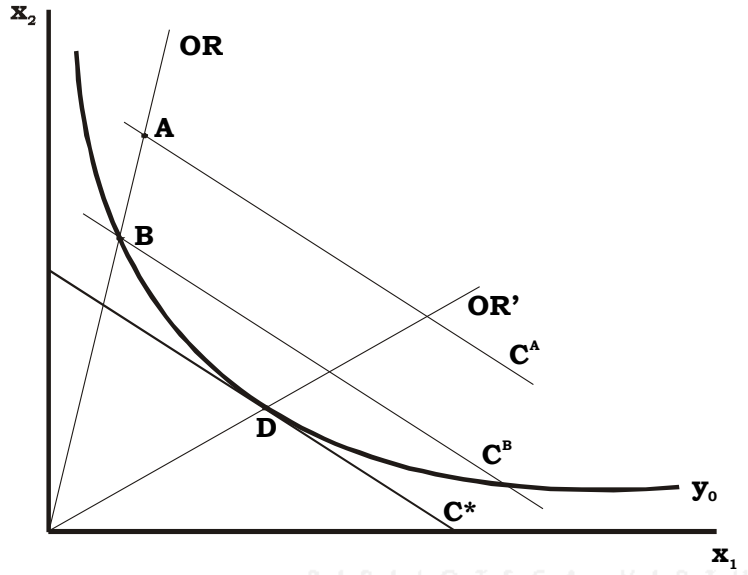
Para que una empresa minimice los costes, es necesario que se cumplan dos condiciones: por un lado, los factores deben ser completamente aprovechados, de forma que la cantidad empleada de los mismos sea la menor posible, de acuerdo con el proceso

productivo elegido; por otro lado, los factores productivos deben combinarse en las proporciones que aconsejen sus precios, para producir de la forma más barata; es decir, debe elegir el proceso productivo más adecuado. Si se cumple la primera condición, la empresa estará produciendo con eficiencia técnica, como se analizó en el Capítulo 2. Si se cumple la segunda, diremos que hay eficiencia asignativa, y como resultado de ambas, la empresa es eficiente en costes.

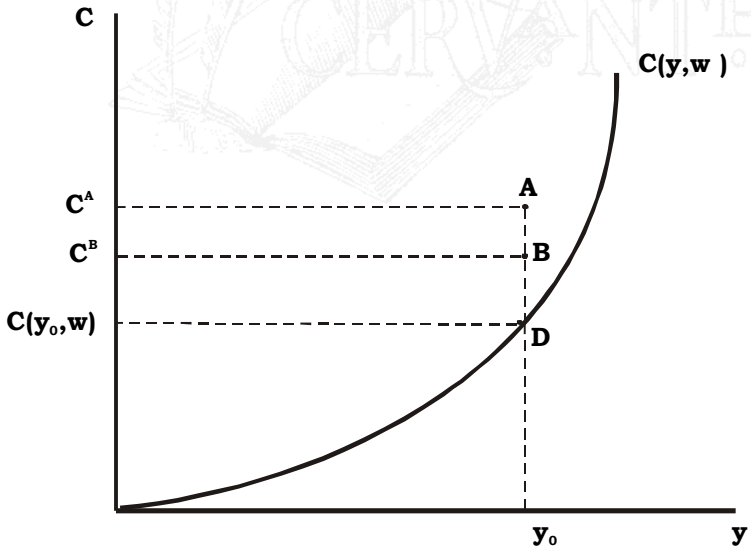
Por lo tanto, volviendo al caso de la empresa A, en la Gráfica 3.1, si sus costes son superiores al nivel que determina la frontera, será debido al incumplimiento de alguna de las dos condiciones anteriores, o a ambas. Podemos analizarlo, suponiendo que únicamente se emplean dos factores x_1 y x_2, cuyos precios son w_1 y w_2, y representando, como se hace en la Gráfica 3.2, la curva isocuanta asociada al nivel de producción y_0.

La recta C^A es la isocoste asociada al gasto que realiza A para producir y_0, cuya pendiente viene determinada por el cociente de los precios de los factores. El coste con que produce la empresa B, representado por la isocoste C^B es inferior, aunque la producción obtenida es la misma y los factores son empleados en las mismas proporciones, las que señala el radio-vector *OR*. Por lo tanto, A produce con un coste mayor que B porque emplea los factores en mayor cantidad, así que podemos medir su eficiencia técnica, como el porcentaje de su coste efectivo, con el que se podría obtener la misma producción, reduciendo equiproporcionalmente el empleo de los factores:

$$ET_A^i = \frac{C^B}{C^A} \qquad [3.2.2]$$



Gráfica 3.2: *Descomposición de la eficiencia en costes*



Gráfica 3.3: *Eficiencia técnica y asignativa y la función de costes*

De esta forma se ha construido un índice de eficiencia técnica orientado hacia los inputs, y equivalente al definido anteriormente en el Apartado 2.2.2.

De entre todas las combinaciones de factores que permiten conseguir el nivel de producción y_0 con eficiencia técnica, y que vienen representadas por lo tanto en la isocuanta, la que supone un coste menor es la representada por D, donde la isocuanta es tangente a la recta isocoste. La combinación de factores empleada en D y que viene marcada por el radio-vector *OR'*, es por lo tanto la que permite conseguir la eficiencia asignativa.

El empleo de una combinación distinta de la óptima, como OR, genera un incremento del coste desde C^* a C^B. Por lo tanto, se puede definir la eficiencia asignativa de A por medio de la siguiente expresión:

$$EA_A^i = \frac{C^*}{C^B} \qquad [3.2.3]$$

Las propiedades con carácter general de una medida como esta, son:

(i) $0 < EA^i \leq 1$. Toma el valor máximo cuando la combinación de factores es la óptima, como ocurriría en D.

(ii) EA^i es homogénea de grado cero en los factores. Si se dobla la cantidad empleada de todos ellos el valor de la función de costes se doblará, y el coste de producir con eficiencia técnica empleando la combinación errónea también; el cociente entonces no varía. La eficiencia asignativa por lo tanto, no depende de la cantidad

empleada de los factores sino de las proporciones en que se utilizan.

(iii) EA^i es homogénea de grado cero en los precios de los factores. Si estos se duplican, los dos términos de la expresión también lo hacen, y el cociente no varía. La eficiencia asignativa no depende por lo tanto de los precios absolutos, sino de los precios relativos.

Finalmente, la eficiencia en costes medida en es el producto de estas dos últimas medidas, de la eficiencia técnica y asignativa:

$$EC_A = ET_A^i EA_A^i = \frac{C^B}{C^A}\frac{C^*}{C^B} = \frac{C^*}{C^A} \qquad [3.2.4]$$

La Gráfica 3.2 es el reflejo del análisis anterior tomando como referencia la función de costes. D representa el mínimo coste con que es posible producir y_o, y es por lo tanto un punto de la frontera de costes. Siendo x^D la combinación de factores empleada, entonces el coste correspondiente a D es $C^* = w' x^D = C(y_0, w)$. La empresa A, que utiliza una combinación distinta de factores, x^A, viene representada por un punto superior a la frontera, equivalente a un coste $C^A = w' x^A$. Entre ambos se encuentra B, con un coste $C^B = w' x^B$, siendo la combinación de factores empleados por esta empresa una fracción de la empleada por A, $x^B = x^A/\rho$ (con $\rho > 1$), y marcando por tanto la separación en el incremento del coste total que afronta A, la parte que se debe a ineficiencia técnica y a ineficiencia asignativa.

Por último, la ineficiencia en costes, IC_A^i, se puede definir como la inversa de la eficiencia , y a su vez será el producto de la ineficiencia técnica, IT_A^i, por la ineficiencia asignativa, IA_A^i:

$$IC_A = IT_A^i \; IA_A^o = \frac{C^A}{C^B}\frac{C^B}{C^*} = \frac{C^A}{C^*} \qquad [3.2.5]$$

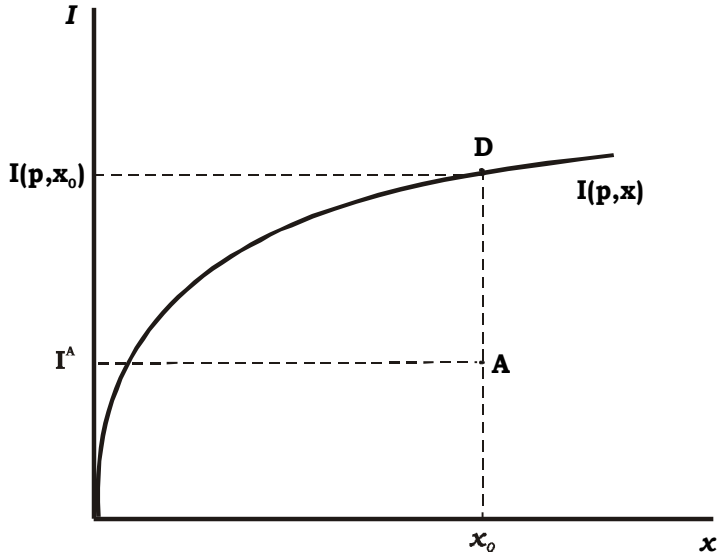
3.3. EFICIENCIA EN EL INGRESO.

La función de ingreso $I(x, p)$ representa el máximo ingreso que es posible conseguir a partir de los factores $x = (x_1 \ldots x_n)'$, teniendo en cuenta los precios $p = (p_1 \ldots p_m)'$ a los que se venden los productos obtenidos $y = (y_1 \ldots y_m)'$.

Esta función viene representada en Gráfica 3.4, para el caso en que únicamente se emplea un factor, *x*. La frontera delimita ahora una zona situada por debajo de la misma en la cual quedarían recogidas las situaciones en las que no se consigue el ingreso máximo.

Esto es lo que ocurre con la empresa A, que emplea la misma cantidad de factor, x_0, que D, y sin embargo obtiene un ingreso $I^A = p'y^A$ menor. El grado de eficiencia en el ingreso de A, se mide por lo tanto, como sigue:

$$EI_A = \frac{I^A}{I(x_0, p)} \qquad [3.3.1]$$



Gráfica 3.4: *La función de ingresos y la eficiencia en el ingreso*

Esta medida tiene las siguientes propiedades:

(i) $0 < EI \leq 1$. Toma el valor uno cuando el ingreso alcanzado es el máximo, y coincide con el valor de la función. Esto ocurre en D.

(ii) *EI* es homogénea de grado 1 en los productos. Si una empresa obtiene el doble de todos sus productos, su ingreso efectivo se dobla, y por lo tanto, su nivel de eficiencia también.

(iii) *EI* es homogénea de grado cero en los precios de los productos. Si se duplica el precio de cada uno de ellos, el ingreso efectivo se duplica, y el valor de la función de ingreso también. Por lo tanto el cociente entre ambos permanece constante. En definitiva, no depende de los precios absolutos sino de los precios relativos.

(iv) *EI* es no creciente en el factor. Cuando el uso de este aumenta, la producción no disminuye, y el valor de la función de ingreso por lo tanto tampoco. De esta forma, el cociente no aumenta.

La maximización del ingreso requiere que la producción se lleve a cabo con eficiencia técnica, es decir, que las empresas consigan con los factores empleados la mayor producción alcanzable, pero también es necesario que la combinación final de producciones obtenida sea la que aconsejan los respectivos precios de venta, para poder conseguir los mayores ingresos; en este caso hablamos de eficiencia asignativa en las producciones. El resultado de ambas, es la eficiencia en el ingreso.

BIBLIOTECA VIRTUAL

En la Gráfica 3.5, se analiza más detalladamente la situación de la empresa A, bajo la consideración de que únicamente obtiene dos productos y_1 e y_2, cuyos precios son p_1 y p_2, tomando como referencia la frontera de posibilidades de producción asociada al nivel de factor x_0.

La recta de isoingreso I^A está asociada al ingreso que consigue A, y su pendiente es el cociente de los precios de los productos. Por otro lado, el ingreso que consigue B, superior, viene medido por la recta de isoingreso I^B; ambas empresas obtienen una bandeja final de producción en la que los productos se combinan en la misma proporción, la que viene marcada por el radio-vector OR, sin embargo, el ingreso es inferior para A porque obtiene menor cantidad de los mismos. Así medimos la eficiencia técnica de A, mediante el cociente entre su ingreso actual, y el máximo que podría obtener si aprovechara totalmente x_0, aumentando equiproporcionalmente la cantidad obtenida de los productos.

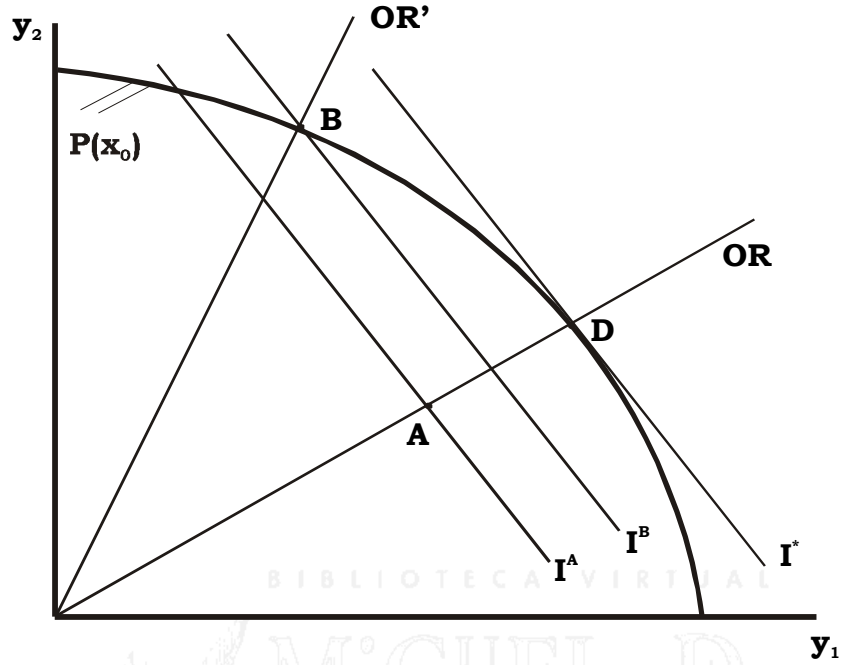
$$ET_A^o = \frac{I^A}{I^B} \qquad [3.3.2]$$

En este caso, resulta un índice de eficiencia técnica orientado hacia los outputs, y equivalente al definido en el apartado 2.2.3.

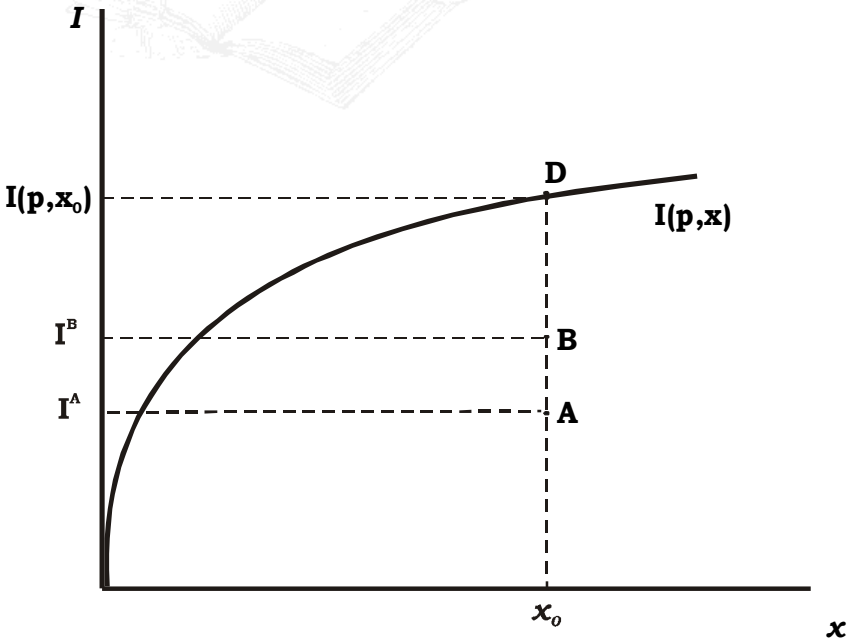
De entre todas las posibles combinaciones de productos que finalmente pueden obtenerse con eficiencia técnica, y que estarán representadas por lo tanto en la curva de posibilidades de producción, la que permite conseguir un ingreso mayor es la representada por D, cuando la relación marginal de transformación coincide con el cociente de los precios de los bienes, es decir la curva de posibilidades de producción resulta tangente a la recta de isoingreso más alejada del origen. La combinación de productos indicada por el radio vector OR' es por lo tanto la que permite conseguir la eficiencia asignativa.

Cuando se obtienen los productos en unas proporciones distintas, como las indicadas por el radio-vector OR, el ingreso se reduce de I^* a I^B; medimos entonces la eficiencia asignativa en los productos de A, a través del cociente entre el ingreso que se consigue con la combinación actual de productos y el que se podría obtener con la mejor combinación, todo ello con eficiencia técnica, de la siguiente forma:

$$EA_A^o = \frac{I^B}{I^*} \qquad [3.3.3]$$



Gráfica 3.5: *Descomposición de la eficiencia en el ingreso.*



Gráfica 3.6: *Eficiencia técnica y asignativa en la función de ingreso*

Las propiedades de esta medida son:

(i) $0 < EA_A^o \leq 1$. Toma el valor uno cuando la combinación de producciones es la óptima.

(ii) EA_A^o es homogénea de grado cero en los productos. Si se duplica la cantidad obtenida de todos, el valor de la función de ingreso se duplica, y también lo hace el ingreso correspondiente a la combinación errónea de productos, cuando se obtienen con eficiencia técnica. El cociente por lo tanto no varía. En definitiva, no depende de las producciones obtenidas sino de las proporciones en que se hace.

(iii) EA_A^o es homogénea de grado cero en los precios de los productos. Si los precios de todos los productos se duplican, los dos términos del cociente se duplican y la medida de eficiencia asignativa no varía. Consecuentemente, no depende de los precios absolutos sino de los precios relativos.

Por último, la eficiencia en el ingreso definida en la expresión resulta ser el producto de estas dos últimas medidas de eficiencia técnica y asignativa:

$$EI_A = ET_A^o \; EA_A^o = \frac{I^A}{I^B} \frac{I}{I^*}^B = \frac{I^A}{I^*} \qquad [3.3.4]$$

Este análisis tiene su correspondiente reflejo en la Gráfica 3.6, tomando como referencia la función de ingreso. El máximo ingreso que es posible conseguir a partir de x_0 viene representado por el punto D, que por lo tanto pertenece a la frontera de ingresos. Si la combinación de productos que se obtiene es y^D, el ingreso

correspondiente es $I^* = p'y^D = I(x_0, p)$. Una empresa como A, que obtiene una combinación distinta de producciones y^A, es un punto interior de la frontera, con un ingreso menor $I^A = p'y^A$. Entre ambos se encuentra B, cuyo ingreso es $I^B = p'y^B$, y la combinación de productos que consigue guarda las mismas proporciones que A, pero en una cuantía mayor $y^B = y^A\vartheta$ (con $\vartheta > 1$), por eso marca la separación en la disminución total del ingreso que sufre A, entre la parte que se debe a ineficiencia técnica y a ineficiencia asignativa.

Aquí también cabe señalar que la ineficiencia en el ingreso, II_A, se puede definir como la inversa de la eficiencia, lo que a su vez implica que será el producto de la ineficiencia técnica, IT_A^o, y la ineficiencia asignativa, IA_A^o:

$$II_A = IT_A^o\ IA_A^o = \frac{I^B}{I^A}\frac{I^*}{I^B} = \frac{I^*}{I^A} \qquad [3.3.5]$$

3.4. EFICIENCIA EN BENEFICIOS.

La consecución del objetivo de maximización de los beneficios requiere que se obtenga el máximo ingreso al mínimo coste, pero, además, es necesario que la empresa adopte el tamaño más adecuado para aprovechar las economías de escala. En definitiva, la eficiencia en el beneficio exige eficiencia en el ingreso, eficiencia en costes y eficiencia de escala. Así que es necesario producir con eficiencia técnica, emplear los factores en las proporciones más idóneas según sus precios, obtener la combinación de productos más adecuada en función de sus precios, y trabajar en la escala óptima que determinan los precios de los factores y los productos.

Un índice de eficiencia en el beneficio puede definirse mediante el cociente entre el beneficio actual y el máximo que señala la función, de esta forma:

$$EB_A = \frac{p' y^A - w' x^A}{\pi(p,w)} \qquad \text{siempre que } \pi(p,w) > 0 \qquad [3.4.1]$$

Aunque la forma de definir un índice general de eficiencia en el beneficio parece clara, el problema surge a la hora de separar los distintos componentes (eficiencia técnica, asignativa en los factores, asignativa en los productos y de escala). Hay que tener en cuenta además, que la eficiencia técnica puede ser medida orientada hacia los productos (recordemos, cuanta producción adicional se podría haber obtenido) o hacia los factores (qué ahorro de los mismos podría haberse producido), y salvo en el caso de rendimientos constantes de escala, el resultado que se obtiene es diferente.

Esta complejidad ha hecho que los estudios de eficiencia en beneficios renuncien[7] frecuentemente a distinguir los distintos componentes de la misma, y se limiten a calcular una medida global de eficiencia como la indicada en la expresión . Por lo general, estos trabajos suelen ignorar el componente de eficiencia de escala, en la medida en que la función de beneficios empleada suele ser una función de corto plazo, es decir, una función del tipo $\pi_{cp}(p,w,K)$, en la que el capital, *K*, deja de ser considerado como factor variable.

Normalmente esta forma de proceder se justifica argumentando que en un entorno competitivo el beneficio en el largo plazo tiende a cero y las empresas que no sean eficientes desaparecerán.

[7] Kumbhakar (1987), Kumbhakar, Biswas y Bailey (1989) y Kalirajan (1990) entre otros, son ejemplos de trabajos en los que se separan los distintos componentes de ineficiencia en los beneficios.

Así, la eficiencia en beneficios de corto plazo se definiría como sigue:

$$EB_{cp} = \frac{p' y^A - w' x^A}{\pi_{cp}(p, w, K)}, \text{ siempre que } \pi_{cp}(p, w, K) > 0 \qquad [3.4.2]$$

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

PARTE II

BIBLIOTECA VIRTUAL
MIGUEL DE CERVANTES

LA ESTIMACIÓN EMPIRICA DE LA EFICIENCIA

4. PROCEDIMIENTOS DE ESTIMACIÓN DE LA EFICIENCIA

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

4.1. INTRODUCCIÓN

Aunque la teoría nos determina claramente cuál es el estándar eficiente con el que comparar la actividad económica que desarrollan las empresas, en la práctica no resulta tan sencillo pues las funciones de comportamiento económico, las fronteras teóricas, resultan desconocidas.

El camino que propuso Farrell (1957), y que desde entonces se ha seguido, consiste en recurrir a las muestras, y a partir de las observaciones disponibles, determinar qué empresas pueden incluirse en la frontera. Dicha frontera tendría que ser entendida en un sentido empírico, no teórico; se le suele denominar la "mejor práctica", y servirá como referencia para calcular los índices de eficiencia del resto de las empresas.

En los trabajos empíricos se emplean mayoritariamente dos tipos de técnicas para obtener la frontera, que analizamos

brevemente a continuación: análisis de envolvimiento de datos y estimación de fronteras estocásticas.

Los dos capítulos siguientes se centran en el estudio de las técnicas econométricas empleadas de forma más frecuente para el estudio de la eficiencia productiva. El capítulo 5 analiza la estimación de la eficiencia técnica a través de fronteras de producción, mientras que el capítulo 6 estudia las fronteras de costes y la estimación de la eficiencia técnica y asignativa.

4.2. EL ANÁLISIS DE ENVOLVIMIENTO DE DATOS

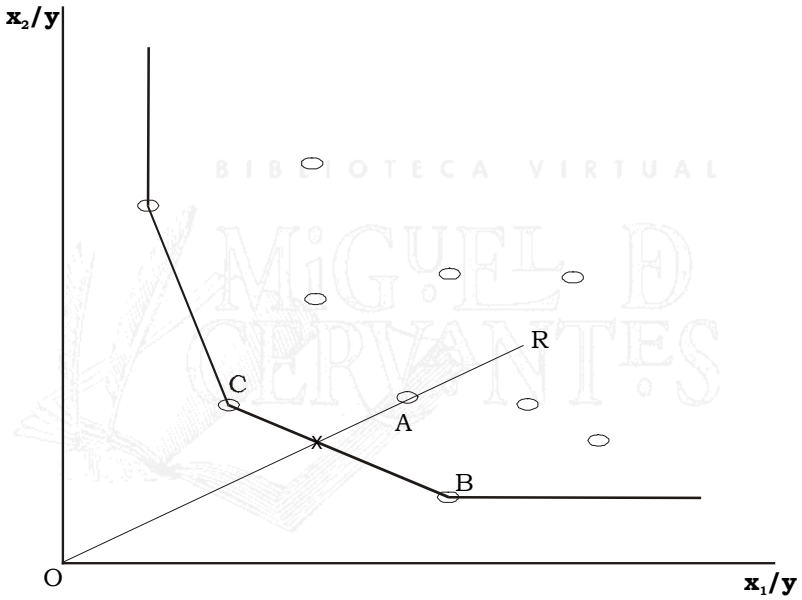
El método que propuso Farrell (1957) para obtener la frontera a partir de las observaciones queda ilustrado para el caso en que se emplean dos factores, x_1 y x_2, en la obtención de un bien y, en la Gráfica 4.1.

Cada empresa está representada por un punto en el cuadrante positivo de una gráfica en cuyos ejes se miden las cantidades de cada factor por unidad de producto que emplean. Farrell propuso construir a partir de dichas observaciones una "isocuanta unitaria"; ésta sería una línea convexa respecto al origen, de tal forma que ninguna observación quedara situada a la izquierda (o por debajo) de ella, tal como muestra la Gráfica 4.1.

Este autor supuso que existía divisibilidad perfecta de los procesos productivos y rendimientos constantes de escala. De este modo, la isocuanta unitaria se puede construir a partir de combinaciones convexas de observaciones pertenecientes a la frontera.

La forma mediante la cual se mide la eficiencia técnica de una empresa cualquiera consiste en compararla con una empresa hipotética que utiliza los factores en la misma proporción. Ésta

empresa hipotética se construye como la media ponderada de dos empresas existentes y pertenecientes a la frontera, en el sentido en que sus inputs y output sean la media ponderada de los correspondientes a dichas empresas. Las ponderaciones se eligen de tal forma que resulte la combinación de factores deseada.



Gráfica 4.1: *La isocuanta unitaria según Farrell*

A modo de ejemplo, las empresas B y C de la gráfica se emplearían para construir la empresa hipotética que permitiría medir la eficiencia de la empresa A. Las ponderaciones se elegirían para que dicha empresa resultara con una combinación de factores OR que es la que emplea la empresa A.

Este análisis de Farrell (1957) fue retomado ocasionalmente en los años posteriores pero el empleo de técnicas de programación matemática para encontrar la frontera no tuvo excesiva repercusión hasta dos décadas después, con la publicación del trabajo de

Charnes, Cooper y Rhodes (1978), que acuñaron por primera vez el término de análisis de envolvimiento de datos (AED).

Con esta denominación se engloba el uso de técnicas de programación matemática para seleccionar, de entre una muestra, aquellas empresas que son eficientes, y a partir de ellas construir una envolvente de las observaciones (de ahí el nombre de la técnica); también se obtiene una medida de eficiencia para cada empresa, comparándola con dicha envolvente. Con ellas es posible analizar el caso más general de múltiples inputs y outputs.

El modelo de Charnes Cooper y Rhodes (1978) analizaba el caso planteado por Farrell (1957) de rendimientos constantes de escala, y permitía encontrar la envolvente convexa y lineal por tramos representada en la Gráfica 4.1. Posteriormente, Banker, Charnes y Cooper (1984) adaptaron la técnica al caso de un modelo de rendimientos variables de escala. Estos dos artículos constituyen el origen a partir del cual se ha producido el desarrollo actual que experimenta el análisis de envolvimiento de datos. Algunas revisiones recientes de este tipo de literatura se pueden encontrar en Lovell (1994), Charnes, Cooper, Lewin y Seiford (1995) y Seiford (1996).

4.3. ESTIMACIÓN DE FRONTERAS ESTOCÁSTICAS

Adicionalmente al procedimiento para encontrar una frontera explicado en la Gráfica 4.1, Farrell (1957) hizo referencia a la posibilidad de estimar econométricamente una función de producción, de modo tal que ninguna observación resultara por encima de ella. Este fue el camino seguido por Aigner y Chu (1968), y más tarde por Aigner Lovell y Schmidt (1977) y Meeusen y van den Broeck (1977). En estos dos últimos trabajos, simultánea aunque independientemente, se desarrolló el concepto de frontera estocástica

que ha dado nombre a la segunda metodología en el estudio de la eficiencia.

En este caso, el método para encontrar la frontera consiste en postular una función de comportamiento eficiente (función de producción, de costes, o de beneficios), a la que se añaden dos perturbaciones: una simétrica, que recoge el ruido aleatorio, y otra sesgada que refleja la ineficiencia. Mediante técnicas econométricas se estiman los parámetros de la frontera, frecuentemente postulando una determinada distribución estadística para cada una de las dos perturbaciones y estimando por máxima verosimilitud. Posteriormente se calcula la eficiencia de cada empresa a partir del valor estimado para la perturbación de carácter sesgado anteriormente mencionada.

La frontera que se obtiene con este método, a diferencia de lo que ocurre con el empleo del análisis de envolvimiento de datos, tiene un carácter paramétrico, en cuanto se postula una forma funcional específica que explica el comportamiento eficiente de las empresas. La estimación proporciona unos índices de eficiencia con propiedades estadísticas, lo que permite plantear contrastes de hipótesis sobre los resultados.

Con el análisis de envolvimiento de datos, por el contrario, se obtiene una frontera no paramétrica, en cuanto que no se postula una forma funcional; únicamente se encuentra un conjunto de empresas eficientes a partir de las cuales, mediante combinaciones lineales, se obtiene la envolvente. Esto representa una ventaja aparente en el caso del AED por la mayor flexibilidad del método[8], pero el inconveniente fundamental consiste en la falta de propiedades estadísticas de los resultados obtenidos con la programación matemática.

[8] El imponer una forma funcional y disponer de una expresión matemática para la frontera, permite trabajar más fácilmente con ella, pero introduce una cierta rigidez sobre los datos, que deben ajustarse a esa función.

Por otro lado, la estimación de fronteras estocásticas distingue entre las dos fuentes posibles de desviaciones respecto a la frontera: ineficiencia y error aleatorio. El AED, sin embargo, proporciona una frontera determinista, ya que toda la desviación de la frontera se atribuye a ineficiencia, y en ningún caso a error aleatorio. Precisamente por esta razón, el análisis de envolvimiento de datos resulta muy sensible a la presencia entre la muestra de valores anómalos, los denominados *outliers*, que pueden influir en los índices de eficiencia finalmente encontrados.

La estimación de fronteras estocásticas presenta un inconveniente que consiste en la sensibilidad que ofrecen los resultados a la especificación de distintas distribuciones estadísticas para el término de ineficiencia. Sin embargo, los estudios comparativos realizados resultan tranquilizadores en cierta medida, ya que los rankings de eficiencia obtenidos con diferentes especificaciones y distintos métodos de estimación, suelen presentar un alto grado de correlación estadística.

En definitiva no existen argumentos concluyentes en favor de un método u otro y finalmente, la elección entre ambos suele quedar al criterio y las preferencias del investigador. De todas formas, cada vez en mayor medida se reclaman trabajos que apliquen a una misma muestra las dos metodologías simultáneamente. Esto permitiría comparar los resultados de eficiencia obtenidos con ambas técnicas. En cualquier caso, independientemente del método empleado, la eficiencia estimada tiene un carácter relativo, ya que la inclusión de una nueva observación, aunque nunca puede elevar los índices de eficiencia encontrados previamente, sí puede empeorarlos, si la nueva empresa presenta un comportamiento mejor que el resto, y queda incluida en la frontera. La frontera hallada de esta forma siempre tiene un carácter empírico, constituye la mejor práctica encontrada.

5. LA EFICIENCIA TÉCNICA Y LAS FRONTERAS DE PRODUCCIÓN

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

5.1. INTRODUCCIÓN

Las fronteras de producción han sido el instrumento de estudio de la eficiencia más utilizado en los trabajos empíricos que se han llevado a cabo en el ámbito de las fronteras estocásticas. Con ellas, se puede estimar la eficiencia técnica de las empresas, y lo que se obtiene es una medida de eficiencia orientada hacia la producción (qué parte de la producción potencial alcanzan las empresas).

Desde que en 1968 Aigner y Chu estimaron por primera vez una frontera de producción, se han aplicado al campo de la eficiencia distintas técnicas econométricas que han permitido construir modelos cada vez más completos. A continuación se realiza un repaso sobre los métodos más utilizados que nos permiten obtener una medida de eficiencia técnica. Entre otros, analizaremos el uso de paneles de datos que nos permiten conocer cómo evoluciona en el tiempo la eficiencia de cada empresa, y el empleo de modelos que nos

explican cuáles son las características de las empresas que determinan su nivel de eficiencia.

5.2. FRONTERAS DE PRODUCCIÓN DETERMINISTAS

Siguiendo la sugerencia realizada por Farrell (1957), Aigner y Chu (1968) postularon una función de producción a la que añadieron un término de error no positivo, con el que pretendían reflejar las decisiones ineficientes de las empresas. De esta forma, garantizaron que ninguna observación se situara por encima de la frontera.

No se trataba por lo tanto del error aleatorio típico de los modelos econométricos, y con esto, Aigner y Chu abandonaban el recurso, habitual hasta entonces en el estudio de las funciones de producción, a la técnica de mínimos cuadrados. Este tipo de estimación, al considerar una perturbación con media cero, permitía obtener únicamente lo que podría considerarse el comportamiento medio de las empresas estudiadas, pero en ningún caso el comportamiento eficiente, es decir, la frontera de producción.

El modelo considerado por Aigner y Chu puede expresarse como sigue:

$$y_i = f(x_i, \beta)e^{-u_i} \quad \text{con } u_i \geq 0 \qquad [5.2.1]$$

donde y_i es la producción de una empresa del conjunto de N empresas, $f(x_i, \beta)$ es la función Cobb-Douglas de producción, $x_i = (x_{1i}, \ldots x_{ni})'$ un vector de inputs, $\beta = (\beta_0 \ldots \beta_n)'$ un vector de parámetros, y u_i una perturbación aleatoria que se considera no negativa, resultado de las decisiones ineficientes de la empresa.

En términos logarítmicos quedaría:

$$\begin{aligned} \ln y_i &= \ln f(x_i, \beta) - u_i \\ &= \beta_0 + \sum_{j=1}^{n} \beta_j \ln x_{ji} - u_i \qquad \text{con } u_i \geq 0 \end{aligned} \qquad [5.2.2]$$

Esta frontera de producción permite estudiar la eficiencia técnica, que se mide mediante la expresión:

$$ET_i = \frac{y_i}{f(x_i, \beta)} = \frac{f(x_i, \beta) e^{-u_i}}{f(x_i, \beta)} = e^{-u_i} \qquad [5.2.3]$$

ET_i es una medida que viene orientada hacia el output, y mide la proporción que representa la producción actual con respecto a la que se obtendría si la empresa utilizara sus recursos con eficiencia técnica.

Aigner y Chu estimaron los parámetros de la función de producción utilizando dos procedimientos alternativos: el primero seguía una técnica de programación lineal y el segundo una técnica de programación cuadrática.

En el caso de la programación lineal se plantea el siguiente programa:

$$\begin{aligned} &min \sum_i |u_i| \\ &s.a. \left(\beta_0 + \sum_j \beta_j \ln x_{ij} \right) \geq \ln y_i \qquad i = 1 \ldots N \end{aligned} \qquad [5.2.4]$$

en el que se minimiza la suma del valor absoluto de los u_i bajo la restricción aludida de no negatividad de los mismos.

En el caso de la programación cuadrática, se plantea un programa similar, en el que se minimiza la suma de los cuadrados de los u_i bajo la misma restricción. Sería el siguiente:

$$\begin{aligned} &min \sum_i u_i^2 \\ &s.a. \left(\beta_0 + \sum_j \beta_j \ln x_{ij} \right) \geq \ln y_i \qquad i = 1...N \end{aligned} \qquad [5.2.5]$$

La frontera así obtenida se puede calificar de paramétrica, en cuanto viene recogida mediante una expresión matemática concreta, en función de unos parámetros. Esto representa como ya se ha señalado una ventaja a la hora de trabajar con la frontera y estudiar sus propiedades, aunque como contrapartida, la imposición de una determinada forma funcional, en este caso la función Cobb-Douglas, introduce cierta rigidez.

Por otro lado, también puede ser calificada de determinista, ya que no se especifica de forma diferenciada el ruido aleatorio, y cualquier perturbación que lleve a las empresas fuera de la frontera es interpretada en términos de eficiencia, lo que constituye el principal problema de este tipo de trabajos. Por último, al utilizar técnicas de programación matemática, los valores encontrados para los parámetros carecen de cualquier propiedad estadística, por lo que no son de aplicación contrates de hipótesis ni intervalos de confianza.

En definitiva, presenta todas los inconvenientes de los modelos de análisis de envolvimiento de datos, y además añade la limitación originada por la especificación de una forma funcional, sin aportar ninguna ventaja.

Hay que tener en cuenta, a pesar de ello, que si se establecen ciertos supuestos sobre el modelo presentado en , se pueden obtener estimadores con propiedades estadísticas. Basta considerar que las observaciones de los errores (u_i) son independientes e idénticamente distribuidos, siguiendo una distribución de una sola cola (siempre positiva) y que los regresores (x_i) son exógenos y por tanto

independientes de u_i, para tener un modelo susceptible de ser estimado empleando la técnica econométrica de máxima verosimilitud. Así lo hizo por primera vez Afriat[9] (1972).

De hecho, años más tarde, Schmidt (1976) mostró como los parámetros que obtienen Aigner y Chu coinciden con los estimadores máximo-verosímiles cuando suponemos determinadas distribuciones para los errores del modelo. En el caso de la programación lineal, considerando que los errores siguen una distribución exponencial, cuya función de densidad es:

$$f(u) = \frac{1}{\sigma_u} \exp\left(-\frac{u}{\sigma_u}\right) \qquad [5.2.6]$$

y la función de verosimilitud es:

$$\ln L = -N \ln \sigma_u - \frac{1}{\sigma_u} \sum_i |u_i| \qquad [5.2.7]$$

En el caso de la programación cuadrática, considerando que los errores siguen una distribución seminormal (el valor absoluto de una normal de media cero, o lo que es lo mismo, una normal de media cero truncada en éste para obtener valores positivos). La función de densidad es:

$$f(u) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_u} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_u^2}\right) \qquad [5.2.8]$$

y la función de verosimilitud:

$$\ln L = cte - \frac{N}{2} \ln \sigma_u^2 - \frac{1}{2\sigma_u^2} \sum_i u_i^2 \qquad [5.2.9]$$

[9] Este autor supuso que e^{-u} seguía una distribución beta, lo que equivale a considerar que *u* sigue una distribución gamma, según mostró Richmond (1974).

Sin embargo, los estimadores que se obtienen de esta forma, por máxima verosimilitud, no poseen con carácter general las propiedades de consistencia y eficiencia asintótica características de los estimadores máximo-verosímiles que se obtienen en los modelos con una perturbación simétrica. Como Greene (1980a) destacó, por la especial formulación del modelo, en el que $y \leq f(x,\beta)$, el rango de valores de la variable dependiente está limitado por los que adopten los parámetros estimados. Esto afecta a las propiedades de la función de verosimilitud, y para el caso de las distribuciones exponencial y seminormal se violan las condiciones de regularidad[10] que permiten obtener las deseadas propiedades de los estimadores máximo-verosímiles.

A pesar de ello, Greene (1980a) puso de manifiesto que la elección de determinadas distribuciones como gamma, chi-cuadrado o log-normal, podía evitar este problema. Él mismo, empleó una distribución gamma en sus trabajos de 1980a, y 1980b, en los que estima un modelo de frontera como el descrito por la expresión aplicando máxima-verosimilitud.

En definitiva, la estimación de la frontera por máxima verosimilitud está sometida a una cierta aleatoriedad como consecuencia de la elección de una u otra distribución para los residuos. Esta elección está condicionada por el cumplimiento de unas condiciones de carácter estadístico, no exigidas por el modelo de comportamiento económico planteado, sino por el método de estimación.

Estos problemas pueden evitarse empleando para la estimación de la frontera otras técnicas, basadas en la estimación mínimo-cuadrática. Como hemos señalado anteriormente, la

[10] Greene (1980a) obtuvo las condiciones suficientes que debe cumplir la función de densidad de los errores para obtener las propiedades asintóticas de los estimadores máximo-verosímiles: que adopte un valor cero cuando el error es cero, y que sus primeras derivadas parciales con respecto a cada parámetro tiendan a cero, cuando

estimación de una función de producción empleando mínimos cuadrados ordinarios no permite obtener una frontera, sino únicamente el comportamiento medio de las empresas analizadas. De esta forma, se generan residuos tanto positivos como negativos. Sin embargo, los métodos que pasamos a describir a continuación consideran que la frontera puede obtenerse simplemente desplazando hacia arriba, en la cuantía adecuada, la estimación mínimo-cuadrática, de modo tal que las observaciones permanezcan por debajo de la frontera de producción así estimada. Pasamos a analizar a continuación con más detalle estos métodos.

En un comentario sobre el artículo de Farrell (1957), Winstein (1957) propuso encontrar la frontera de producción a través de una estimación en dos etapas. Inicialmente se estima la función de producción por mínimos cuadrados ordinarios, con lo que se obtienen residuos tanto positivos como negativos. Posteriormente se desplaza la función estimada hacia arriba en la cuantía del mayor valor de los errores, de tal forma que, así corregidos, todos los residuos adopten un valor negativo, excepto al menos uno (el/los correspondiente/s a la/s observación/es más eficiente/s), que será igual a cero.

Llamando $\hat{e}_i$ a los errores de la estimación inicial, los errores corregidos se obtienen así:

$$e_i^{'} = \hat{e}_i - \max_i \{\hat{e}_i\} \quad i = 1...N \qquad [5.2.10]$$

y estos serán los utilizados para calcular la eficiencia, mediante la expresión .

A este método se le ha denominado mínimos cuadrados ordinarios corregidos[11] (MCOC). Presenta la ventaja de la sencillez en

el error alcanza valores que se acercan a cero.

[11] En inglés COLS.

el cálculo, y no requiere establecer supuestos sobre la distribución de los errores. Gabrielson (1975) y Greene (1980a) demostraron que los estimadores así obtenidos son consistentes, aunque en el caso del término independiente corregido, su distribución es desconocida, por lo cual no es posible hablar de propiedades estadísticas de los índices de eficiencia calculados.

Otra posibilidad, en el mismo sentido, es la planteada por Afriat (1972) y Richmond (1974), que ha recibido el nombre de mínimos cuadrados ordinarios modificados[12] (MCOM) y que consiste en lo siguiente:

Se transforma la expresión , sumando y restando la media de los errores, μ , con lo que resultaría lo siguiente:

$$\ln y_i = [\beta_0 - \mu] + \sum_{j=1}^{n} \beta_j x_{ji} - [u_i - \mu], \text{ con } u_i \geq 0 . \qquad [5.2.11]$$

Renombrando los términos entre corchetes quedaría:

$$\ln y_i = \beta_0^* + \sum_{j=1}^{n} \beta_j x_{ji} - u_i^* \qquad [5.2.12]$$

donde la nueva perturbación $u_i^* = u_i - \mu$ posee media cero. Este nuevo modelo puede ser estimado por mínimos cuadrados ordinarios, y de esta forma se obtendrían estimadores consistentes de los β_j y del término independiente corregido $\beta_0^* = \beta_0 - \mu$.

Pero para poder separar el término independiente del modelo original, β_0 , es necesario encontrar un estimador de μ . Para encontrarlo hay que hacer algún supuesto acerca de la distribución

[12] En ingles MOLS.

que siguen los errores iniciales (los u_i), y emplear las expresiones que adoptan sus momentos centrados de segundo y/o tercer orden.

Veámoslo detalladamente con un ejemplo. Consideremos que el término de ineficiencia se distribuye según una seminormal, de media cero y varianza σ_u^2, $N^+(0,\sigma_u^2)$.

La esperanza de esta distribución tiene la siguiente expresión[13]:

$$\mu = \frac{2\sigma_u^2}{\sqrt{2\pi}} \qquad [5.2.13]$$

que depende de la varianza σ_u^2. Para encontrar un estimador de μ, hay que disponer previamente de un estimador de la varianza. Para encontrarlo, acudimos a los momentos de orden superior de los errores. En el caso de una distribución seminormal, el momento centrado de orden dos es el siguiente:

$$m_2 = \frac{\pi - 2}{\pi}\sigma_u^2 \qquad [5.2.14]$$

Este momento se calcula con los errores de la estimación de la expresión , y a partir de ahí, el estimador que se obtendría de σ_u^2, despejando en , sería:

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\pi}{\pi - 2} m_2 \qquad [5.2.15]$$

Sustituyendo en , el estimador de la esperanza resultaría:

$$\hat{\mu} = \frac{2\hat{\sigma}_u^2}{\sqrt{2\pi}} \qquad [5.2.16]$$

[13] Donde π es la constante numérica.

Con este estimador se obtiene el término independiente de la siguiente forma:

$$\beta_0 = \beta_0^* + \mu = \beta_0^* + \frac{2\sigma_u^2}{\sqrt{2\pi}} \qquad [5.2.17]$$

Considerando que $e_i = -[u_i - \mu]$, los errores del modelo inicial de la expresión se obtendrían como sigue:

$$-\hat{u}_i = e_i - \hat{\mu}\,.$$

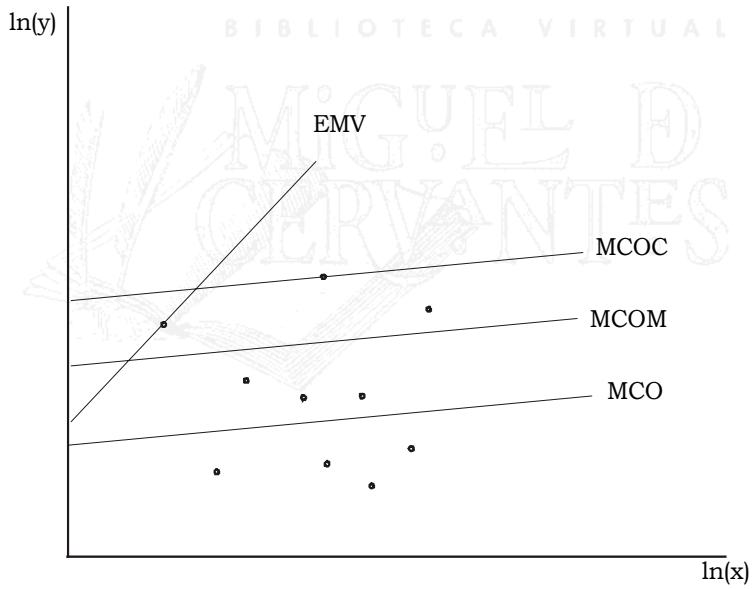
Estos serán empleados en el cálculo de la eficiencia técnica según se describe en .

El problema de la estimación según el método de mínimos cuadrados modificados es doble. Por un lado, igual que ocurre empleando máxima-verosimilitud, la elección de una u otra distribución para la perturbación u_i nos lleva a distintos resultados a la hora de cuantificar la eficiencia. Por otro, el método no garantiza que todos los errores sean finalmente negativos, es decir, no todas las observaciones resultan por debajo de la frontera, pudiendo entonces obtener para éstas una medida de eficiencia con un valor incoherente: superior a uno. Además, si suponemos una distribución para los términos de error, resulta más eficiente emplear esa información desde el principio, en la estimación de todos los parámetros y no solo del término independiente. Esto es lo que hace el método máximo-verosímil.

Estos problemas no los presenta la técnica de mínimos cuadrados corregidos, pero ambas comparten un origen común que es la estimación mínimo-cuadrática, la cual nos proporciona unos parámetros de la frontera medios. Es muy probable, sin embargo, que las empresas más eficientes, y por lo tanto, que se encuentran en la frontera, lo sean por emplear la tecnología de forma diferente a

la media: aprovechando economías de escala, o posibilidades de sustitución distintas. Esto haría que los parámetros de la frontera fueran diferentes a los que resultan del comportamiento medio de las empresas, y esa posibilidad solamente la contempla la técnica de máxima verosimilitud.

Si representáramos conjuntamente las distintas estimaciones a las que nos llevarían los métodos comentados, obtendríamos algo semejante a lo recogido en la Gráfica 5.1.



Gráfica 5.1: *Fronteras deterministas según distintos métodos de estimación.*

A pesar de todo, su propio carácter determinista, esto es, el hecho de que cualquier desviación respecto a la función sea atribuida inexcusablemente a ineficiencia, ha relegado este tipo de fronteras, en favor de las fronteras estocásticas, que estudiaremos a continuación.

5.3. FRONTERAS DE PRODUCCIÓN ESTOCÁSTICAS

Cuando se representa el proceso productivo de una empresa a través de una función de producción, habitualmente se le añade una perturbación aleatoria. Con ella se pretende recoger factores diversos que se resumen en lo que denominamos aleatoriedad. Estos factores hacen referencia a varias cuestiones como errores de medida a la hora de cuantificar las variables, variables omitidas en la especificación funcional que por sí solas no tienen una influencia importante pero sí de forma conjunta, y por último, elementos fuera del control de la empresa, que pueden hacer que circunstancialmente ésta obtenga mejores o peores resultados de los esperados.

BIBLIOTECA VIRTUAL

Todos estos aspectos hacen que finalmente la frontera de producción tenga un carácter aleatorio. Es decir, aun cuando una empresa lleve a cabo el proceso productivo de forma eficiente, hay factores que no están bajo su control y que pueden hacer que el nivel de producción obtenido varíe. Este efecto puede producirse tanto en sentido positivo como negativo.

A modo de ejemplo, un mal funcionamiento inesperado de la instalación de capital, un régimen de lluvias beneficioso, una acumulación fortuita de bajas laborales por enfermedad, etc. pueden hacer que el resultado de la empresa varíe, independientemente de su grado de eficiencia. Parece aconsejable entonces, que todos estos aspectos se recojan en una perturbación aleatoria, v_i, que puede adoptar un valor tanto positivo como negativo, reflejando influencias favorables o adversas, y que sigue por lo tanto una distribución de dos colas.

Por otro lado, y como se ha analizado en el apartado 5.2, decisiones tomadas por las empresas y que repercuten en una mala gestión de los recursos, pueden hacer que la producción obtenida resulte inferior a la que señala la frontera. En este caso hablamos de

ineficiencia, y su efecto se produce en una única dirección respecto a la frontera de producción. Esto se recoge en otra perturbación, u_i, que presenta un carácter sesgado, como ya se ha analizado previamente.

Esto es lo que proponen los modelos de frontera estocástica, o también llamados de error compuesto; en definitiva, que la frontera admite una cierta variabilidad aleatoria entre las distintas empresas, es decir, tiene carácter estocástico y no determinista. Un modelo estocástico de frontera de producción sería el siguiente:

$$y_i = f(x_i, \beta)\, e^{(v_i - u_i)} \qquad [5.3.1]$$

donde la frontera estocástica sería $f(x_i, \beta)\, e^{v_i}$.

El grado de eficiencia técnica vendría medida por la siguiente expresión:

$$ET_i = \frac{f(x_i, \beta)\, e^{(v_i - u_i)}}{f(x_i, \beta)\, e^{v_i}} = e^{-u_i} \qquad [5.3.2]$$

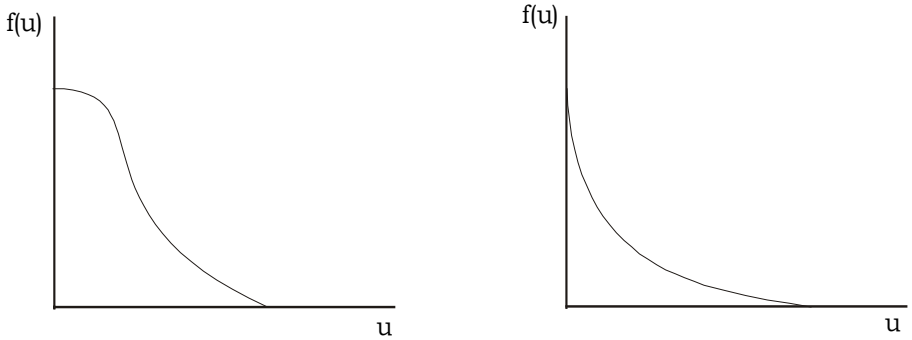
Si continuamos con el ejemplo de la función de producción Cobb-Douglas, el modelo , en términos logarítmicos, sería el siguiente:

$$\ln(y_i) = \beta_0 + \sum_{j=1}^{n} \beta_j \ln(x_{ji}) + v_i - u_i \quad \text{donde } u_i \geq 0 \qquad [5.3.3]$$

siendo $\beta_0 + \sum_{j=1}^{n} \beta_j \ln(x_{ji}) + v_i$ la frontera, mientras que la perturbación u_i recogería la desviación que presenta cada empresa respecto a su propia frontera debido a ineficiencia. Nos encontramos así con un

modelo que presenta, como decíamos, un error compuesto $\varepsilon_i = (v_i - u_i)$.

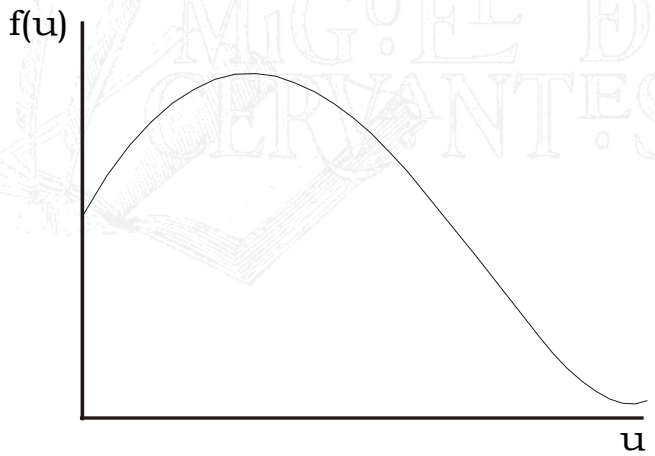
Este tipo de modelos, fue planteado por primera vez y de forma casi simultánea por Aigner, Lovell y Schmidt (1977) y Meeusen y van den Broeck (1977). El sistema de estimación que ellos proponen es el de máxima verosimilitud. Para ello, Aigner et al. (1977) suponen que u_i se distribuye idéntica e independientemente según una seminormal, (es decir, una normal de media cero y truncada en cero para tomar solamente valores positivos), aunque también consideran la posibilidad de una distribución exponencial, que es la que emplean Meeusen y van den Broeck (1977). Por lo que respecta a v_i, suponen que sigue una distribución normal, de media cero, y consideran que ambas son independientes entre sí, y con respecto a los regresores. Obtienen estimadores consistentes y asintóticamente eficientes, ya que con la presencia en el error del término aleatorio, que es simétrico, desaparecen los problemas que presentaba la función de verosimilitud en el caso de las fronteras deterministas.



Gráfica 5.2 : *Funciones de densidad de la distribución seminormal y la exponencial.*

Como muestra la Gráfica 5.2, la distribución seminormal y la exponencial tienen en común que presentan una moda cero, es decir, se supone que la probabilidad de la ineficiencia disminuye a medida que su nivel aumenta, lo cual puede ser razonable. Sin embargo, Stevenson (1980) plantea un modelo más general, empleando una distribución normal cuya media puede ser distinta de cero (su valor puede ser contrastado, posteriormente), truncada para obtener solamente valores positivos, de tal forma que la moda ya no queda forzada a ser cero, como podemos ver en la Gráfica 5.3. Por último, Greene (1980a) sugirió la utilización de una distribución gamma, como una generalización de la distribución exponencial.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES



Gráfica 5.3: *La función de densidad de una distribución normal truncada.*

La elección entre una u otra distribución puede ser facilitada a través de diversos tests, propuestos por Lee (1983) y Schmidt y Lin (1984). De todas formas, siempre resulta saludable comprobar si los resultados de una estimación son robustos ante cambios en la distribución atribuida al término de ineficiencia. En este sentido, Greene (1990) realizó un estudio comparativo aplicando las cuatro distribuciones mencionadas a una misma muestra, y aunque la

ineficiencia media variaba, la correlación entre los rankings de eficiencia encontrados, comparados de dos en dos, en ningún caso era inferior a 0.7. Resulta sin embargo necesaria evidencia de carácter más general sobre este aspecto.

En los trabajos empíricos se ha empleado mayoritariamente, quizá por su sencillez, la distribución seminormal. Se habla entonces de un modelo normal-seminormal, ya que éstas son las distribuciones consideradas para cada una de las perturbaciones. Este será el modelo que tomaremos como ejemplo a continuación para analizar el proceso de estimación. Pero también se ha empleado con mucha frecuencia, en lugar de la distribución seminormal, la normal-truncada y la exponencial. En estos casos hablaríamos de los modelos normal-normal-truncada y normal-exponencial respectivamente. El análisis de todos estos modelos se detalla en el Apéndice.

Analizamos brevemente a continuación el modelo normal-seminormal, empleando los resultados cuya obtención se detalla en el mencionado Apéndice. Para ello consideramos que v se distribuye según una normal $N(0,\sigma_v^2)$ y u sigue una seminormal $N^+\left(0,\sigma_u^2\right)$. Llamando $\varepsilon = v - u$, la función de densidad de ε sería:

$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sigma}\phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)\Phi\left(-\frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right) \qquad [5.3.4]$$

donde $\lambda = \sigma_u/\sigma_v$, y $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$; ϕ es la función de densidad y Φ la función de distribución de una normal tipificada.

Esta parametrización[14] propuesta por Aigner et al. (1977) tiene la ventaja de que λ aproxima el cociente de la variabilidad proveniente de cada una de las dos fuentes que integran el error compuesto[15]: la ineficiencia y el error aleatorio. Cuando λ tiende a cero, se puede interpretar que predomina el efecto aleatorio ($\sigma_v^2 \to \infty$), o bien ($\sigma_u^2 \to 0$), y no existe ineficiencia técnica en la muestra; la función de densidad de ε se convierte en la función de densidad de una variable $N\left(0,\sigma^2\right)$. Por el contrario, cuando λ tiende a infinito, la ineficiencia es la principal fuente de variabilidad en el modelo.

El logaritmo de la función de verosimilitud, con N empresas en la muestra, sería:

$$\ln L = \frac{N}{2}\ln(2/\pi) - N\ln\sigma + \sum_i \left[\ln\Phi\left(-\frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma}\right)^2 \right] \qquad [5.3.5]$$

Por otro lado, además de la técnica de máxima verosimilitud, sigue siendo posible emplear técnicas basadas en mínimos cuadrados como las explicadas en el apartado 5.2. Olson, Schmidt y Waldman (1980) generalizaron el método de MCOM al modelo de frontera estocástica, aplicándolo al caso normal-seminormal. El procedimiento sería el siguiente:

Llamando μ a la esperanza de u_i, el modelo se transforma como sigue:

---

[14] Battese and Corra (1977) proponen una parametrización alternativa, en la que $\gamma = \sigma_u^2/\sigma^2$, aproximando la parte de la varianza total del error compuesto que es explicada por la ineficiencia. En este caso la ventaja radica en que el rango de valores posibles para γ se encuentra limitado entre cero y uno, y esto posibilita establecer una rejilla de valores iniciales de cara a la estimación por máxima verosimilitud.

[15] σ_u^2 es la varianza de la normal en la que se basa la distribución de la ineficiencia, y se emplea como aproximación de la varianza de la seminormal que es $\sigma_u^2(\pi-2)/\pi$.

$$\ln y_i = (\beta_0 - \mu) + \sum_{j=1}^{n} \beta_j x_{ji} + v_i - (u_i - \mu) \qquad [5.3.6]$$

y renombrando $\beta_o^* = (\beta_0 - \mu)$, y $u_i^* = (u_i - \mu)$, resulta:

$$\ln y_i = \beta_0^* + \sum_{j=1}^{n} \beta_j x_{ji} + v_i - u_i^* \qquad [5.3.7]$$

Aplicando mínimos cuadrados al modelo se obtienen estimadores consistentes de los β_j y β_0^*. Para encontrar un estimador de β_0 se necesita previamente un estimador de μ, y este se obtiene teniendo en cuenta la distribución supuesta para u_i, una seminormal, por lo que μ adopta la siguiente expresión:

$$\mu = \frac{2\sigma_u^2}{\sqrt{2\pi}} \qquad [5.3.8]$$

A partir de los momentos centrados de orden dos y tres de los errores, que responden a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{\pi - 2}{\pi}\sigma_u^2 + \sigma_v^2 \\ m_3 &= \sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(1 - \frac{4}{\pi}\right)\sigma_u^3 \end{aligned} \qquad [5.3.9]$$

despejando, se encuentran estimadores consistentes de σ_u^2 y σ_v^2:

$$\begin{aligned} \sigma_u^2 &= \pi\left(\frac{m_3}{\sqrt{2}(\pi - 4)}\right)^{2/3} \\ \sigma_v^2 &= m_2 - \frac{\pi - 2}{\pi}\sigma_u^2 \end{aligned} \qquad [5.3.10]$$

y sustituyendo en , también de la media de la distribución seminormal:

$$\mu = \frac{2\sigma_u^2}{\sqrt{2\pi}}; \qquad [5.3.11]$$

Con ella se corrige el término independiente de la siguiente forma:

$$\hat{\beta}_0 = \tilde{\beta}_0^* + \frac{2\sigma_u^2}{\sqrt{2\pi}} \qquad [5.3.12]$$

Con este método los estimadores que se obtienen son consistentes, aunque no son asintóticamente eficientes como los generados por máxima verosimilitud. Por lo que se refiere a muestras finitas, la comparación entre ambos métodos cuenta con la evidencia que proporcionan algunos estudios de Monte Carlo que se han realizado. Primeramente, Olson, Schmidt y Waldman (1980) mostraron que los estimadores de MCOM se comportan mejor que los de máxima verosimilitud para muestras pequeñas, y cuando la participación de la ineficiencia en la varianza total del error es relativamente pequeña; tienden a fallar en los casos extremos, cuando la ineficiencia explica casi nada o casi toda la variabilidad. Posteriormente, Coelli (1995) concluyó que los estimadores de máxima verosimilitud se comportan mejor que los obtenidos por MCOM cuanto mayor sea la muestra, y más grande la participación de la ineficiencia en la varianza total del error. Basándose en estos resultados, Coelli, Prasada y Battese (1998), recomiendan el empleo de la técnica de máxima verosimilitud siempre que sea posible, habida cuenta de los avances en las técnicas computacionales actuales, que facilitan la labor de iteración en los algoritmos de maximización; en la práctica, la literatura sobre eficiencia ha empleado este método con generalidad[16].

En todo caso, la realización de una estimación inicial por mínimos cuadrados ordinarios puede ser de gran utilidad. A partir de

[16] Greene (1993) sugiere el empleo de los estimadores MCOM como valores iniciales en la maximización de la función de verosimilitud. Esta es la forma en que el paquete econométrico LIMDEP estima funciones de frontera estocástica.

ella podemos contrastar la existencia de un modelo de frontera, y si aceptamos la hipótesis, obtener los valores iniciales para la estimación por máxima verosimilitud.

Efectivamente, puesto que consideramos que el error está integrado por un componente aleatorio simétrico, y otro componente de ineficiencia sesgado negativamente, podemos basarnos en el momento centrado de orden tres de los residuos mínimo-cuadráticos para plantear un test sobre la existencia de un modelo de frontera de producción. En la estimación por mínimos cuadrados, el momento centrado de orden tres de los residuos se convierte en el momento de orden tres del término de ineficiencia, u_i, puesto que el error aleatorio es simétrico. Por lo tanto, $m_3 < 0$. De lo contrario, si el sesgo fuera positivo, existiría un error de especificación en la frontera de producción.

Schmidt y Lin (1984), proponen considerar el siguiente estadístico:

$$\sqrt{b_1} = \frac{m_3}{(m_2)^{3/2}} \qquad [5.3.13]$$

donde m_2 y m_3 son los momentos centrados de orden dos y tres respectivamente.

Por otro lado, Coelli (1995) propone emplear el siguiente estadístico alternativo, ya que las tablas del anterior no se encuentran fácilmente:

$$z = \frac{m_3}{\sqrt{(6m_2^3/N)}} \qquad [5.3.14]$$

Para la hipótesis nula de sesgo cero en los residuos, este estadístico se distribuye asintóticamente según una *N(0,1).* Este autor realiza

estudios de Monte Carlo que avalan el uso de este test, incluso con muestras reducidas.

Alternativamente, y si se ha realizado la estimación por máxima verosimilitud, a posteriori puede contrastarse la existencia de un modelo de frontera, planteando la hipótesis de que $\lambda = 0$ [17], ya que si se acepta, la variabilidad de la ineficiencia frente a la que presenta la perturbación aleatoria sería nula, y tendríamos una estimación de un modelo de producción media. Se puede emplear un test de Wald o bien un test de la razón de verosimilitud[18].

Concluida la estimación, independientemente de si se ha empleado el método de mínimos cuadrados modificados o máxima verosimilitud, se puede calcular la eficiencia media de la muestra, a partir de la $E\left(e^{-u}\right)$, basándonos en la distribución de *u*. En el caso que estamos estudiando, de una distribución seminormal, adoptaría la siguiente expresión:

$$E\left(e^{-u}\right) = 2[1 - \Phi(\sigma_u)]\exp\left(\frac{\sigma_u^2}{2}\right) \qquad [5.3.15]$$

que se puede calcular a partir de los parámetros estimados, así:

$$E\left(e^{-u}\right) = 2\left[1 - \Phi\left(\frac{\hat{\lambda}}{\sqrt{\left(1+\hat{\lambda}^2\right)}}\hat{\sigma}\right)\right]\exp\left(\frac{\hat{\sigma}^2}{2}\frac{\hat{\lambda}^2}{1+\hat{\lambda}^2}\right). \qquad [5.3.16]$$

[17] Con la parametrización de Battese y Corra, el test equivalente consistiría en contrastar si la variabilidad del error compuesto explicada por la ineficiencia es cero, $H_o : \gamma = 0$.

[18] Coelli (1995) hizo notar, que al coincidir la hipótesis nula con un extremo del rango posible de valores, el estadístico del test de la razón de verosimilitud no se distribuye asintóticamente como una chi-cuadrado con tantos grados de libertad como el número de restricciones, como ocurre en el caso general; En esta ocasión, se distribuye asintóticamente como una mezcla de distribuciones chi-cuadrado. Este autor comprobó con estudios de Monte Carlo que empleando la regla general se tienda a aceptar con mayor frecuencia de la debida la hipótesis nula. La tabla que contiene los valores críticos cuando se presentan conjuntamente restricciones de igualdad y desigualdad se puede encontrar en Kodde y Palm (1986).

El paso siguiente sería encontrar una medida del grado de eficiencia que presenta cada una de las empresas de la muestra. Para ello hay que separar del error compuesto observado para cada una, la parte que se debe al ruido estadístico y la que se debe a ineficiencia técnica. Jondrow, Lovell, Materov y Schmidt (1982), propusieron emplear la esperanza o bien la moda de la distribución de u condicionada por el valor obtenido para ε.

Cuando la ineficiencia sigue una distribución seminormal, la función de densidad condicionada de u, como se muestra en el Apéndice, sería:

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f(u,\varepsilon)}{f(\varepsilon)} = \\ = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_* \Phi\left(\frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right)} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_*^2}(u-\mu_*)^2\right] \qquad u \geq 0 \qquad [5.3.17]$$

donde $\mu_* = -\sigma_u^2 \varepsilon/\sigma^2$ y $\sigma_*^2 = \sigma_u^2\sigma_v^2/\sigma^2$, y por otro lado, $\varepsilon\lambda/\sigma = -\mu_*/\sigma_*$, por lo que resulta ser la función de densidad de una variable normal de media μ_* y varianza σ_*^2, truncada en cero.

La esperanza y la moda de esta distribución adquieren las siguientes expresiones:

$$E(u|\varepsilon) = \mu_* + \sigma_*\left[\frac{\phi(\mu_*/\sigma_*)}{1-\Phi(-\mu_*/\sigma_*)}\right] \qquad [5.3.18]$$

y

$$M(u|\varepsilon) = \begin{cases} -\varepsilon\left(\sigma_u^2/\sigma^2\right) & \text{si } \varepsilon \leq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \qquad [5.3.19]$$

que pueden ser calculadas empleando los estimadores encontrados. La primera de ellas es la más ampliamente utilizada en las estimaciones empíricas.

Jondrow et al (1982) aclararon que en cualquiera de los dos casos, lo que se obtiene es una estimación no consistente, ya que la variabilidad de la función de densidad condicionada permanece aun aumentando el tamaño de la muestra (ε recoge únicamente información imperfecta acerca de u); sin embargo, es la mejor que se puede obtener con datos de corte transversal.

Con las predicciones individuales del término u_i, se pueden calcular los índices de eficiencia de cada empresa a partir de la expresión :

$$ET_i = \exp\left[-E\left(u_i|\varepsilon_i\right)\right] = \exp\left(-\hat{u}_i\right) \qquad [5.3.20]$$

O bien de forma alternativa, Coelli (1988) propone emplear la siguiente medida:

$$ET_i = E\left[\exp\left(-u_i\right)|\varepsilon_i\right] = \frac{1-\Phi\left(\sigma_* - \mu_{*i}/\sigma_*\right)}{1-\Phi\left(-\mu_{*i}/\sigma_*\right)}\exp\left(-\mu_{*i}+\frac{1}{2}\sigma_*^2\right) \qquad [5.3.21]$$

que es más correcta, ya que $E\left[\exp\left(-u_i\right)|\varepsilon_i\right]$ y $\exp\left[-E\left(u_i|\varepsilon_i\right)\right]$ no tienen por qué coincidir.

Para finalizar, una forma alternativa a la anteriormente descrita por la expresión de medir la eficiencia técnica media de la muestra, es emplear la media aritmética de los índices individuales de eficiencia calculados mediante la expresión , o la expresión .

5.4. DATOS DE PANEL

La generalización en la econometría del uso de los datos de panel, ha tenido su reflejo también en la estimación de la eficiencia, ya que la posibilidad de contar con observaciones repetidas sobre cada empresa permite superar algunos de los problemas que presenta la estimación de datos de corte transversal.

Los modelos que se han empleado para medir la eficiencia pueden clasificarse en dos grandes grupos: El primero está constituido por un único modelo en el que se considera que la ineficiencia de las empresas permanece constante en el tiempo, y por lo tanto únicamente resulta adecuado para el caso de paneles cortos en el tiempo. El segundo agrupa a distintos modelos que, considerando la ineficiencia variable en el tiempo, proponen distintas formulaciones para recoger la evolución de la misma. A continuación realizamos un análisis de ambos tipos de modelos.

5.4.1. Eficiencia técnica constante en el tiempo

Las posibilidades que ofrecen los datos de panel han dado lugar a una serie de trabajos sobre ineficiencia basados en esta técnica. Los modelos inicialmente empleados suponían que la ineficiencia era constante en el tiempo, considerando que, si la dimensión temporal del panel era reducida, el coste de esta suposición resultaba asumible frente a las ganancias en consistencia y eficiencia de los estimadores que esta técnica aportaba.

Aplicando dicho supuesto el modelo de frontera estocástica de producción anteriormente presentado, resultaría:

$$\ln y_{it} = \beta_o + \sum_j \beta_j x_{jit} + v_{it} - u_i \quad \text{con } u_i \geq 0 \qquad [5.4.1.1]$$

donde el subíndice i hace referencia a la empresa ($i=1...N$) y t al tiempo ($t=1...T$). La perturbación aleatoria, v_{it}, varía entre empresas y con el tiempo, sin embargo, la ineficiencia técnica, u_i, permanece constante para cada empresa a lo largo tiempo.

Los primeros en estimar un modelo de este tipo fueron Pitt y Lee (1981). Estos autores realizaron la estimación empleando la técnica de máxima verosimilitud. Sin embargo, este no es el único método posible de estimación. Schmidt y Sickles (1984), realizan un análisis detallado sobre las posibilidades que ofrecen las distintas técnicas de datos de panel, que describimos a continuación.

BIBLIOTECA VIRTUAL

Efectos fijos

Si el término de ineficiencia es considerado como una constante, entonces el modelo puede ser transformado de la siguiente forma:

$$\ln y_{it} = \beta_{0i} + \sum_j \beta_j x_{jit} + v_{it} \qquad [5.4.1.2]$$

donde $\beta_{0i} = \beta_0 - u_i$ se convierte en un término independiente específico de cada empresa, y por lo tanto, un efecto fijo, con lo que resulta el modelo usual de efectos fijos, considerando que los v_{it} se distribuyen independiente e idénticamente con media cero y varianza σ_v^2.

La estimación de la expresión se puede realizar por cualquiera de los métodos empleados en los modelos de efectos

fijos[19]. Posteriormente, la ineficiencia se calcula empleando la siguiente normalización:

$$\hat{\beta}_0 = \max_i \{\hat{\beta}_{0i}\} \qquad [5.4.1.3]$$

identificando así a la empresa con un β_0 más alto con el 100% de eficiencia. El término de ineficiencia se obtendría así:

$$\hat{u}_i = \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_{0i} \qquad [5.4.1.4]$$

Dada la normalización anterior, $u_i = 0$ para la empresa más eficiente (la de mayor $\hat{\beta}_{0i}$) y estrictamente positiva para todas las demás observaciones.

BIBLIOTECA VIRTUAL

Esta técnica resulta similar, aunque para el caso de paneles de datos, a la estimación por mínimos cuadrados corregidos en el caso de un cross-section, que vimos en el apartado 5.2.

Schmidt y Sickles concluyen que a través de este método se obtienen estimadores consistentes de los β_j, siempre que $N \to \infty$, o bien $T \to \infty$. Para ello no es necesario establecer ningún supuesto acerca de la distribución que sigue la ineficiencia, ya que se trata como un efecto fijo (no aleatorio). El modelo de efectos fijos, sin embargo, tiene un inconveniente importante: cualquier factor específico de cada empresa que influya sobre su producción, siempre que permanezca constante en el tiempo, quedará incluido en el

[19] Se estima por mínimos cuadrados ordinarios tras realizar cualquiera de las siguientes transformaciones: eliminando el término independiente e incluyendo una dummy por cada una de las empresas; conservando el término independiente e incluyendo *N-1* dummies; o bien, calculando el estimador intra-grupos. En este último caso, los datos se expresan en desviaciones con respecto a las medias temporales de cada empresa (por ejemplo, se sustituye y_{it} por $y_{it} - \overline{y}_i$), y éstas últimas se emplean después para calcular los efectos fijos, deshaciendo la transformación anterior $\hat{\beta}_{0i} = \overline{y}_i - \sum_j \hat{\beta}_j \overline{x}_{ji}$.

efecto fijo, y por lo tanto será considerado como un rasgo de ineficiencia.

Por otro lado, a diferencia de lo que ocurría en el caso de los modelos de frontera de corte transversal, en que a través del método de Jondrow et al. (1982) se obtenían estimadores inconsistentes de la ineficiencia particular de cada productor, en este caso, obtenemos estimaciones consistentes de los u_i, siempre y cuando $N \to \infty$, y $T \to \infty$ (Schmidt y Sieckles, 1984). No hay que perder de vista sin embargo, que esta ventaja es relativa, ya que normalmente se trabaja con paneles que aun siendo relativamente grandes en cuanto a número de empresas, son cortos en el tiempo (4-6 años), y entonces la consistencia es menos verosímil.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

Efectos aleatorios

Si el término de ineficiencia se considera aleatorio, y se supone que se distribuye idéntica e independientemente entre la muestra con media μ y varianza σ_u^2, la expresión puede transformarse así:

$$\begin{aligned} \ln y_{it} &= [\beta_0 - E(u_i)] + \sum_j \beta_j \ln x_{jit} + v_{it} - [u_i - E(u_i)] \\ &= \beta_0^* + \sum_j \beta_j \ln x_{jit} + v_{it} - u_i^* \end{aligned} \qquad [5.4.1.5]$$

Considerando que los regresores no están correlacionados con el término de ineficiencia u_i, entonces tendríamos un modelo habitual de efectos aleatorios. La estimación se realizaría a través del

método usual, empleando el estimador de mínimos cuadrados generalizados (MCG) factible[20].

Tras la estimación, el efecto aleatorio se halla así:

$$a_i^* = (1/T)\sum_t \left(\ln y_{it} - \beta_0^* - \sum_j \beta_j \ln x_{jit} \right) \qquad [5.4.1.6]$$

y posteriormente, se calcula el término de ineficiencia normalizando para garantizar el signo positivo:

$$\hat{u}_i = \max_i \{\hat{u}_i^*\} - \hat{u}_i^* \qquad [5.4.1.7]$$

Schmidt y Sieckles (1984)analizan las propiedades de los estimadores que se obtienen en este modelo y concluyen que son consistentes[21] cuando $N \to \infty$, y $T \to \infty$. Por otro lado, el estimador de MCG permite, lo cual es una importante ventaja frente al estimador intra-grupos, incluir regresores invariantes en el tiempo, y evitar así que su repercusión quede recogida como ineficiencia. Sin embargo, como hemos señalado anteriormente, para que su empleo sea adecuado, es necesario que los regresores no estén correlacionados[22] con el efecto individual.

---

[20] La estimación se realiza en dos etapas. En la etapa inicial se estiman consistentemente las varianzas de los dos términos de error, $\hat{\sigma}_u^2$ y $\hat{\sigma}_v^2$; para ello existen procedimientos alternativos, aunque quizá el más ampliamente utilizado consiste en tomar la varianza de los errores del estimador intra-grupos y entre-grupos, respectivamente. Posteriormente, en una segunda etapa, se emplean estos estimadores para transformar los datos y presentarlos en desviaciones respecto a las medias temporales premultiplicadas por $\left(1 - \psi^{1/2}\right)$, siendo $\psi = \hat{\sigma}_u^2 / \left(\hat{\sigma}_v^2 + T\hat{\sigma}_u^2\right)$.

[21] Si N es grande y T es pequeño, la incorrelación entre la ineficiencia y los regresores aumenta la eficiencia del estimador, y MCG resulta entonces más eficiente que el estimador intra-grupos. Si N es pequeño y T es grande, MCG no resulta útil porque para que la estimación de σ_u^2 sea consistente, se necesita que $N \to \infty$. Por último, si N es grande y T también, la eficiencia del estimador de MCG es similar a la del estimador intra-grupos.

[22] Hausman y Taylor (1981) desarrollan un estimador también en el caso de efectos aleatorios, para el que es posible considerar que éstos están correlacionados con algunos de los regresores, y bajo determinadas condiciones, los efectos individuales pueden ser estimados consistentemente.

Máxima verosimilitud

Siempre que no exista correlación entre el término de ineficiencia y los regresores, cabe plantear la hipótesis de que los u_i siguen una distribución concreta, y a partir de ahí, maximizar la función de verosimilitud correspondiente. En este caso se obtienen estimadores de los parámetros de la función consistentes y asintóticamente eficientes cuando $N \to \infty$, con independencia del valor de T (Schmidt y Sieckles, 1984).

El método resulta similar al empleado en los análisis de corte transversal, teniendo en cuenta únicamente las particularidades asociadas a la presencia de varias observaciones para cada empresa en el tiempo. Si continuamos con el caso normal-seminormal, analizado anteriormente en los modelos de corte transversal, consideraremos que los v_{it} se distribuyen según una normal $N(0,\sigma_v^2)$, y los u_i, según una seminormal $N^+(0,\sigma_u^2)$, siendo independientes entre sí y de los regresores. Pitt y Lee desarrollaron la función de densidad de $\varepsilon_{it} = v_{it} - u_i$, y demostraron que ésta se puede escribir así:

$$f(\varepsilon) = \frac{2\left[1 - \Phi\left(-\mu_*/\sigma_*\right)\right]}{2\pi^{(T/2)}\sigma_v^{T-1}\left(\sigma_v^2 + T\sigma_u^2\right)^{1/2}} \exp\left[-\frac{\varepsilon'\varepsilon}{2\sigma_v^2} + \frac{\mu_*^2}{2\sigma_*^2}\right] \qquad [5.4.1.8]$$

donde $\varepsilon = \left(v_1 - u,\ldots,v_T - u\right)'$, $\mu_* = -T\sigma_u^2\bar{\varepsilon}/\left(\sigma_v^2 + T\sigma_u^2\right)$, $\bar{\varepsilon} = \left(1/T\right)\sum_t \varepsilon_{it}$ y $\sigma_*^2 = \sigma_u^2\sigma_v^2/\left(\sigma_v^2 + T\sigma_u^2\right)$.

La función de verosimilitud correspondiente, escrita en forma logarítmica es:

$$\ln L = cte - \frac{N(T-1)}{2}\ln\sigma_v^2 - \frac{N}{2}\ln\left(\sigma_v^2 + T\sigma_u^2\right) + \sum_i \ln\left[1 - \Phi\left(-\frac{u_{*i}}{\sigma_*}\right)\right] - \frac{\sum_i \varepsilon_i'\varepsilon_i}{2\sigma_v^2} + \frac{1}{2}\sum_i \frac{\mu_{*i}}{\sigma_*} \qquad [5.4.1.9]$$

Maximizando esta función[23], se obtienen estimadores para σ_u^2 σ_v^2 y los β_j. Posteriormente, hay que obtener estimaciones individuales del término de ineficiencia para cada empresa, para lo cual se sigue la propuesta de Jondrow et al. (1982), de forma similar a como se analizó en el apartado 5.3, es decir, utilizando la media o la moda de la distribución condicionada $f(u_i|\varepsilon_{it})$.

Schmidt y Sieckles concluyen que se obtienen estimadores consistentes cuando $T \to \infty$, así que el panel debe ser largo.

Finalmente con los estimadores de los u_i obtenidos se calcula el índice de eficiencia de cada productor, empleando alternativamente las expresiones ó , como se hacía con un corte transversal en el apartado 5.3.

La consideración en la práctica de un modelo de efectos fijos o de efectos aleatorios se orienta sobre la base de la información con que se cuenta de partida. Si existen indicios de que pueda haber correlación entre los regresores y el término de ineficiencia[24], entonces el uso de un modelo de efectos aleatorios proporciona estimaciones inconsistentes. En este caso podemos acudir al empleo

[23] Se pueden emplear como valores iniciales de los parámetros de la función de producción, los que se obtienen en una primera estimación por mínimos cuadrados ordinarios del modelo transformado . En el caso de σ_u^2 y σ_v^2, empleando alguno de los métodos que describe la literatura, exactamente igual que como se hace para encontrar el estimador de MCG factible. Con estos últimos se obtiene el siguiente valor inicial para el término independiente: $\beta_0 = \beta_0^* + 2\sigma_u^2/\sqrt{2\pi}$

de un modelo de efectos fijos. Al estimar en desviaciones con respecto a la media temporal, el efecto fijo no planteas problemas de consistencia de los estimadores de los parámetros de la función de producción, así como de la ineficiencia. Para ello se necesitaría una dimensión temporal suficientemente grande del panel, y que entre los regresores (incluidos expresamente o no en el modelo) no exista ninguno constante en el tiempo, aunque varíe entre las empresas.

Pero la elección puede ser ayudada mediante el empleo de diversos tests. En este sentido, la hipótesis de incorrelación puede ser contrastada empleando, como sugieren Hausman y Taylor (1981), un test de Hausman (1978), planteando la significación de la diferencia entre el estimador intra-grupos y el estimador de mínimos cuadrados generalizados. Si se admite la incorrelación, puede considerarse un modelo de efectos aleatorios.

En este último caso, la elección de una distribución concreta para el término de ineficiencia permitiría la estimación por máxima verosimilitud; Este supuesto puede contrastarse empleando nuevamente un test de Hausman (1978). En este caso, se analiza la significatividad de la diferencia entre el estimador de mínimos cuadrados generalizados y el máximo-verosímil. Por otro lado, si comparamos el estimador intra-grupos con el estimador de máxima verosimilitud, se contrastan conjuntamente los supuestos de la distribución y la incorrelación con los regresores.

Hay que tener en cuenta que, como señalan Schmidt y Sickles (1984), si la hipótesis de incorrelación puede mantenerse, los estimadores máximo-verosímiles son los más eficientes, porque explotan la información referente a la distribución del término de

[24] Por ejemplo, si la ineficiencia técnica depende de factores tales como una mala gestión, la composición y antigüedad del stock de capital o la cualificación de los trabajadores de la zona, es posible que en muchas situaciones la empresa llegue a conocer con el paso del tiempo, y aunque sólo sea de forma imperfecta, su ineficiencia técnica. En este caso, los factores productivos estarían correlacionados con el término de ineficiencia del error (Kumbhakar, 1987).

ineficiencia. Por ello, en la práctica, el uso de esta técnica se ha llevado a cabo de forma generalizada.

Por otro lado, en diversos estudios realizados, los rankings de eficiencia a los que se llega aplicando los tres métodos a una muestra común, presentan un alto grado de correlación, sobre todo entre los primeros y los últimos puestos[25]. Con un estudio de Monte Carlo, Gong y Sickles (1989) también concluyen que los tres métodos proporcionan estimaciones similares de eficiencia, en términos de correlación y correlación por rangos.

5.4.2. Eficiencia técnica variable en el tiempo

Cuando la dimensión temporal de un panel es corta, puede ser sostenible el supuesto de que la ineficiencia técnica de las empresas permanece constante en el mismo nivel. Pero, si el panel es más largo, resulta poco creíble considerar que los gestores no aprenden de sus errores, y por consiguiente, la ineficiencia dejaría de ser constante. Aunque inicialmente el empleo de los datos de panel se aplicó suponiendo que la ineficiencia se mantenía constante en el horizonte temporal de la muestra, pronto se desarrollaron diversas especificaciones que contemplaban alguna estructura temporal para la misma.

La generalización del modelo de frontera estocástica expuesto en la ecuación al caso en que la eficiencia técnica varía en el tiempo resultaría de la siguiente forma:

$$\ln y_{it} = \beta_{0t} + \sum_j \beta_j \ln x_{jit} + v_{it} - u_{it} \quad \text{con } u_{it} \geq 0 \qquad [5.4.2.1]$$

[25] Entre otros, Gathon and Perelman (1992), Bauer, Berger and Humphrey (1993) y Ahmad y Bravo-Ureta (1996).

donde el término de ineficiencia u_{it} varía entre empresas y con el tiempo, y el término independiente de la frontera resulta distinto para cada periodo de tiempo.

A continuación presentamos algunas especificaciones que se han propuesto para modelizar la evolución temporal que experimenta el término u_{it}. La elección entre una u otra es tarea finalmente del investigador, dependiendo de las características de los datos que maneje, o la información a priori con la que cuente.

Cornwell, Schmidt y Sieckles (1990) proponen rescribir el modelo de la siguiente forma:

$$\ln y_{it} = \beta_{0t} - u_{it} + \sum_j \beta_j \ln x_{jit} + v_{it} \qquad [5.4.2.2]$$

y llamando $\beta_{it} = \beta_{0t} - u_{it}$, entonces resulta:

$$\ln y_{it} = \beta_{it} + \sum_j \beta_j \ln x_{jit} + v_{it} \qquad [5.4.2.3]$$

Estos autores plantean la siguiente especificación temporal:

$$\beta_{it} = \delta_{1i} + \delta_{2i} t + \delta_{3i} t^2 \qquad [5.4.2.4]$$

que permite una evolución en el tiempo de la eficiencia técnica diferente para cada uno de los productores estudiados.

En el caso en que $\delta_{2i} = \delta_{3i} = 0 \quad \forall i$, entonces tendríamos el mismo modelo de eficiencia técnica constante en el tiempo, analizado en la sección anterior. Por otro lado, si $\delta_{2i} = \delta_2$ y $\delta_{3i} = \delta_3 \quad \forall i$, la

eficiencia sería específica de cada empresa, aunque la variación temporal de la misma sería común a todas[26].

Estos autores proponen varios métodos de estimación, extensiones todos ellos de los métodos descritos en la sección anterior. De cualquier modo, el principal problema de este modelo radica en el elevado número de parámetros que es necesario estimar, ya que la especificación temporal del término de ineficiencia añade a la estimación 3N parámetros adicionales. Por eso, cuando la anchura del panel es relativamente grande resultan preferibles otras especificaciones alternativas.

En esta línea, el modelo que plantean Lee y Schmidt (1993) resulta adecuado cuando el panel es corto ya que, según se explica a continuación, añade a la estimación (*T-1*) parámetros. En el mismo modelo transformado de la ecuación , consideran la siguiente especificación:

$$\beta_{it} = \theta_t u_i \qquad [5.4.2.5]$$

siendo θ_t un conjunto de parámetros para estimar, aunque se realiza una normalización, tomando $\theta_1 = 0$. Esto convierte la especificación del término de ineficiencia en una serie temporal de variables dummy.

En este caso la evolución de la eficiencia es común para todos los productores aunque no sigue un patrón determinado, lo que otorga al modelo una gran flexibilidad. Los autores muestran como estimarlo por efectos fijos y efectos aleatorios.

[26] La interpretación de este caso no está clara, ya que podría considerarse también que la eficiencia técnica es invariante en el tiempo, y lo que recoge la especificación temporal cuadrática es el cambio técnico.

Kumbhakar (1990) planteó una especificación alternativa según la cual, partiendo de la ecuación , considera que el término de ineficiencia técnica responde al siguiente patrón de comportamiento:

$$u_{it} = \gamma(t)u_i \qquad [5.4.2.6]$$

siendo $\gamma(t)$ una función del tiempo, que este autor concretó en la siguiente expresión:

$$\gamma(t) = \left[1 + \exp\left(bt + ct^2\right)\right]^{-1} \qquad [5.4.2.7]$$

donde *b* y *c* son dos parámetros para estimar.

Esta función está acotada entre cero y uno, y dependiendo del valor que adopten los parámetros, puede representar una evolución temporal de la eficiencia monótona creciente o decreciente, o bien cóncava. Tenemos así un modelo más sencillo que los dos anteriores, ya que solamente se añaden a la estimación dos parámetros; el patrón de evolución de la eficiencia se considera común a todas las empresas.

Más sencillo aún, aunque también menos flexible, es el modelo que proponen Battese y Coelli (1992), que consiste básicamente en el mismo planteamiento de la expresión , únicamente con una especificación distinta de la función $\gamma(t)$. En este caso es la siguiente:

$$\gamma(t) = \exp[-\eta(t - T)] \qquad [5.4.2.8]$$

donde η es un parámetro para estimar y *T* es la dimensión temporal del panel.

Cuando *t* aumenta, el término de ineficiencia u_{it} puede aumentar, disminuir o permanecer constante, dependiendo

respectivamente de si $\eta < 0$, $\eta > 0$, o $\eta = 0$. Estos autores plantean entonces una evolución común a todos los productores de la eficiencia, pero a diferencia del modelo de Kumbhakar (1990) dicha evolución se produce siempre a una tasa constante que coincide con el valor de η.

Cuesta (2000) amplia este modelo a la consideración de una tasa de evolución de la eficiencia específica de cada empresa, como sigue:

$$\gamma(t) = \exp[-\eta_i(t-T)] \qquad [5.4.2.9]$$

aunque naturalmente, esto añade N parámetros a la estimación.

Tanto Battese y Coelli (1992) como Cuesta (2000) y Kumbhakar (1990) emplean el método de máxima verosimilitud en la estimación, asumiendo independencia entre la ineficiencia técnica y los regresores, y considerando que v_{it} se distribuye según una normal $N(0,\sigma_v^2)$, y el término de ineficiencia según una normal truncada $N^+\left(\mu,\sigma_u^2\right)$ en el caso de los primeros, y una seminormal $N^+\left(0,\sigma_u^2\right)$ para el último. En estos trabajos se utiliza la esperanza o la moda de la distribución de u_{it} condicionada por el valor del error $(v_{it}+u_{it})$, para obtener una predicción del término de ineficiencia, que permite calcular la eficiencia individual de cada empresa.

La elección entre una y otra especificación vendrá determinada sin duda por las dimensiones del panel con que se trabaje, ya que mayor flexibilidad en la especificación de la evolución temporal del término de ineficiencia implica necesariamente mayor número de parámetros para estimar.

Una característica común a todos estos modelos en los que la ineficiencia varía con el tiempo es el hecho de que el tiempo influye

adicionalmente en la producción a través del cambio técnico. Si éste no se especifica de forma diferenciada, podría confundirse con la ineficiencia. Por ello resulta común la inclusión del tiempo entre los regresores de la frontera de producción, lo que permitiría recoger la influencia de éste sobre la producción eficiente, es decir, mediría el cambio técnico de forma separada del cambio temporal en la ineficiencia. Un análisis de este tipo lo realizan por primera vez Battese y Coelli (1992).

5.5. DETERMINANTES DE LA EFICIENCIA

Una vez que somos capaces de medir el nivel de eficiencia de las empresas, el siguiente interrogante que se nos plantea consiste en encontrar los factores que determinan que unas obtengan un resultado mejor que otras, o lo que es lo mismo, cuál es el perfil que caracteriza a aquellas que se muestran más eficientes.

La respuesta a esta pregunta se ha intentando encontrar frecuentemente a partir del análisis de los resultados obtenidos en una primera estimación de la eficiencia. Los índices de eficiencia estimados, usualmente por máxima verosimilitud, se explican mediante una regresión posterior, a partir de un conjunto de variables exógenas $z_i = (z_{1i},...z_{Qi})'$ y una perturbación aleatoria, η_i, de la siguiente forma:

$$E\left[\exp\left(u_i|v_i - u_i\right)\right] = g(z_i, \delta) + \eta_i \qquad [5.5.1]$$

siendo $\delta = \left(\delta_1,...\delta_Q\right)$ un vector de parámetros.

Dado que los índices de eficiencia están acotados entre cero y uno, habitualmente se emplea un "modelo de regresión censurado" del tipo Tobit.

Entre las variables explicativas, se han incluido a menudo el ámbito de regulación en que operan las empresas, el grado de competitividad de los mercados, edad y nivel cultural de los empresarios, etc.

Este método de dos etapas fue empleado inicialmente por Pitt y Lee (1981) y Kalirajan (1981), entre otros. Sin embargo, dicho método resulta incorrecto puesto que cuando se realiza la estimación de la primera etapa se considera que el componente de ineficiencia, u_i, se distribuye independiente e idénticamente entre la muestra, mientras que en la segunda etapa se explica en función de características propias de cada empresa, entrando en una clara contradicción. Por otro lado, si las variables exógenas que explican la eficiencia, z_i, resultan correlacionadas con los regresores de la estimación inicial, x_i, entonces los estimadores de eficiencia obtenidos en esa primera etapa resultarían sesgados porque se habría omitido información relevante en su estimación.

De ahí que se haya desarrollado una segunda línea de trabajo en la cual, los elementos determinantes de la eficiencia se incorporan directamente en la estimación de la misma, realizando el análisis en una única etapa. De acuerdo con este planteamiento, Reifschneider y Stevenson (1991) sugieren el siguiente modelo[27] de corte transversal:

$$\begin{aligned} \ln y_i &= \beta_0 + \sum_j \beta_j x_{ji} + v_i - u_i \\ u_i &= g(\delta, z_i) + \eta_i \end{aligned} \qquad [5.5.2]$$

en el que η_i recoge los factores no observados que influyen en la ineficiencia. Estos autores suponen una distribución de una cola[28] para el término η_i, y aseguran que $u_i \geq 0$ estableciendo una función

[27] Aunque ellos lo definen para una frontera de costes.
[28] Consideraron una normal-truncada, la distribución gamma y la exponencial.

$g(\delta, z_i)$ estrictamente no negativa. De esta forma, sustituyendo u_i en la frontera de producción resulta:

$$\ln y_i = \beta_0 + \sum_j \beta_j x_{ji} - g(\delta, z_i) + v_i - \eta_i \qquad [5.5.3]$$

y este modelo puede ser estimado igual que cualquier modelo habitual de frontera estocástica, usualmente por máxima verosimilitud.

Sin embargo, a pesar de que la estimación resulta sencilla, ello se consigue a costa de las condiciones impuestas tanto a la función $g(\delta, z_i)$ como a la perturbación η_i, que se suponen ambas estrictamente no negativas, condición suficiente aunque no necesaria para que $u_i \geq 0$.

Continuando en la misma línea de trabajo, Kumbhakar, Ghosh y McGuckin (1991) abordan la especificación de la ineficiencia con un planteamiento similar al que realizan Reifschneider y Stevenson (1991) en , pero estableciendo dos diferencias. En primer lugar, la función $g(\delta, z_i)$ adquiere la forma de una función lineal de las variables exógenas , resultando el siguiente modelo:

$$\begin{aligned} \ln y_i &= \beta_0 + \sum_j \beta_j x_{ji} + v_i - u_i \\ u_i &= \delta' z_i + \eta_i \end{aligned} \qquad [5.5.4]$$

donde la perturbación aleatoria η_i, recoge aquí también el efecto de factores no observados sobre la ineficiencia, y el primer elemento del vector z_i es igual a uno[29].

Merece la pena destacar, que con este planteamiento no es necesario exigir que cada uno de los dos integrantes del término de

[29] En definitiva, puede existir un término independiente.

ineficiencia ($\delta' z_i$ y η_i) sea estrictamente no negativo, como ocurría en el trabajo de Reifschneider y Stevenson anteriormente explicado. Basta con que la suma de ambos componentes sea no negativa.

En segundo lugar, de cara a la estimación, consideran que u_i sigue una distribución dependiente de las variables explicativas de la ineficiencia, aunque no detallan las propiedades de la perturbación η_i que garantizarían dicha distribución. Concretamente, consideran que u_i sigue una normal truncada, $N^+\left(\delta' z_i, \sigma_u^2\right)$, es decir, que se distribuye según una normal, cuya media varía entre las empresas, y está truncada en el cero por debajo. Suponiendo además, que v_i sigue una normal $N\left(0, \sigma_v^2\right)$, independiente de u_i, estos autores estiman la expresión , maximizando la siguiente función de verosimilitud, cuya obtención se detalla en el Apéndice:

$$\ln L = -N\left[\frac{1}{2}\ln 2\pi + \ln\sigma\right] - \sum_i \ln\Phi(\delta' z_i/\sigma_u) + \sum_i \left[\ln\Phi\left(\frac{\delta' z_i}{\sigma\lambda} - \frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_i + \delta' z_i}{\sigma}\right)^2\right] \qquad [5.5.5]$$

siendo $\sigma^2 = \left(\sigma_u^2 + \sigma_v^2\right)$, $\lambda = \sigma_u/\sigma_v$, y $\varepsilon_i = v_i - u_i$.

En el caso en que $\delta_2 = \ldots = \delta_Q = 0$, u_i se distribuiría según una normal truncada de media constante, δ_1, y por lo tanto resultaría simplemente el modelo normal-normal-truncada habitual, estudiado en el apartado 5.3. Por otro lado, si $\delta_1 = \delta_2 = \ldots = \delta_Q = 0$, entonces u_i seguiría una distribución seminormal, y tendríamos el modelo normal-seminormal de Aigner et al. (1977). En ambos casos, las variables planteadas como explicativas de la ineficiencia no resultarían significativas, y la ineficiencia respondería a factores

desconocidos. Estas hipótesis pueden ser contrastadas tras la estimación.

Una vez realizada la estimación, y comprobado que las variables z_i resultan significativas, Kumbhakar, Ghosh y McGuckin emplean, como es habitual, el método propuesto por Jondrow et al. (1982)[30] , analizado en el apartado 5.3, para encontrar un estimador de u_i. En este caso, la moda y la esperanza de la distribución condicionada $f(u_i|\varepsilon_i)$, responderían a las siguientes expresiones:

$$E(u_i|\varepsilon_i) = \mu_{*i} + \sigma_* \frac{\phi(\mu_{*i}|\sigma_*)}{\Phi(\mu_{*i}|\sigma_*)}$$

$$M(u_i|\varepsilon_i) = \begin{cases} \mu_{*i} & \text{si } u_{*i} \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \qquad [5.5.6]$$

donde:

$$\mu_{*i} = \frac{\sigma_v^2 \delta' z_i - \sigma_u^2 \varepsilon_i}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2} \text{ y } \sigma_*^2 = \frac{\sigma_u^2 \sigma_v^2}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2}.$$

Tomando también como punto de partida el modelo , Huang y Liu (1994) utilizan la misma distribución para el término de ineficiencia que la que emplean Kumbhakar et al. (1991). Estos autores sin embargo aportan la fundamentación que faltaba en el trabajo de Kumbhakar et al. (1991). Consiste en lo siguiente: suponen que η_i se distribuye independientemente entre la muestra siguiendo una normal de media cero y varianza σ_u^2, truncada en el punto $-\delta' z_i$; de esta forma $\eta_i \geq -\delta' z_i$, y entonces $u_i \geq 0$. Con estos supuestos, u_i se distribuye siguiendo una normal truncada en el

[30] Descrito en el apartado 5.3.

cero por debajo, cuya media depende de las variables específicas de cada empresa, $N^{+}\left(\delta' z_i, \sigma_u^2\right)$, como se pretendía.

Considerando además que $v_i \rightarrow N(0, \sigma_v^2)$, independientemente de u_i, el modelo se puede estimar por máxima verosimilitud, coincidiendo con la estimación que realizan Kumbhakar et al. (1991).

Pero Huang y Liu introducen además una novedad importante en la estimación de la eficiencia, que consiste en lo siguiente: entre las variables que explican el término de la ineficiencia, incluyen los regresores de la frontera, es decir, los inputs, multiplicados por las variables exógenas. Con ello la ineficiencia varía en función de un conjunto de variables específicas de cada empresa, y dependiendo de la intensidad del empleo de los factores[31].

Tendríamos entonces la siguiente especificación:

$$g(\delta, x_i, z_i) = \sum_q \delta_q z_{qi} + \sum_q \sum_j \delta_{qj} z_{qi} \ln x_{ji} \qquad [5.5.7]$$

En este modelo la ineficiencia técnica tiene efectos sobre las decisiones básicas de las empresas[32] con respecto a las técnicas de producción elegidas, las estructuras de capital... etc. Esto lo diferencia de los anteriores modelos de determinación de la eficiencia, y lo convierte en un modelo más rico y más abierto a distintas posibilidades que se pueden validar después mediante contrastes de hipótesis. Por esta razón, se ha decidido tomar este modelo de Huang y Liu (1984) como base sobre la que se plantea la

[31] A modo de ejemplo, si la eficiencia técnica de una explotación agraria depende de la experiencia en dicha actividad del agricultor (éste sería un determinante exógeno), esta influencia puede ser de mayor o menor intensidad dependiendo por ejemplo de la cantidad de abono empleada o el nivel de riego (estos serían inputs que multiplicarían a la variable exógena experiencia).

[32] Se puede demostrar que las productividades marginales, las relaciones técnicas de sustitución entre factores, etc. se ven afectadas por la ineficiencia técnica. Ver Huang y Liu (1994).

especificación de la ineficiencia, en la estimación que se va a realizar en el capítulo 9.

Finalmente, Battese y Coelli (1995) amplían el modelo de Huang y Liu para emplearlo con un panel, incluyendo entre las variables exógenas explicativas de la ineficiencia el tiempo, para poder estudiar la evolución temporal de ésta. Resulta como sigue:

$$\begin{aligned} \ln y_{it} &= \beta_0 + \sum_j \beta_j x_{jit} + v_{it} - u_{it} \\ u_{it} &= \delta' z_{it} + \eta_{it} \end{aligned} \qquad [5.5.8]$$

Sugieren entonces un modelo de eficiencia técnica explicado por factores específicos de las empresas, y que sigue una determinada evolución temporal. Entre las variables explicativas z_i, se pueden incluir también factores productivos, o productos cruzados de estos con las variables exógenas, como planteaban Huang y Liu.

Battese y Coelli sugieren la estimación de este modelo por máxima verosimilitud, maximizando la función:

$$\begin{aligned} \ln L = &-\frac{NT}{2}\ln 2\pi - NT\ln\sigma - \sum_i\sum_t \ln\Phi\left(\frac{\delta' z_{it}}{\sigma_u}\right) \\ &+ \sum_i\sum_t \ln\Phi\left(\frac{\delta' z_{it}}{\lambda\sigma} - \frac{\varepsilon_{it}\lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2}\sum_i\sum_t \frac{\varepsilon_{it} + \delta' z_{it}}{\sigma} \end{aligned} \qquad [5.5.9]$$

Este último se ha convertido en el modelo que se emplea con mayor frecuencia a la hora de estudiar los determinantes de la eficiencia.

5.6. LAS FUNCIONES DE DISTANCIA

Últimamente se han empezado a utilizar las funciones de distancia de productos para estudiar la eficiencia técnica en los casos de actividades multiproducto.

Siendo y_i el vector de producciones y x_i el vector de factores de una empresa, su función de distancia de productos $D_i^o(x_i, y_i\beta)$ sería, como vimos en el apartado 2.2.3.

$$D_i^o(x_i, y_i, \beta) = \left\{ \min \mu : \frac{y_i}{\mu} \in P(x_i) \right\} \qquad [5.6.1]$$

donde μ es un parámetro y $P(x_i)$ es el conjunto de posibilidades de producción. Esta función representa la máxima expansión que puede producirse en el vector de outputs y_i, dado un vector de inputs x_i. Se mide a través de un parámetro positivo que divide al vector de producciones, y que adopta un valor menor o igual que uno si el vector de productos pertenece al conjunto de posibilidades de producción.

Esta función equivale, como vimos en el capítulo 2, a una medida de eficiencia orientada hacia la producción, de tal forma que cuando una empresa es eficiente y alcanza la frontera, su función de distancia de productos vale uno, mientras que en el caso de que pudiera expandir su vector de producciones, su función de distancia tomaría un valor menor que uno.

La estimación de la eficiencia técnica a través de una función de distancia de outputs se realiza siguiendo los siguientes pasos:

Comenzamos planteando una función de distancia de outputs, como sigue:

$$D_i^o = D_i^o(x_i, y_i\beta) \qquad [5.6.2]$$

donde D_i^o es el valor de la función de distancia para la empresa *i*.. Se trata de un término no observable.

En términos logarítmicos, sería:

$$\ln D_i^o = \ln D_i^o(x_i, y_i\beta) \qquad [5.6.3]$$

A continuación, se transforma la expresión en otra estimable, aprovechando la propiedad de homogeneidad de grado uno en los productos de las funciones de distancia de outputs[33]. Se dividen los productos y el valor de la función por uno de los outputs que se toma como referencia[34], y resulta lo siguiente:

$$\ln\left(D_i^o / y_{mi}\right) = \ln D_i^o\left(x_i, \frac{y_i}{y_{mi}}\beta\right) \qquad [5.6.4]$$

Esta expresión puede rescribirse así:

$$\ln D_i^o - \ln y_{mi} = \ln D_i^o\left(x_i, \frac{y_i}{y_{mi}}\beta\right) \qquad [5.6.5]$$

y también así:

$$-\ln y_{mi} = \ln D_i^o\left(x_i, \frac{y_i}{y_{mi}}\beta\right) - \ln D_i^o \qquad [5.6.6]$$

En esta última expresión, el término $\ln D_i^o$ puede ser considerado como una variable aleatoria cuyo valor debe cumplir que $-\infty < \ln D_i^o \leq 0$. Llamando entonces $u_i = -\ln D_i^o$, tendríamos finalmente la siguiente expresión:

---

[33] Ver Cornes (1992) para una análisis detallado de las funciones de distancia y sus propiedades.

[34] Así lo hacen Coelli y Perelman (2000), Fuentes, Grifell-Tatjé y Perelman (1977), y Coelli y Perelman (1996) entre otros. Alternativamente a esta normalización, Kumbhakar (2000) propone dividir por la norma euclidiana del vector de productos $|y_i|$.

$$-\ln y_{mi} = \ln D_i^o\left(x_i, \frac{y_i}{y_{mi}}\beta\right) + u_i \quad \text{con} \quad u_i \geq 0 \qquad [5.6.7]$$

Por último, hay que elegir una forma funcional específica para la función de distancia. Se ha empleado en los trabajos realizados la función translog[35], por su conocido carácter flexible. La expresión resultaría entonces como sigue:

$$-\ln y_{mi} = \alpha_0 + \sum_l \alpha_l \ln y_{li}^* + \frac{1}{2}\sum_l \sum_p \alpha_{lp} \ln y_{il}^* \ln y_{pi}^* + \sum_j \beta_j \ln x_{ji} + \frac{1}{2}\sum_j \sum_k \beta_{jk} \ln x_{ji} \ln x_{ki} + \sum_l \sum_j \rho_{lj} \ln y_{li}^* \ln x_{ji} + u_i \qquad [5.6.8]$$

donde $y_{li}^* = y_{li}/y_{lm}$.

La estimación del modelo puede realizarse empelando varios métodos basados en los modelos de frontera analizados previamente. Algunos autores han utilizado el método de mínimos cuadrados corregidos[36] para obtener estimaciones de la frontera y el nivel de eficiencia. También es posible agregar una perturbación aleatoria que confiera carácter estocástico a la frontera, y contando entonces con un modelo de frontera estocástica, estimar por máxima verosimilitud.

[35] Esta función ha sido empleada por Lovell et al. (1994), Grosskopf et al (1997) y Coelli y Perelman (2000) entre otros.
[36] Por ejemplo, Coelli y Perelman (1999 y 2000)

6. EFICIENCIA ECONÓMICA Y FRONTERAS DE COSTES.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

6.1. INTRODUCCIÓN

Una manera alternativa de estudiar la eficiencia es a través de la función de costes, que es dual de la función de producción. En este caso la frontera de costes se constituye en la referencia con respecto a la cual se mide la eficiencia. Las empresas que no consigan el objetivo de minimizar costes, se situarán por encima de la frontera, y esto podrá deberse, como ya se ha explicado antes, tanto a ineficiencia técnica como a ineficiencia asignativa.

El análisis de las fronteras de costes, a diferencia del de las fronteras de producción, permite el estudio de la eficiencia en el caso en que las empresas obtengan varios productos al mismo tiempo. Esta capacidad para incorporar la actividad multiproducto, hace que el análisis resulte mucho más realista, y quizás más útil desde el punto de vista práctico.

Este capítulo se organiza de la siguiente manera: en el apartado 6.2 se inicia el análisis con la estimación de la eficiencia en

costes de forma genérica, para continuar en el apartado 6.3 presentando las diferentes propuestas que se han realizado para separar los dos componentes anteriormente mencionados que integran la eficiencia en costes: la eficiencia técnica y la eficiencia asignativa. Para finalizar, en el apartado 6.4 se generalizan los modelos estudiados a la estimación de un panel de datos.

6.2. LA FRONTERA DE COSTES

Cuando las empresas fallan en la consecución del objetivo de la minimización de los costes, se enfrentan a un coste superior al que determina la frontera. Esta última puede escribirse como sigue:

$$C(y_i, w_i, \beta)e^{v_i} \qquad [6.2.1]$$

donde y_i es el vector de productos, w_i el vector de precios de los factores y β el vector de parámetros. Por último, v_i es una perturbación aleatoria, que confiere a la frontera un carácter estocástico.

Aunque es posible definir una frontera de costes determinista, todas las razones que inducían a emplear una frontera de producción estocástica, y que fueron explicadas anteriormente, son de aplicación aquí también; por ello, las fronteras deterministas han quedado relegadas en el análisis empírico por las fronteras estocásticas y por esta razón el análisis que se realizará a continuación se centrará en el estudio de las fronteras estocásticas.

Si C_i es el coste efectivo de una empresa, podemos describirlo de la siguiente forma:

$$C_i = C(y_i, w_i, \beta)e^{(v_i+u_i)} \quad \text{con } u_i \geq 0 \qquad [6.2.2]$$

donde el término e^{u_i} refleja el incremento por encima de la frontera de costes por ineficiencia, siendo u_i una perturbación aleatoria no negativa.

A partir del modelo de frontera , se calcula la eficiencia en costes como sigue:

$$EC_i = \frac{C(y_i, w_i, \beta)e^{v_i}}{C_i} = \frac{C(y_i, w_i, \beta)e^{v_i}}{C(y_i, w_i, \beta)e^{(v_i+u_i)}} = e^{-u_i} \qquad [6.2.3]$$

Como ya se ha señalado anteriormente, las fronteras de costes permiten, al contrario de lo que ocurre con las fronteras de producción, analizar la eficiencia en los casos en que las empresas realizan una actividad multiproducto. Sin embargo, en el análisis que realizaremos a continuación vamos a considerar que se produce un único bien. Se trata de una simplificación meramente notacional, y podría generalizarse fácilmente al caso de varios productos empleando una función de costes apropiada, como la función translog (como tendremos oportunidad de comprobar en el apartado 6.3.3). La elección de una u otra función de costes no tiene ninguna incidencia en el análisis de la eficiencia que resultaría en cualquier caso idéntico.

Si suponemos (por simplicidad) que la función de costes es del tipo Cobb-Douglas, la frontera resultaría, en logaritmos, de esta forma:

$$\ln C_i = \beta_0 + \beta_y \ln y_i + \sum_j \beta_j \ln x_{ji} + v_i + u_i \qquad [6.2.4]$$

donde tenemos un modelo de frontera con un error compuesto $\varepsilon_i = v_i + u_i$.

Este modelo resulta muy similar al de frontera estocástica de producción, con la única diferencia de que el término de ineficiencia

viene precedido en este caso por un signo más. Por lo tanto, excepto por algún cambio de signo, todo el análisis del capítulo anterior acerca de la estimación de fronteras de producción estocásticas es aplicable a este caso.

En definitiva, se puede emplear en la estimación de la ecuación el método de mínimos cuadrados ordinarios modificados, o bien el de máxima verosimilitud. Para ello se requeriría simplemente algún cambio de signo sobre las expresiones obtenidas en el caso de la frontera de producción. A continuación se realiza un análisis más detallado.

En lo que se refiere a la estimación por mínimos cuadrados modificados, basta considerar que v_i sigue una distribución con media cero y varianza constante, y los dos componentes del error son independientes entre sí y de los regresores; se transforma entonces la ecuación a partir de la esperanza de u_i, μ, como sigue:

$$\ln C_i = (\beta_0 + \mu) + \beta_y \ln y_i + \sum_j \beta_j \ln x_{ji} + v_i + (u_i - \mu) \qquad [6.2.5]$$

y renombrando $\beta_0^* = (\beta_0 + \mu)$ y $u_i^* = (u_i - \mu)$, resulta:

$$\ln C_i = \beta_0^* + \beta_y \ln y_i + \sum_j \beta_j \ln x_{ji} + v_i + u_i^* \qquad [6.2.6]$$

Tras una estimación inicial por mínimos cuadrados ordinarios, para recuperar el término independiente del modelo original, β_0, es necesario estimar previamente la esperanza del término de ineficiencia, μ. Para ello, como hemos visto con anterioridad, se considera una distribución concreta para u_i, de tal forma que las expresiones de sus momentos centrados nos permitan encontrar un estimador de dicha media.

Si consideramos, en la forma habitual, que u_i sigue una distribución seminormal $N^+\left(0,\sigma_u^2\right)$, la esperanza adopta la siguiente expresión:

$$\mu = \frac{2\sigma_u^2}{\sqrt{2\pi}} \qquad [6.2.7]$$

y los momentos centrados de orden dos y tres de los errores responderían a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{\pi-2}{\pi}\sigma_u^2 + \sigma_v^2 \\ m_3 &= \sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(\frac{4}{\pi}-1\right)\sigma_u^3 \end{aligned} \qquad [6.2.8]$$

Despejando en m_3, se obtendría un estimador de σ_u^2, como éste:

$$\hat{\sigma}_u^2 = \pi\left(\frac{m_3}{\sqrt{2}(4-\pi)}\right)^{2/3} \qquad [6.2.9]$$

y sustituyendo en , se estimaría μ, como sigue:

$$\hat{\mu} = \frac{2\hat{\sigma}_u^2}{\sqrt{2\pi}} \qquad [6.2.10]$$

Con éste estimador, finalmente, se recuperaría el término independiente, de la forma siguiente:

$$\hat{\beta}_0 = \hat{\beta}_0^* - \frac{2\hat{\sigma}_u^2}{\sqrt{2\pi}} \qquad [6.2.11]$$

Como ya se ha analizado previamente, empleando la información sobre la distribución del término de ineficiencia desde el principio en la estimación, se aumenta la eficiencia de los estimadores; por eso resulta más eficiente estimar por máxima-

verosimilitud. Continuando con el supuesto de que el término de ineficiencia se distribuye como una seminormal $N^{+}\left(0,\sigma_u^2\right)$, y considerando además, que la perturbación aleatoria sigue una normal $N(0,\sigma_v^2)$, la función de verosimilitud del modelo , cuya obtención se detalla en el Apéndice, tendría la siguiente expresión, contando con N empresas en la muestra:

$$\ln L = \frac{N}{2}\ln(2/\pi) - N\ln\sigma + \sum_i\left[\ln\Phi\left(\frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma}\right)^2\right] \qquad [6.2.12]$$

donde se ha empleado la parametrización de Aigner et al (1977), según la cual, como ya hemos visto, $\lambda = \sigma_u/\sigma_v$, y $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$.

Una vez realizada la estimación, se calcula la eficiencia de cada empresa empleando la función de densidad condicionada $f\left(u|\varepsilon\right)$, siguiendo a Jondrow et al. (1982). En este caso, la función responde a la siguiente expresión, como puede consultarse en el Apéndice:

$$f\left(u|\varepsilon\right) = \frac{f\left(u,\varepsilon\right)}{f\left(\varepsilon\right)} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*\left[\Phi\left(\frac{\mu_*}{\sigma_*}\right)\right]}\exp\left[-\frac{1}{2\sigma_*^2}\left(u-\mu_*\right)^2\right] \qquad u \geq 0 \qquad [6.2.13]$$

donde $\mu_* = \sigma_u^2\varepsilon/\sigma^2$ y $\sigma_*^2 = \sigma_u^2\sigma_v^2/\sigma^2$. Resulta entonces la función de densidad de una variable normal de media μ_*, y varianza σ_*^2, truncada en cero.

Se suele emplear como un estimador puntual del término u_i, aunque no consistente, la media o bien la moda de esta función, que adquieren respectivamente las siguientes expresiones:

$$E(u_i|\varepsilon_i) = \mu_{*i} + \sigma_* \left[\frac{\phi(\mu_{*i}/\sigma_*)}{\Phi(\mu_{*i}/\sigma_*)} \right] = \sigma_* \left[\frac{\phi(\varepsilon\lambda/\sigma)}{\Phi(\varepsilon\lambda/\sigma)} \right] \quad [6.2.14]$$

y

$$M(u_i|\varepsilon_i) = \begin{cases} \varepsilon_i(\sigma_u^2/\sigma^2) & \text{si } \varepsilon_i \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad [6.2.15]$$

Con las predicciones individuales así obtenidas, se calculan los índices individuales de eficiencia, siguiendo la propuesta de Battese y Coelli (1988), como sigue:

$$ET_i = E[\exp(-u_i)|\varepsilon_i] = \frac{1-\Phi(\sigma_* - \mu_{*i}/\sigma_*)}{1-\Phi(-\mu_{*i}/\sigma_*)} \exp\left(-\mu_{*i} + \frac{1}{2}\sigma_*^2\right) \quad [6.2.16]$$

y la media de estas estimaciones individuales puede ser empleada como estimador de la eficiencia media de la muestra.

6.3. ESTIMACION DE LA EFICIENCIA TECNICA Y ASIGNATIVA POR SEPARADO

La estimación de una frontera de costes por sí sola permite obtener un índice de eficiencia global, pero no proporciona una medida por separado de los dos componentes que la integran: eficiencia técnica y asignativa. Los intentos de realizar esta separación han seguido varios caminos, y cada uno de ellos presenta algún tipo de limitación, o requiere algún supuesto simplificador, de forma que no existe un único método concluyente.

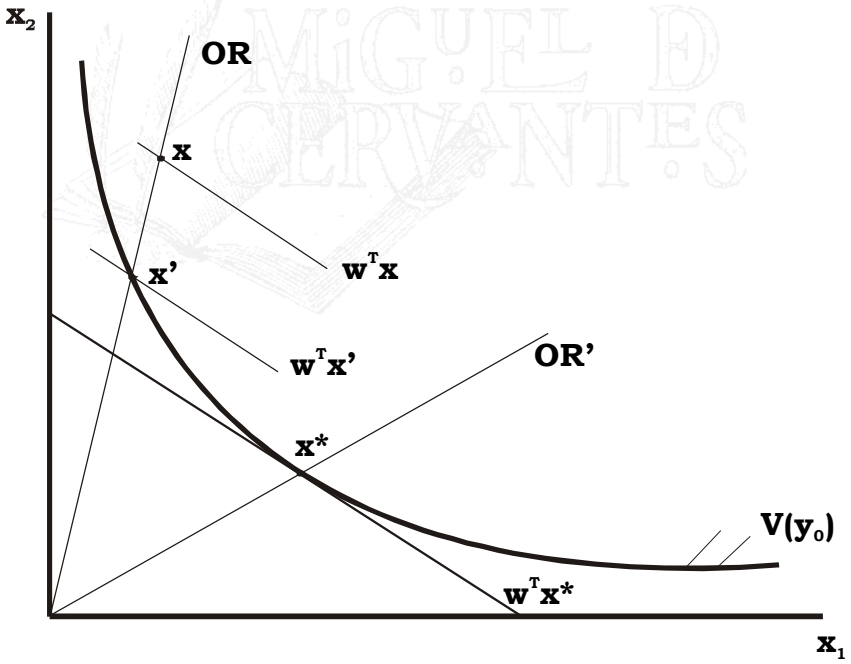
A continuación se analizan las propuestas más influyentes en este sentido, mostrando las limitaciones de cada una. Por un lado, se recoge el enfoque que realizan Kopp y Diwert (1982); por otro lado, se

analiza la propuesta, con una tecnología Cobb-Douglas, de Schmidt y Lovell (1979); para terminar, se agrupa a un conjunto de aportaciones que emplean una función de costes translog en torno al denominado problema de Greene. Pasamos a continuación a analizar cada una de estas propuestas.

6.3.1. El enfoque de Kopp y Diewert

El planteamiento que realizan Kopp y Diewert (1982) puede ser explicado, considerando que se emplean dos factores, a partir del análisis de la Gráfica 6.1, ya empleada en el apartado 3.2 y que reproducimos para facilitar la exposición.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES



Gráfica 6.1: *Eficiencia técnica y asignativa.*

Consideremos una empresa que emplea la combinación de factores x para producir el output y_0. Dada la tecnología existente

$V(y_0)$ y los precios de los inputs, w, la combinación óptima, desde el punto de vista teórico, para producir y_0 sería x^*.

De acuerdo con Farrell (1957), el vector de inputs x' sería el punto de referencia que nos permitiría distinguir la ineficiencia técnica de la ineficiencia asignativa. El objetivo por lo tanto es hallar dicha combinación x'.

Llamemos w' al vector de precios de los factores que convertirían a x' en la combinación óptima. Entonces x' nos daría las demandas condicionadas de los factores, y por lo tanto, en dicho punto se cumpliría el lema de Shephard. Es decir:

$$x_j' = \frac{\partial C(y,w',\beta)}{\partial w_j'} \qquad j = 1...m \qquad [6.3.1.1]$$

Por otro lado, las proporciones entre factores son las mismas en los puntos x' y x. Por lo tanto, se cumple que:

$$\frac{x_j'}{x_1'} = \frac{x_j}{x_1} \qquad j = 2...m \qquad [6.3.1.2]$$

Suponiendo que se cuenta con información sobre la cantidad empleada de cada factor, con y se forma un sistema de 2m-1 ecuaciones no lineales[37] en (x', w') y se normaliza suponiendo que $x_1' = 1$.

Una vez resuelto el sistema, y hallado x', se puede calcular el coste de la ineficiencia asignativa de la siguiente forma:

---

[37] Zieschang simplificó más tarde este sistema de 2m-1 ecuaciones al siguiente, compuesto por (m-1) ecuaciones:

$$\frac{\partial C(y,w',\beta)/\partial w_j'}{\partial C(y,w',\beta)/\partial w_1'} = \frac{x_j}{x_1} \qquad j = 1..m-1$$

que resulta más sencillo de resolver que el primero, sobre todo cuando el número de factores es elevado.

$$IA = \frac{w^T x^{'}}{w^T x^{*}} \qquad [6.3.1.3]$$

y de la ineficiencia técnica:

$$IT = \frac{w^T x}{w^T x^{'}} \qquad [6.3.1.4]$$

Aunque desde un punto de vista teórico esta solución es correcta, el empleo en la práctica de este método ocasiona múltiples problemas. Todo se debe a que para construir el sistema de ecuaciones es necesario conocer previamente la función de costes, pero éste es precisamente el problema al que nos enfrentamos: la estimación de una función de costes en presencia de ineficiencia, es decir, la estimación de la frontera.

Por ello, si la estimación previa de la función de costes no es buena, es posible que este método nos lleve a resultados económicamente incoherentes como precios negativos o efectos negativos sobre el coste por ineficiencia. En cualquier caso, hay que resolver un sistema de ecuaciones no lineales[38], cuya complejidad aumenta a medida que crece el número de factores empleados.

Kopp y Diewert aplicaron su propuesta al caso de una tecnología Cobb-Douglas partiendo de una frontera de producción que había sido estimada previamente y aprovechando la dualidad, obtuvieron la función de costes. También lo aplicaron a una función de costes translog, y en este caso partieron de una estimación mínimo cuadrática, que convirtieron en una frontera desplazándola hacia abajo hasta que todos los errores fueran positivos (mínimos cuadrados corregidos aplicados a una función de costes).

[38] Mensah (1994) desarrolló una aproximación lineal al sistema de ecuaciones no lineales.

6.3.2. El enfoque de Schmidt y Lovell

Schmidt y Lovell (1979) aprovecharon la dualidad existente en la práctica entre la función de producción y la de costes en el caso de la tecnología Cobb-Douglas. Con ella, realizaron la descomposición de la eficiencia en costes en sus dos componentes, como procedemos a describir a continuación.

Consideremos que se produce un único bien y que la tecnología se ajusta como hemos dicho a una función de producción Cobb-Douglas. Como ya hemos visto en el apartado 5.3, la frontera estocástica de producción, en logaritmos, adopta la siguiente forma:

$$\ln y_i = \beta_0 + \sum_j \beta_j \ln x_{ji} + v_i - u_i \qquad [6.3.2.1]$$

donde, u_i representa la ineficiencia técnica y v_i es una perturbación aleatoria.

La minimización del coste exige la elección de los factores en las proporciones adecuadas, lo que se exige que las relaciones marginales de sustitución técnica entre factores se igualen a los cocientes de sus precios. En logaritmos sería:

$$\ln\left(\frac{x_{ji}}{x_{1i}}\right) = \ln\left(\frac{\beta_1 w_{ji}}{\beta_j w_{1i}}\right), \qquad j = 2...m \qquad [6.3.2.2]$$

La existencia de ineficiencia asignativa hará que las proporciones empleadas se separen de las óptimas, y eso se expresa de la siguiente forma:

$$\ln\left(\frac{x_{ji}}{x_{1i}}\right) = \ln\left(\frac{\beta_1 w_{ji}}{\beta_j w_{1i}}\right) + \theta_{ji}, \qquad j = 2...m \qquad [6.3.2.3]$$

siendo θ_{ji} una perturbación aleatoria que refleja la influencia de la ineficiencia asignativa sobre las proporciones entre los factores x_j y x_1. Si esta perturbación adopta un valor positivo, esto estaría indicando la existencia de sobreutilización del factor x_j con relación a x_1, mientras que un valor negativo sería un síntoma de infrautilización del mismo.

Con las expresiones y se obtienen las ecuaciones de demanda de los factores, que pueden ser consultadas en Schmidt y Lovell (1994). Finalmente, a partir de éstas, se obtiene la frontera de costes, que resulta ser:

$$\ln C_i = K + \frac{1}{r}\ln y_i + \sum_j \frac{\beta_j}{r}\ln w_{ji} - \frac{1}{r}(v_i - u_i) + (E - \ln r) \quad [6.3.2.4]$$

donde:

$$E = \sum_{j=2}^{m} \frac{\beta_j}{r}\theta_{ji} + \ln\left[\beta_j + \sum_{j=2}^{m} \beta_j e^{-\theta_{ji}}\right].$$

y:

$$K = \ln \sum_j k_j = \ln r - \frac{\beta_0}{r} - \frac{1}{r}\ln\left[\prod_j \beta_j^{\beta_j}\right]$$

siendo, $k_j = \beta_j\left[e^{\beta_0}\prod_{j=1}^{m}\beta_j^{\beta_j}\right]^{-1/r}$, y $r = \sum_{j=1}^{m}\beta_j$, que mide los rendimientos de escala.

En la expresión se pueden distinguir los siguientes componentes: En primer lugar la parte determinista de la frontera de costes, que sería:

$$K + \frac{1}{r}\ln y_i + \sum_j \frac{\beta_j}{r}\ln w_{ji}$$

mientras que el componente aleatorio sería $-\frac{1}{r}v_i$.

El efecto de la ineficiencia técnica, que se mide orientada hacia la producción, se recoge en el término u_i/r. El coste de la ineficiencia asignativa queda reflejado por $(E - \ln r)$. Ambos términos son no negativos. El término correspondiente a la ineficiencia asignativa resulta cero cuando las proporciones de los factores son las óptimas, es decir, cuando $\theta_{ij} = 0$, $\forall i, j$.

Schmidt y Lovell proponen estimar el sistema compuesto por las ecuaciones y bajo el supuesto de que la producción es exógena. El sistema sería el siguiente:

$$\begin{aligned} &\ln y_i = \beta_0 + \sum_n \beta_j \ln x_{ji} + v_i - u_i \\ &\ln\left(\frac{x_{ji}}{x_{1i}}\right) = \ln\left(\frac{\beta_1 w_{ji}}{\beta_j w_{1i}}\right) + \theta_{ji} \qquad j = 2...M \end{aligned} \qquad [6.3.2.5]$$

Para abordar su estimación, consideran que v_i sigue una normal $N(0, \sigma_v^2)$, mientras que la ineficiencia técnica u_i, se distribuye según una seminormal $N^+(0, \sigma_u^2)$, ambas independientes entre sí e independientes del vector de perturbaciones $\theta_i = (\theta_{2i}...\theta_{Mi})'$, el cual sigue una distribución normal multivariante, $N(0, \Sigma)$. La independencia entre el error de la frontera de producción y los errores de las ecuaciones de proporciones resulta explicable porque aunque la ineficiencia técnica aumenta la demanda de los factores, lo hace de igual forma para todos, así que las proporciones de los mismos no se ven afectadas por ella.

Siendo $\varepsilon = v - u$, la función de verosimilitud del sistema resulta entonces el producto de las funciones de densidad de ε y de θ, y según Schmidt y Sieckles adopta la siguiente expresión:

$$\ln L = cte - I\ln\sigma - \frac{I}{2}\ln|\Sigma| + I\ln r - \frac{1}{2}\sum_i\left[\theta_i'\Sigma^{-1}\theta_i + \left(\frac{1}{\sigma^2}\right)\varepsilon_i^2\right] + \sum_i\left[1 - \Phi\left(\frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right)\right] \quad [6.3.2.6]$$

empleando la parametrización habitual: $\lambda = \sigma_u/\sigma_v$, $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$ y siendo Φ la función de distribución de una normal tipificada, y $r = \sum_j \beta_j$.

Una vez encontrados los estimadores máximo-verosímiles, el componente de ineficiencia técnica en la frontera de producción, u_i, se obtiene de la forma habitual, siguiendo el procedimiento de Jondrow et al. (1982) explicado en el apartado 5.3, y la eficiencia técnica, que en este caso estará orientada hacia la producción, se mide como $ET_i = e^{-u_i}$. Por otro lado, el efecto sobre el coste de la ineficiencia técnica se calcula a partir de la frontera de costes , como $\exp(u_i/r)$.

Por lo que respecta a la ineficiencia asignativa, los errores en las ecuaciones de proporciones, θ, permitirán calcular su efecto sobre el coste mediante la expresión $\exp(E - \ln r)$.

Schmidt y Lovell analizaron una extensión[39] interesente del modelo, consistente en considerar que la ineficiencia asignativa

[39] Schmidt y Lovell (1980) contemplaron también la estimación en el caso en que la ineficiencia técnica y asignativa estuvieran correlacionadas, y aquellas empresas que resulten menos eficientes en el aspecto técnico, también combinen los factores en unas proporciones más alejadas de las óptimas, resultando entonces más ineficientes asignativamente. Esta hipótesis implicaría considerar la siguiente distribución de los errores del sistema:

adquiere un carácter sistemático, es decir, si algún factor resulta siempre sobreutilizado o infrautilizado; esta posibilidad se reflejaría en las ecuaciones de proporciones de los factores mediante una distribución de media distinta de cero, - θ_i que se distribuye $N(\mu, \Sigma)$-. La estimación resulta en este caso similar, salvo un cambio menor en la función de verosimilitud, y posteriormente se puede contrastar si $\mu = 0$, en cuyo caso volveríamos al modelo inicial en el que la ineficiencia asignativa tienen un carácter meramente aleatorio.

Para finalizar, conviene resaltar que las ecuaciones de proporciones planteadas en están formuladas con un carácter determinista, ya que el ruido aleatorio no aparece recogido por una perturbación específica. Esto hace que su efecto se refleje en la perturbación θ_{ji}, por lo cual ésta en el fondo recoge una mezcla de ineficiencia asignativa y ruido aleatorio. Este problema, sin embargo, puede ser solventado con la utilización de un panel de datos, como explicaremos más adelante.

6.3.3. Otros enfoques. El problema de Greene.

Representemos ahora la tecnología productiva a través de una función de costes flexible como la función translog, a partir de la cual no puede obtenerse una función de producción dual. La parte determinista de la frontera respondería a la siguiente expresión:

$$\begin{pmatrix} |u| \\ \theta \end{pmatrix} \text{ i.i.d. } N\left[\begin{pmatrix} 0 \\ \mu \end{pmatrix}, \Sigma\right]$$

siendo la matriz de varianzas-covarianzas $\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_u^2 & \Sigma_{u\theta} \\ \Sigma_{u\theta}' & \Sigma_{\theta\theta} \end{pmatrix}$.

En el caso en que $|u|$ resulte correlacionado con θ_j, entonces u estará correlacionada con $|\theta_j|$, y así, los dos tipos de eficiencia resultarían correlacionados ya que la ineficiencia asignativa hace que las proporciones empleadas de los factores se alejen de las óptimas, pero la dirección no resulta relevante. En el caso en que no haya correlación, el modelo converge al inicial.

$$\ln C = \beta_0 + \sum_l \alpha_l \ln y_l + \sum_j \beta_j \ln w_j + \frac{1}{2}\sum_l \sum_p \alpha_{lp} \ln y_l \ln y_p + \frac{1}{2}\sum_j \sum_k \beta_{jk} \ln w_j \ln w_k + \sum_n \sum_j \rho_{lj} \ln y_l \ln w_j \quad [6.3.3.1]$$

Las demandas condicionadas de los factores, es decir, las que minimizan el coste, se obtienen derivando en la función de costes respecto a los precios de los factores, de acuerdo con el lema de Shephard:

$$\frac{\partial C(y,w,\beta)}{\partial w_j} = x_j(y,w,\beta), \qquad j = 1...m \quad [6.3.3.2]$$

De la misma forma, si derivamos en logaritmos[40], obtenemos las participaciones en el coste de los distintos factores, S_j:

$$\frac{\partial \ln C(y,w,\beta)}{\partial \ln w_j} = \frac{w_j x_j(y,w,\beta)}{C(y,w,\beta)} = S_j(y,w,\beta), \quad j = 1...m \quad [6.3.3.3]$$

La estimación habitual, propuesta por Christensen y Greene (1976), consiste en formar un sistema compuesto por la función de costes y las ecuaciones de participación de los factores, como sigue:

$$\begin{aligned} \ln C_i &= \beta_0 + \sum_l \alpha_l \ln y_{li} + \sum_j \beta_j \ln w_{ji} + \frac{1}{2}\sum_l \sum_p \alpha_{lp} \ln y_{li} \ln y_{pi} \\ &\quad + \frac{1}{2}\sum_j \sum_k \beta_{jk} \ln w_{ji} \ln w_{ki} + \sum_l \sum_j \rho_{lj} \ln y_{li} \ln w_{ji} + v_i \quad [6.3.3.4] \\ S_{ji} &= \beta_j + \beta_{jk} \ln w_{ki} + \rho_{lj} \ln y_{li} + \xi_{ji} \qquad j = 1...m-1 \end{aligned}$$

siendo v_i y ξ_{ji} perturbaciones aleatorias, y excluyendo una ecuación de participación, ya que la suma de todas es uno, y la ultima se puede obtener a partir de las demás[41].

[40] Se cumple que $\partial \ln C/\partial \ln w_j = (w_j/C)(\partial C/\partial w_j)$.

Si se tiene en cuenta la posibilidad de ineficiencia, el sistema resultaría como sigue:

$$\begin{aligned} \ln C_i &= \beta_0 + \sum_l \alpha_l \ln y_{li} + \sum_j \beta_j \ln w_{ji} + \frac{1}{2}\sum_l \sum_p \alpha_{lp} \ln y_{li} \ln y_{pi} \\ &+ \frac{1}{2}\sum_j \sum_k \beta_{jk} \ln w_{ji} \ln w_{ki} + \sum_l \sum_j \rho_{lj} \ln y_{li} \ln w_{ji} \qquad [6.3.3.5] \\ &+ v_i + u_i \\ S_{ji} &= \beta_j + \beta_{jk} \ln w_{ki} + \rho_{lj} \ln y_{li} + \theta_{ji} \qquad j = 1 \ldots m-1 \end{aligned}$$

donde u_i es el componente de ineficiencia en la frontera de costes, ya sea su origen de carácter técnico o asignativo, y los θ_{ji} representan desviaciones respecto de la participación óptima de los factores debidas a la ineficiencia asignativa o simplemente error aleatorio.

En los trabajos que se van a analizar a continuación se ha simplificado la interpretación de los θ_{ji}, asociándolos únicamente a la ineficiencia asignativa (igual que ocurría en el modelo de Schmidt y Lovell anteriormente estudiado). Esto constituye un aspecto polémico de estos modelos, que algunos autores han tratado de solventar, como analizaremos más adelante.

Como las desviaciones por ineficiencia asignativa provocan un aumento en el coste, existe una correlación entre u_i y los θ_{ji}. Esto se conoce con el nombre del problema de Greene, ya que fue este autor quien lo hizo notar por primera vez (Greene, 1980b). Se trata de un problema de carácter econométrico, que ha sido solventado empíricamente a través de diversas aproximaciones. Básicamente, todas ellas siguen el mismo planteamiento: El término de ineficiencia se separa en los dos componentes que lo integran, técnico y asignativo, $u_i = u_{Ai} + u_{Ti}$, resultando entonces:

---

[41] La estimación por máxima verosimilitud o a través de un SUR ofrece el mismo resultado independientemente de cual sea la ecuación de participación rechazada.

$$\ln C_i = \beta_0 + \sum_l \alpha_l \ln y_{li} + \sum_j \beta_j \ln w_{ji} + \frac{1}{2}\sum_l \sum_p \alpha_{lp} \ln y_{li} \ln y_{pi}$$
$$+ \frac{1}{2}\sum_j \sum_k \beta_{jk} \ln w_{ji} \ln w_{ki} + \sum_l \sum_j \rho_{lj} \ln y_{li} \ln w_{ji} \qquad [6.3.3.6]$$
$$+ v_i + u_{Ai} + u_{Ti}$$
$$S_{ji} = \beta_j + \beta_{jk} \ln w_{ki} + \rho_{lj} \ln y_{li} + \theta_{ji} \qquad j = 1...m-1$$

y el componente asignativo, u_{Ai}, se aproxima a través de una especificación cuadrática, a partir de las desviaciones de las participaciones de los factores. El carácter cuadrático de dicha aproximación se debe al hecho de que es el valor absoluto, esto es, la cuantía de las desviaciones, lo que determina el aumento del coste, y no la dirección en que éstas se producen.

El primero en proponer una especificación de este tipo fue Schmidt (1984), quien consideró lo siguiente:

$$u_{Ai} = \theta_i' F \theta_i \qquad [6.3.3.7]$$

siendo $\theta_i = (\theta_{1i}...\theta_{mi})'$ y F una matriz de orden mxm semidefinida positiva.

El problema radica en encontrar los elementos de la matriz F, sobre lo que diversos autores han realizado diferentes aportaciones. Repasamos a continuación las más interesantes.

El mismo Schmidt (1984), sugirió la conveniencia de construir la matriz F de tal forma que, considerando que θ_i se distribuía siguiendo una normal multivariante $N(0,\Sigma)$, la perturbación u_{Ai} resultante de la expresión siguiera una

distribución concreta[42], con una función de densidad conocida. De este modo, suponiendo que v_i sigue una normal $N\left(0,\sigma_v^2\right)$, y considerando una distribución apropiada para el término de ineficiencia técnica u_{Ti}, - una seminormal $N^+\left(0,\sigma_{u_T}^2\right)$, por ejemplo-, con las funciones de densidad de v_i, u_{Ai}, u_{Ti} y θ_i se podría construir la función de verosimilitud del sistema y maximizarla para encontrar los estimadores máximo-verosímiles.

Melfi (1984), sin embargo, mostró cómo la elección de la matriz *F* en la expresión podía simplificarse ya que, al plantear el término u_{Ai} en función de θ_i, una vez que se conocen estas desviaciones, el término u_{Ai} resulta fijo, y no hay que considerar para él ninguna distribución en la estimación máximo-verosímil. Por lo tanto, la función de verosimilitud del sistema se convierte en el producto de las funciones de densidad de un término de error compuesto en la frontera, $u_{Ti}+v_i$, y de las desviaciones en las ecuaciones de participación, θ_i.

Esto quiere decir que la elección de *F* no está condicionada por la necesidad de encontrar una distribución para u_{Ai}. Melfi propuso, entonces, la elección de una matriz sencilla[43], la matriz identidad, I_m. De esta forma, el término u_{Ai} se convierte en la suma de los cuadrados de las desviaciones asignativas.

Bauer (1985) resaltó más tarde que con esta especificación el término u_{Ai} adquiría una tendencia sistemática hacia cero, ya que las desviaciones en valor absoluto son siempre menores que uno. Por

---

[42] Concretamente, Schmidt propuso tomar la matriz $F = D^{1/(M-1)}\Sigma^+$, siendo D el producto de los valores propios de Σ distintos de cero, y Σ^+ la inversa generalizada de Σ. Con esta formulación, u_{Ai} resulta correlacionado positivamente con $\left|\theta_{ij}\right|$ para cualquier valor de j, y se distribuye siguiendo una χ^2. Esta propuesta, sin embargo, no fue llevada a la práctica por la complejidad que presentaba la estimación.

lo tanto, sugirió la conveniencia de ponderar la suma de los cuadrados de las desviaciones a través de un parámetro que fuera objeto de estimación, c, estableciendo así, $F = cI_m$.

Este autor contempló además la posibilidad de que θ_i siguiera una distribución con un vector de medias distinto de cero, interpretándose igual que ocurría en Schmidt y Lovell (1979) como evidencia de ineficiencia asignativa sistemática.

Más tarde, Kumbhakar (1991) obtenía los elementos de la matriz F a partir de los parámetros de la frontera. Este autor consideró que como cada ecuación de participación se obtiene derivando en la frontera de costes respecto al logaritmo del precio de cada factor, dicha derivada adquiere la siguiente expresión[44]:

$$S_{ji} = S_{ji}(y_i, w_i, \beta) + \frac{\partial u_{Ai}}{\partial \ln w_j}, \quad j = 1...m \qquad [6.3.3.8]$$

y llama $\theta_{ji} = \partial u_{Ai} / \partial \ln w_{ji}$, resultando las ecuaciones de participación habituales:

$$S_{ji} = S_{ji}(y_i, w_i, \beta) + \theta_{ji}, \quad j = 1...m \qquad [6.3.3.9]$$

De esta forma, los elementos de la matriz F no son arbitrarios, sino que deberán permitir que se cumpla que $\partial \theta_i' F \theta_i / \partial \ln w_{ji} = \theta_{ji}$ para cualquier valor de i y de j. Esto implica que dichos elementos adquieren finalmente una expresión[45] que depende de los parámetros de la frontera. Por lo tanto, para garantizar que la matriz F sea semidefinida positiva, este autor

[43] Supuso además que no existía correlación entre las desviaciones asignativas.

[44] Ya que ni v_i ni u_{Ti} dependen de los precios de los factores pero la ineficiencia asignativa sí.

[45] Ver Kumbhakar (1991) para más detalles sobre la obtención de los elementos de la matriz F y las restricciones sobre los parámetros de la frontera que se derivan.

concluye que es necesario imponer condiciones restrictivas sobre los parámetros de la frontera.

Como ya se indicó anteriormente, en todos las aproximaciones que hemos analizado hasta ahora, las ecuaciones de participación tienen un carácter determinista. De forma similar a lo que ocurría en el apartado 6.3.2 con las ecuaciones de proporciones, la perturbación de las ecuaciones de participación se interpreta únicamente como la desviación que se produce por ineficiencia. El ruido aleatorio, sin embargo, no se especifica por separado y por tanto, θ_{ij} recoge en realidad una mezcla de ambas cosas (ineficiencia asignativa y error aleatorio). Esto pone en entredicho los resultados de Kumbhakar, ya que su planteamiento se basa en una identificación entre θ_{ij} y $\partial u_{Ai}/\partial \ln \omega_{ji}$.

Tan solo Ferrier y Lovell (1990) desarrollaron un modelo en el que se contempla de forma separada en el término de error de las ecuaciones de participación los dos componentes que lo integran: la desviación por ineficiencia asignativa, θ_j, y un componente aleatorio, ξ_{ij}. Lo hacen de la siguiente forma:

$$\theta_{ij} = \theta_j + \xi_{ij} \qquad [6.3.3.10]$$

El componente de ineficiencia de las desviaciones viene recogido en un parámetro, θ_j, distinto para cada factor pero común a todas las empresas; por lo tanto, el modelo presenta la limitación de que todas ellas tienen la misma ineficiencia asignativa. Esta limitación sin embargo puede ser superada, como veremos más adelante, con el empleo de un panel de datos.

La relación con el término de ineficiencia de la frontera sería:

$$u_{Ai} = \theta' F \theta \qquad [6.3.3.11]$$

siendo en este caso $\theta = (\theta_1 ... \theta_m)'$ y F una matriz diagonal integrada por parámetros positivos. Bajo los supuestos de distribución habituales para u_{Ti} y v_i, consideran que θ_{ij} sigue una normal $N(\theta_j, \sigma_\theta^2)$ y estiman por máxima verosimilitud.

Para terminar, en un trabajo reciente, Kumbhakar (1997) realiza con el sistema de costes translog un desarrollo analítico que permite calcular, sin el empleo de ninguna aproximación, el término de ineficiencia asignativa, u_{Ai}, a partir de las desviaciones en las ecuaciones de participación. Sin embargo, no lleva a cabo ninguna estimación empírica, y en Kumbhakar y Lovell (2000) reconoce la dificultad extrema de su realización. En todo caso, propone una simplificación que implicaría considerar la ineficiencia asignativa específica de cada factor pero común a todas las empresas, llegando a un modelo similar al anteriormente explicado de Ferrier y Lovell.

Siguiendo cualquiera de las aproximaciones que hemos expuesto en este apartado, una vez concluida la estimación los índices de eficiencia individuales para cada empresa se calculan de la siguiente manera:

En lo que se refiere a la eficiencia asignativa se estima el término u_{Ai} a partir de los errores de las ecuaciones de participación empleando la aproximación del modelo elegido. Posteriormente, la eficiencia asignativa se mide a través de la siguiente expresión:

$$EA_i = \exp(-\hat{u}_{Ai}) \qquad [6.3.3.12]$$

En el caso de la eficiencia técnica se calcula la función de densidad condicionada $f(u_T|\varepsilon)$, siendo $\varepsilon = u_T + v$, y siguiendo la propuesta de Jondrow et al. (1982), se emplea como estimador del

término u_{Ti} la media o la moda de dicha distribución[46]. Finalmente, los índices individuales de eficiencia se calculan a través de la siguiente expresión:

$$ET_i = \exp\left[- E\left(u_{Ti} | \varepsilon_i\right)\right] = \exp\left(- u_{Ti}\right) \qquad [6.3.3.13]$$

Por último, los índices de eficiencia globales (eficiencia económica) se calculan a partir del producto de los dos índices anteriormente hallados:

$$EE_i = \exp\left[- \left(\hat{u}_{Ti} + \hat{u}_{Ai}\right)\right] \qquad [6.3.3.14]$$

BIBLIOTECA VIRTUAL

6.4. DATOS DE PANEL

Al igual que ocurría con la estimación de una frontera de producción, el uso de datos de panel permite la estimación de una frontera de costes sin imponer ningún supuesto acerca de la distribución que siguen los términos del error, ni ser requerida la independencia con respecto a los regresores del término de ineficiencia. Esta flexibilidad puede ser especialmente útil en los casos frecuentes en los que la ineficiencia está relacionada positivamente con el tamaño de la empresa.

En el caso en que la ineficiencia pueda ser considerada constante en el tiempo, la formulación de una frontera de costes cuando tenemos una función Cobb-Douglas, resultaría como sigue:

$$\ln C_{it} = \beta_0 + \beta_y \ln y_{it} + \sum_j \beta_j \ln x_{jit} + v_{it} + u_i \qquad u_i \geq 0 \qquad [6.4.1]$$

donde el subíndice *i* hace referencia a la empresa (*i=1...n*) y *t* al tiempo (*t=1...T*).

[46] Las expresiones correspondientes a la función de densidad condicionada, la

Se trata de un modelo similar al presentado en el apartado 5.4.1 para una frontera de producción, y por lo tanto, el análisis realizado allí resulta válido para el caso de las fronteras de costes, salvo algunos cambios de signo. La ecuación puede ser estimada por lo tanto, por efectos fijos, efectos aleatorios y máxima verosimilitud. Como ya vimos, la elección entre un método u otro puede ser facilitada mediante el test propuesto por Hausman y Taylor (1981).

Por otro lado, si el panel es largo en el tiempo, y no resulta aconsejable mantener el supuesto de ineficiencia constante en el tiempo, se puede plantear la frontera de la siguiente forma:

$$\ln C_{it} = \beta_0 + \beta_y \ln y_{it} + \sum_j \beta_j \ln x_{jit} + v_{it} + u_{it} \qquad u_{it} \geq 0 \qquad [6.4.2]$$

donde el término de ineficiencia u_{it} varía entre empresas y con el tiempo. En la estimación se puede emplear cualquiera de los modelos con ineficiencia variante en el tiempo descritos para el caso de las fronteras de producción en el apartado 5.4.2.

En lo que se refiere a los sistemas de ecuaciones analizados en los apartados 6.3.2 y 6.3.3, la estimación con datos de panel va a permitir especificar por separado el ruido aleatorio, ya sea en las ecuaciones de proporciones cuando se trata de un sistema Cobb-Douglas, ya sea en las ecuaciones de participación si hablamos de un sistema translog.

En lo que se refiere al sistema de ecuaciones Cobb-Douglas, Schmidt (1988) adaptó el sistema propuesto por Schmidt y Lovell (1979) y recogido en la expresión , a un contexto de datos de panel. Resulta como sigue:

---

esperanza y la moda, pueden encontrarse en el Apéndice, cuando se supone para el término u_{Ti} las distribuciones seminormal, normal-truncada y exponencial.

$$\ln y_{it} = \beta_0 + \sum_j \beta_j \ln x_{jit} + v_{it} - u_i$$
$$\ln\left(\frac{x_{jit}}{x_{1it}}\right) = \ln\left(\frac{\beta_1 w_{jit}}{\beta_j w_{1it}}\right) + \theta_{ji} + \xi_{jit} \qquad j = 2...m \qquad [6.4.3]$$

donde la ineficiencia técnica, u_i, es constante en el tiempo, y las dos perturbaciones en las ecuaciones de proporciones reflejan por un lado ineficiencia asignativa específica de cada factor y cada empresa, aunque constante en el tiempo (θ_{ji}), y por otro, ruido aleatorio (ξ_{jit}).

Las ecuaciones de demanda de los factores, que se obtendrían a partir del sistema , en logaritmos serían:

$$\ln x_{1it} = \ln k_1 + \frac{1}{r}\ln y_{it} + \sum_{k=1}^{m}\frac{\beta_k}{r}\ln[w_{kit}/w_{1it}]$$
$$-\frac{1}{r}(v_{it} - u_i) + \sum_{k=2}^{m}\frac{\beta_k}{r}(\theta_{ki} + \xi_{ki})$$
$$\ln x_{jit} = \ln k_j + \frac{1}{r}\ln y_{it} + \sum_{k=1}^{m}\frac{\beta_k}{r}\ln[w_{kit}/w_{jit}] \qquad [6.4.4]$$
$$-\frac{1}{r}(v_{it} - u_i) - \theta_{ji} - \xi_{jit} + \sum_{k=2}^{m}\frac{\beta_k}{r}(\theta_{ki} + \xi_{kit}) \qquad j = 2...m$$

siendo $k_j = \beta_j\left[e^{\beta_0}\prod_{j=1}^{m}\beta_j^{\beta_j}\right]^{-1/r}$ y $r = \sum_{j=1}^{m}\beta_j$, que mide los rendimientos de escala.

Schmidt muestra como puede realizarse la estimación de este sistema por efectos fijos, efectos aleatorios o máxima verosimilitud.

Finalmente, en lo que se refiere al sistema de costes translog, la utilización de datos de panel introduce mayor flexibilidad en la especificación del error asignativo. El modelo de Ferrier y Lovell (1990) quedaría planteado así:

$$\begin{aligned} \ln C_{it} &= \ln C(y_{it}, w_{it}, \beta) + u_{Ai} + u_{Ti} + v_{it} \\ S_{ji} &= S_{ji}(y_i, w_i, \beta) + \theta_{ji} + \xi_{jit} \qquad j = 2...m \end{aligned} \qquad [6.4.5]$$

donde las ineficiencias son constantes en el tiempo y los errores asignativos en las ecuaciones de participación son también constantes en el tiempo, pero distintas para cada empresa y cada factor.

Con las hipótesis habituales de distribución, $v_{it} \to N(0, \sigma_v^2)$, $u_{Ti} \to N^+(0, \sigma_u^2)$ y $\xi_{jit} \to N(0, \Sigma)$, el sistema puede estimarse por máxima verosimilitud.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

PARTE III

BIBLIOTECA VIRTUAL

LA EFICIENCIA HOSPITALARIA EN ESPAÑA

7. INTRODUCCIÓN

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

7.1. LA RED HOSPITALARIA ESPAÑOLA Y SUS FUENTES DOCUMENTALES

La red pública sanitaria que constituye el Sistema Nacional de Salud tiene un carácter fragmentado, debido a las peculiaridades del proceso autonómico reciente de nuestro país. Este proceso ha hecho que algunas autonomías hayan ido recibiendo, procedentes del gobierno central, competencias en materia de sanidad. Como consecuencia, han desarrollado sus respectivos servicios de salud, a través de los cuales han asumido la gestión de los centros de atención primaria y hospitalaria pertenecientes al Sistema, radicados en su comunidad. Así ha ocurrido en Andalucía, Canarias, Cataluña, Comunidad Valenciana, Galicia, Navarra y País Vasco.

En el resto de comunidades autónomas, es decir, Aragón, Asturias, Baleares, Cantabria, Castilla-La Mancha, Castilla y León, Extremadura, Madrid, Murcia, La Rioja, Ceuta y Melilla, sin competencias sanitarias (aunque algunas como Castilla y León se encuentran en negociaciones para conseguirlas), el INSALUD gestiona directamente la red básica de atención sanitaria.

Del conjunto del Sistema Nacional de Salud, el estudio de la eficiencia se ha centrado con preferencia en el campo de la atención hospitalaria, mientras que otros ámbitos como la atención primaria han sido objeto de una atención mucho menor. Probablemente esto haya sido inducido por la disponibilidad de datos, que si bien no es abundante en el caso de los hospitales, resulta claramente insuficiente en otros ámbitos.

Para el estudio de la eficiencia hospitalaria, la fuente primordial de información la constituye la *Estadística de Establecimientos Sanitarios con Régimen de Internado* (EESRI). Se trata de una encuesta con carácter anual, que realiza el INE a todos los centros hospitalarios del país. Contiene información relativa a la actividad realizada (altas, días de estancia, consultas, pruebas médicas...), personal empleado, ingresos y gastos. Por otro lado, existen fuentes de información complementaria, como las *Memorias Provinciales* que edita el INSALUD, con información sobre los centros que gestiona directamente, y las *Memorias de Gestión* que publican ciertos hospitales de forma individual. En estas memorias se incluye gran parte de la información contenida en la EESRI, complementada en algunas ocasiones con datos adicionales sobre la actividad hospitalaria como servicios concertados con centros privados, diagnósticos más frecuentes, desglose de los gastos por servicios, etc. Sin embargo, estas memorias constituyen una fuente de información muy dispersa y, debido a su edición limitada, son de acceso muy restringido.

De todos los centros hospitalarios, los más representativos son los que tienen una finalidad general. Se entiende por tales, los que no destinan un porcentaje superior al 60% de sus camas a una determinada especialidad. Por otro lado, son los centros que pueden resultar más homogéneos entre sí, algo que resulta muy importante a la hora de realizar comparaciones entre ellos para evaluar la eficiencia de cada uno. Por ello, estos centros han constituido el

objeto de una parte importante de los estudios de eficiencia realizados en España.

En el apartado 7.2 se realizará un breve análisis de los trabajos más señalados que se han publicado acerca de la eficiencia hospitalaria, poniendo especial énfasis en los que se refieren a hospitales españoles. Para terminar este capítulo, nos detendremos en el análisis de un problema central en los estudios de eficiencia hospitalaria, que es el de la medida del producto; este tema se trata en el apartado 7.3.

Los dos capítulos finales, 8 y 9, serán los dedicados a exponer las estimaciones que constituyen el trabajo central de esta tesis. En el capítulo 8 se trabaja con un modelo de eficiencia en costes para los hospitales gestionados por el INSALUD, con el objetivo de cuantificar los dos componentes integrantes de dicha eficiencia (el de eficiencia técnica y el de eficiencia asignativa). Finalmente, en el capítulo 9 se retoma el mismo modelo introduciendo como novedad fundamental, el estudio de los determinantes de la ineficiencia técnica.

7.2. ANTECEDENTES BIBLIOGRAFICOS

Un estudio inicial de los costes hospitalarios, de gran influencia en nuestro país, es el que realizó Feldstein (1967) sobre el Servicio Nacional de Salud británico. En él, este autor definió un índice[47] de "costosidad", C_i^*, que se calcularía para cada hospital a partir del cociente entre su coste medio por caso, c_i, y el coste medio esperado, $\hat{c}_i$:

$$C_i^* = c_i / \hat{c}_i \qquad [7.2.1]$$

[47] Este índice de costosidad ha sido calculado para los hospitales españoles por Wagstaff (1989).

El coste medio esperado se define como el coste medio que se obtendría, dada la distribución de casos del hospital, si los costes en cada categoría de casos fueran los de la media de la muestra. Dicho coste medio esperado se calcula mediante una estimación mínimo-cuadrática:

$$c_i = \beta_0 + \sum_j \beta_j x_{ij} + u_i \qquad [7.2.2]$$

siendo x_j la proporción de pacientes que se incluyen en la categoría j-ésima de casos, y u_i una perturbación aleatoria.

En lo que se refiere al estudio de la actividad productiva hospitalaria, las primeras aproximaciones se han realizado a través de la estimación econométrica de funciones de comportamiento, que difícilmente podrían denominarse funciones de costes, ya que no responden a una fundamentación microeconómica. En este ámbito podemos incluir los trabajos de Evans (1971), Evans y Walker (1972) y Lave y Lave (1970 y 1972). En ellos se lleva a cabo una regresión de los costes sobre variables explicativas como los casos admitidos en diferentes servicios, el número de camas, la duración media de la estancia (el número de días que por término medio permanecen los enfermos en el hospital), o el índice de rotación (número de pacientes que por término medio ocupan una cama en un año).

Más adelante, comenzaron a emplearse funciones de costes bien fundamentadas, con las que se abordó el estudio de las relaciones tecnológicas que caracterizan la actividad hospitalaria. Así lo hacen entre otros, Cowing, Holtman y Powers (1983), Cowing y Holtman (1983), Conrad y Strauss (1983), Granneman, Brown y Pauly (1986), Koop y Carey (1994), Vita (1990) y Vitaliano (1987).

Finalmente, los métodos de frontera analizados en los capítulos precedentes se han empleado en el estudio de la eficiencia hospitalaria en trabajos como Grosskopf y Valdmanis (1987),

Burgess y Wilson (1993) Ozkan y Luke (1993), Zuckerman et al. (1994), Grosskopf et al. (1995) y Magnusesen (1996), entre otros.

Los estudios económicos sobre la actividad hospitalaria en España cuentan ya con una cierta tradición. Este es el caso de Puig Junoy (1988a), que estima una función de costes que podríamos incluir en la línea de "funciones de comportamiento" antes aludida para los hospitales gestionados por el INSALUD. López-Casasnovas y Wagstaff (1988), estudian las combinaciones de factores empleadas por estos centros a partir de las estimaciones de una función de producción Cobb-Douglas y una función translog. Otros trabajos se centran en el estudio de aspectos concretos de la actividad hospitalaria, como López-Casasnovas (1985) o López-Casasnovas y Sáez (1999) que estudian la repercusión sobre los costes de la realización por parte del hospital de actividad docente.

La metodología de frontera fue empleada por primera vez para estudiar la eficiencia de los hospitales españoles por Wagstaff (1989) y más tarde, por Ley (1991). El primero analizó mediante una frontera estocástica de costes la eficiencia de los hospitales gestionados por el INSALUD, mientras que el segundo empleó el análisis de envolvimiento de datos (AED) para analizar la eficiencia de una muestra de hospitales de gestión tanto pública como privada.

Continuando la línea iniciada por Wagstaff (1989), la eficiencia de los hospitales del INSALUD ha sido objeto de sucesivos análisis. Este mismo autor, junto a López-Casasnovas, seleccionó una muestra de 38 hospitales, cuya eficiencia fue estudiada en el periodo comprendido entre 1982 y 1986, a través de dos trabajos consecutivos: López-Casasnovas y Wagstaff (1992 y 1993). Más tarde, empleando la misma muestra (aunque algo reducida), Quintana (1995) estudió su eficiencia en el periodo 1984-1990. En todos ellos, el análisis se realizó a través de una frontera estocástica

de costes y los resultados atribuyen a la ineficiencia un porcentaje comprendido entre un 35 y un 45% del coste por caso.

Más tarde, con una muestra más amplia, González y Barber (1996) continuaron el estudio de la eficiencia de los hospitales del INSALUD, esta vez para el periodo 1991-1993, empleando ambas metodologías, frontera estocástica de costes y AED. Por otro lado, Ventura y González (1999) centraron el análisis en el periodo 1993-1996, y en la eficiencia técnica, empleando en este caso el AED. En estos dos últimos trabajos se constata una tendencia hacia la mejoría a lo largo del tiempo del grado de eficiencia hospitalaria en el INSALUD.

El análisis de envolvimiento de datos, por otro lado, se ha empleado con mucha frecuencia en los estudios que analizan la eficiencia de los hospitales de una única región, centrándose mayoritariamente en la medida de la eficiencia técnica. Este es el caso, entre otros, de Martín et al. (1996), Navarro (1997) y Pérez et al. (1998), que analizan los hospitales gestionados por el servicio andaluz de salud; Erias et al. (1998), que se centra en los hospitales generales de Galicia; Lafuente y Manzano (1997) en Asturias; Prior y Solà (1993), Ibern (1990) y Prior y Solà (1996) en la región de Cataluña. Wasgstaff y López-Casasnovas (1996) también estudian la eficiencia en costes de los hospitales catalanes aunque en este caso con una frontera estocástica.

Las comparaciones entre los resultados de eficiencia obtenidos por estos estudios para cada región resultan poco significativas; esto se debe a las importantes diferencias que presentan entre sí en cuanto a características de los hospitales estudiados (gestión pública y privada o solo privada, finalidad, tamaño...) y medidas de producto empleadas (casos, estancias...). Por otro lado, el cálculo de los índices de eficiencia resulta siempre muy sensible a la muestra estudiada, por lo que las comparaciones

basadas en muestras distintas siempre deben ser tomadas con mucha cautela[48]. Sobre este aspecto, resulta interesante el trabajo de González, Barber y Pinilla, que realizan un estudio de eficiencia, a través de una frontera de costes, de los hospitales generales pertenecientes a tres comunidades autónomas: País Vasco, Cataluña y Andalucía, todas ellas con transferencias sanitarias ya asumidas. Obtienen un nivel de eficiencia media del 84%.

La técnica del análisis de envolvimiento de datos ha sido utilizada por Puig-Junoy (1988b) para realizar un estudio de la eficiencia técnica en un área concreta de los servicios hospitalarios, las unidades de cuidados intensivos.

Esta misma técnica ha sido empleada también para el estudio de otros aspectos de la actividad hospitalaria, más allá del mero análisis de la eficiencia técnica. En esta línea, Prior (1996) constata la existencia de economías de diversificación, centrándose en una muestra de hospitales catalanes; el estudio de las economías de diversificación continúa más tarde en Prior y Solà (1998) y Solà (1998). Por otro lado, Puig-Junoy (2000) emplea el AED para estudiar la eficiencia asignativa, también en este caso con una muestra de hospitales catalanes. Este autor obtiene como resultado que la ineficiencia asignativa resulta para estos hospitales un problema cuantitativamente mayor que el ocasionado por la ineficiencia técnica.

La eficiencia asignativa, precisamente, ha sido el objeto de un trabajo reciente realizado por Rodríguez (2000). Esta autora concluyó, analizando una muestra de hospitales gestionados por el INSALUD, que este tipo de ineficiencia aumenta los costes de estos centros en un 14% como media. El método empleado consistió en la estimación, por primera vez en la literatura sobre eficiencia

[48] Sobre este aspecto, Prior y Solà (1999) presentaron en las XIX Jornadas de Economía de la Salud un proyecto de estudio, no finalizado, en el que se proponen realizar una comparación interregional de eficiencia, también con AED.

hospitalaria en España, de una función distancia de inputs, junto con las ecuaciones de participación de los factores.

En cuanto al estudio de los determinantes de la eficiencia, éste se ha realizado siempre mediante el método de dos etapas analizado en el apartado 5.5; es decir, mediante una regresión de los índices de eficiencia encontrados en una primera etapa, sobre un conjunto de variables explicativas. Este es el procedimiento seguido por González y Barber (1996), Dalmau y Puig-Junoy (1998), González, Barber y Pinilla (1999) y Puig-Junoy (2000). Los principales resultados encontrados en estos trabajos son los siguientes:

En el caso de González y Barber (1996), estas autoras encuentran una relación positiva entre el grado de eficiencia técnica y el tamaño del hospital. Dalmau y Puig-Junoy (1998) constatan un aumento de la eficiencia técnica cuando crece el grado de competitividad del mercado en el que opera el hospital (cuanto mayor es el número de hospitales que compiten). González, Barber y Pinilla (1999) encuentran una relación significativa entre la eficiencia y el grado de complejidad de los casos atendidos. Por último, Puig-Junoy (2000) relaciona positivamente la ineficiencia asignativa con el grado de financiación pública que presenta el hospital.

7.3. EL PROBLEMA DE LA MEDICIÓN DEL PRODUCTO

Uno de los problemas más importantes que se presentan a la hora de analizar la eficiencia hospitalaria consiste en la definición correcta del producto obtenido. Parece claro que la producción hospitalaria consiste en la mejora de la salud de los pacientes atendidos, sin embargo no está tan clara la forma en que esto puede medirse.

Para medir las mejoras en la salud, previamente es necesario contar con una medida del nivel de salud. Sobre este aspecto existe una amplia línea de trabajo en torno a lo que se ha denominado años de vida ajustados por la calidad[49] (AVAC). Esta denominación fue empleada por primera vez por Williams (1985) y Torrance[50], y con ella se intenta definir una medida objetiva de salud. Básicamente, los AVAC constituyen una medida que pretende sintetizar la cantidad y la calidad de vida, aproximando lo que podríamos considerar la utilidad que generan a los individuos los diferentes estados de salud".

El método empleado para obtener esta medida consiste en la realización de encuestas a diferentes personas, para investigar cuál es la valoración que otorgan a diversos estados de salud hipotéticos. Asignando un valor uno a la situación caracterizada por un año de vida en perfecta salud (1 AVAC), las respuestas permiten hallar la equivalencia media en AVACs para la sociedad, de un año de vida en cada uno de los diferentes estados de salud.

En la medida en que los años de vida ajustados por la calidad significaran una buena aproximación al nivel de salud, se podría calcular la ganancia en AVACs obtenida por los pacientes de un hospital después de ser atendidos de sus dolencias en él. Así podríamos medir el producto hospitalario. Sin embargo, el uso en la práctica de una medida del producto hospitalario como ésta todavía resulta lejana, y aun permanecen numerosos problemas[51] no resueltos en el cálculo de los AVACs.

---

[49] En inglés QUALY.

[50] Una amplia revisión sobre este tema puede encontrarse en Torrance (1986).

[51] Mooney (1992 y 1994) y McGuire et al. (1992) efectúan un repaso de los diferentes métodos de realización de encuestas a los sujetos, así como de los problemas más importantes que éstas plantean y las críticas más destacadas que reciben los AVAC. A modo de ejemplo, resulta decisivo a la hora de encontrar las valoraciones de los individuos, quiénes son las personas entrevistadas (personal sanitario, enfermos, público en general) y el método de encuesta empleado, ya que los resultados obtenidos pueden variar en gran medida.

Ante la falta de una medida objetiva para las mejoras de salud, en la práctica se utilizan, con generalidad, medidas de productos intermedios. Se emplean medidas de actividad como los casos atendidos o los días de estancia ocasionados en cada uno de los servicios hospitalarios, el número de consultas, pruebas de diagnóstico, etc.

Se trata de una forma de medir la producción hospitalaria que presenta numerosas imperfecciones. Hagamos una breve relación de algunas de ellas:

En primer lugar, toda actividad realizada es computada como producto y por lo tanto es asimilada a una mejora de la salud propiciada por el hospital; incluso cuando resulta innecesaria, o cuando tiene su origen en la negligencia o el fracaso de un tratamiento anterior. La valoración de estos aspectos, sin embargo, resultaría extremadamente compleja o tal vez impracticable en la mayoría de los casos. A pesar de ello, se ha intentado en ocasiones realizar algún tipo de corrección como la que realiza Solà (1988), tomando en consideración las infecciones nosocomiales (aquellas que contrae un enfermo una vez ingresado en el hospital) como producto no deseado de la producción hospitalaria.

En segundo lugar, las diferencias en la calidad del producto son especialmente importantes en el ámbito hospitalario, en comparación con otras actividades económicas. Frecuentemente ocurre que un mismo caso es susceptible de tratamientos alternativos que suponen diferencias en cuanto al coste final, pero sobre todo en la calidad de la prestación. Un ejemplo claro puede ser la noticia recientemente publicada acerca de la posibilidad de realizar un by-pass coronario por vía endoscópica, sin necesidad de recurrir a una intervención quirúrgica que implique la apertura de la caja torácica. Ambos tratamientos producen el mismo resultado en cuanto a la mejora de la salud del paciente, y se podría computar

igualmente en el ámbito de la producción hospitalaria como un caso en cirugía cardiaca. La calidad del producto sin embargo resulta sensiblemente diferente, de tal forma que podríamos hablar incluso de dos productos totalmente distintos. Desgraciadamente muchas de estas particularidades también escapan a nuestro control en el estudio de la eficiencia hospitalaria.

Por último, medidas de producto tan generales como el número de altas producidas o los días de estancia, no permiten controlar las diferencias en complejidad de los distintos casos, que repercuten directamente en el consumo de recursos y sobre el coste de la actividad hospitalaria. Si no se realiza algún tipo de ajuste en este sentido, dichas diferencias en la complejidad serán recogidas por las medidas de eficiencia, introduciéndose entonces un sesgo no deseado en las mismas.

Este último problema ha sido abordado en la bibliografía de diferentes formas. En los trabajos iniciales se recurrió a la teoría de la información, utilizando el grado de concentración de cada tipología de casos entre los hospitales como una medida de complejidad. La razón básicamente consiste en considerar que las especialidades más complejas solamente se encuentran en los hospitales que cuentan con mejores medios técnicos y humanos, mientras que los casos corrientes se distribuyen entre todos los centros en función del peso especifico que cada uno tenga sobre el total. Algunos trabajos que han empleado este tipo de ajuste son Evans y Walker (1972), Lave y Lave (1972) y López y Wagstaff (1992 y 1993).

Con las mejoras desarrolladas en las fuentes de información, este tipo de ajuste ha dejado de emplearse, y se tiende a clasificar a los pacientes por grupos de consumo similar. En los últimos años se ha extendido el uso de los llamados Grupos Relacionados por el

Diagnóstico[52] (GRD). Estos se definen como grupos de pacientes que por su diagnóstico primario y secundario[53], y otras circunstancias influyentes en el coste (como la edad y la presencia o no de complicaciones), realizan un consumo de recursos hospitalarios similar. En función de dicho consumo, a cada GRD se le asigna un peso. Esto es lo que permite emplear los GRD como instrumento para ajustar las medidas de producto hospitalario en función de la complejidad.

Los GRD surgieron a principios de los ochenta en la universidad de Yale en el marco del diseño de un sistema de gestión hospitalaria. El objetivo consistía en poder establecer un pago prospectivo por caso, dependiendo de la categoría diagnóstica a la que éste correspondiera. Este sistema ha sido establecido en Estados Unidos en los programas sanitarios públicos, sustituyendo al anterior que consistía en el pago de una cantidad por día de estancia; con ello se ha producido una considerable reducción de los costes hospitalarios, aunque también se ha resentido como efecto colateral la calidad[54] de las prestaciones.

En España la información básica para construir los GRD obtención se encuentra en el Conjunto Mínimo Básico de Datos (CMBD). Se trata de una base de datos que recoge información clínica y administrativa en el momento del alta de los pacientes en todos los episodios de hospitalización. Su implantación ha sido progresiva a partir de 1986, año en que comienzan a adoptarlo algunas comunidades autónomas con transferencias sanitarias. Desde 1993, el INSALUD obliga a la recogida de datos para el CMBD a todos sus hospitales.

---

[52] También se han utilizado en ocasiones las Categorías de Gestión de Enfermos (Patient Management Categories). En este caso la clasificación de pacientes se realiza en grupos que han recibido una estrategia diagnóstica y terapéutica similar. Este sistema fue desarrollado a finales de los 70 en Pensilvania.

[53] Tomando como base la Clasificación Internacional de Enfermedades de la Organización Mundial de la Salud.

[54] Ver Donaldson y Gerard (1993)

El principal problema que plantea la utilización en la práctica de la información contenida en el Conjunto Mínimo Básico de Datos para el estudio de la eficiencia hospitalaria, se debe a la dificultad de compatibilizar esta fuente de datos con la información de carácter económico contenida en la fuente anteriormente citada, la *Estadística de Establecimientos Sanitarios con Régimen de Internado*. Los datos que se obtienen de estas fuentes son anónimos, y por lo tanto no pueden ser cruzados.

Por eso en los estudios españoles se utiliza frecuentemente otro tipo de ajuste, aunque más imperfecto que el anterior, basado en la Unidad Ponderada Asistencial (UPA). En este caso los pacientes se dividen en grandes grupos en función del servicio médico en el que han sido tratados (medicina interna, cirugía, obstetricia, cuidados intensivos...) y a cada uno de estos servicios se le asigna un coeficiente (el número de UPAs) basado en el consumo teórico de recursos calculado por término medio para los casos atendidos en él.

El origen de la UPA se encuentra en el intento de controlar los continuos desbordamientos del presupuesto que se produjeron a finales de los 80 y principios de los 90 en los hospitales del INSALUD, y que llevó a la creación en 1992 de la figura del contrato-programa. Con él se pretendía caminar hacia la presupuestación prospectiva, estableciendo para cada hospital un objetivo de producción cuantificado en una medida homogénea, que sería la UPA. Los recursos necesarios para llevar a cabo el objetivo establecido se podían así estimar sobre la base de un coste medio teórico para una UPA, que se calculó a partir de un conjunto de hospitales representativos. Esto permitiría analizar la consecución de objetivos y se esperaba que así los hospitales resultaran incentivados a mejorar su eficiencia.

Esto implicó que se asignaran ponderaciones a los días de estancia en cada servicio hospitalario y las actividades ambulatorias,

basados en su coste relativo estimado, para poder así cuantificar la actividad hospitalaria en términos de UPAs. A modo de ejemplo, un día de estancia en una unidad de cuidados intensivos se mide como 5.8 UPAs, mientras que en medicina interna sería 1, y una primera consulta, 0.25.

Los coeficientes allí definidos se han empleado frecuentemente como ponderaciones en la medida de la producción hospitalaria. Por ejemplo en González y Barber (1996) o Rodríguez (2000) entre otros.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

8. EFICIENCIA TÉCNICA Y ASIGNATIVA EN LOS HOSPITALES DEL INSALUD

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

8.1. INTRODUCCIÓN

En contraste con la eficiencia técnica, la eficiencia asignativa de los hospitales ha recibido escasa atención en la literatura. A pesar de ello, existen algunos trabajos que se ocupan de este aspecto. Tal vez el primero sea el de Eakin y Kniesner (1988), aunque este trabajo no siga una metodología de frontera. Estos autores estudian un sistema de costes translog con una muestra de hospitales de Estados Unidos.

El análisis de Eakin y Kniesner se basa en la idea de que los hospitales minimizan costes pero no tienen en cuenta los verdaderos precios de los factores, sino otros que son diferentes. Eso es lo que da origen según Eakin y Kniesner a ineficiencia asignativa. En el análisis de estos autores se supone que los precios sombra por los que se guía el hospital se relacionan con los verdaderos a través de unos parámetros desconocidos. Eakin y Kniesner construyen un sistema de costes translog (función de costes y ecuaciones de

participación) con los precios sombra como variables exógenas y proceden a la estimación del mismo. Su objetivo es calcular los parámetros que ligan a los "precios sombra" con los "precios reales". Si estos parámetros son nulos, los autores consideran que no hay ineficiencia asignativa. En la medida en que los precios sombra difieran de los reales habrá más o menos ineficiencia.

En un trabajo posterior, Eakin (1991) analiza los determinantes de dicha ineficiencia. Para ello regresa los índices de ineficiencia encontrados sobre un conjunto de variables explicativas. Sus resultados apuntan hacia una influencia positiva de la regulación del sector sobre la eficiencia, al igual que ocurre con el grado de competitividad del mercado. El tamaño del hospital sin embargo reduce la eficiencia, mientras que su titularidad (pública, eclesiástica, no benéfica) no guarda ninguna relación con ella.

Empleando una metodología frontera, en este caso un AED, Morey, Fine y Loree (1990) y Byrnes y Valdmanis (1994) realizan un estudio de una muestra de hospitales de California. Obtienen medidas de la eficiencia técnica y de la eficiencia asignativa.

Por lo que se refiere a España, tan solo recientemente se han realizado dos estudios que ponen su atención en la ineficiencia asignativa: Puig-Junoy (2000) y Rodríguez (2000).

El trabajo de Puig-Junoy utiliza el AED para medir la eficiencia técnica y la asignativa de una muestra de hospitales de la región de Cataluña, de carácter tanto público como privado, aunque en este último caso, prestando algún tipo de servicio con financiación pública. Este autor obtiene un índice de eficiencia técnica para estos hospitales de 0.90 mientras que la eficiencia asignativa resulta 0.89. La repercusión sobre el coste sin embargo resulta muy distinta, ya que la ineficiencia asignativa eleva éste en un 12.2% mientras que la técnica solamente lo hace en un 4.8%.

Estos índices son explicados posteriormente a través de una regresión, obteniendo como resultado que el grado de ineficiencia asignativa está directamente relacionado con el nivel de financiación pública que recibe el hospital y no depende del nivel de competitividad del mercado[55].

Por otro lado, en lo que se refiere a Rodríguez, su estudio se centra en los hospitales del INSALUD. Esta autora considera al hospital como una empresa burocrática que no trata de minimizar costes, y propone la existencia de ineficiencia asignativa con carácter sistemático. A través de la estimación de un sistema compuesto por una función distancia de inputs y las ecuaciones de participación de los factores en el coste, estima econométricamente una medida de la ineficiencia asignativa. El resultado que obtiene señala hacia un aumento del coste de un 14%.

El trabajo que se presenta en este capitulo coincide con Rodríguez en dirigirse hacia el análisis de la eficiencia asignativa de los hospitales del INSALUD. Sin embargo, a diferencia del trabajo de Rodríguez, en nuestro caso el objetivo consiste en estudiar *simultáneamente* la eficiencia técnica y asignativa, midiendo la repercusión de las mismas en los costes. El método empleado, difiere de los dos trabajos anteriormente relacionados. En este caso se realiza una estimación econométrica de un sistema de costes translog, similar al estudiado en el apartado 6.3.3 y que consta, por lo tanto, de una frontera de costes translog y las ecuaciones de participación de los factores.

En el apartado siguiente se describe con más detalle el modelo teórico empleado, mientras que en el apartado 8.3 se describen las variables que se han empleado en la estimación. Los resultados se analizan en el apartado 8.4, y por último en el

[55] La competitividad del mercado se mide a través del número de hospitales que operan en la misma zona geográfica, y con el índice de concentración de mercados de Herfindahl y Hirschman.

apartado 8.5 se comprueba la robustez de los resultados ante cambios en los supuestos realizados acerca de las distribuciones estadísticas que siguen las perturbaciones.

8.2. EL MODELO PLANTEADO

El objeto de estudio del presente capítulo lo constituyen los hospitales gestionados por el INSALUD. Se trata de aquellos centros de gestión pública, situados en las comunidades autónomas que todavía no han recibido transferencias en materia de educación, y por lo tanto, su financiación corre a cargo de los presupuestos generales del estado.

Este tipo de financiación, unido a la escasa competencia entre centros, ha sido señalado frecuentemente como una fuente potencial de incentivos para el comportamiento ineficiente, y puede hacer que los costes hospitalarios se sitúen por encima del nivel mínimo. Algunos trabajos[56], aludidos anteriormente, han constatado este hecho.

El estudio se va a realizar a través de una frontera de costes, con el objetivo de determinar cual es la influencia sobre los mismos de la ineficiencia técnica y de la ineficiencia asignativa. La elección de una frontera de costes para estudiar la eficiencia se ha realizado por las siguientes razones:

1. El estudio de la eficiencia hospitalaria a través de una frontera de costes resulta más adecuado que a través de una frontera de beneficios. No parece plausible que los hospitales de carácter público respondan al objetivo de maximización de los beneficios, por su propia naturaleza pública, con financiación a través de un presupuesto, y por la falta de un verdadero

[56] López Casanovas y Wagstaff (1992 y 1993), Quintana (1995), González y Barber (1996), Ventura y González (2000).

mercado en el que vender sus servicios, con la consiguiente ausencia de señales a través de los precios.

2. El estudio de la eficiencia hospitalaria a través de una frontera de costes resulta más adecuado que a través de una frontera de producción. En una actividad como la hospitalaria, el volumen de producción resulta en gran parte ajeno a las decisiones de gestión de la empresa. Si bien los gestores cuentan con un cierto margen de maniobra, que viene dado por la existencia de listas de espera, el volumen de producción final viene influenciado en gran medida por el grado de morbilidad de la zona donde operan, y sobre todo por el criterio médico a la hora de diagnosticar y prescribir las técnicas de tratamiento para los distintos casos. Finalmente, no olvidemos que la producción hospitalaria, al igual que ocurre con la producción en el sector servicios en general, no es susceptible de almacenamiento.

   En estas circunstancias, la producción adquiere un carácter exógeno, mientras que los recursos necesarios para obtenerla, las cantidades de factores, son endógenas. Por lo tanto desde un punto de vista econométrico, resulta más adecuado estimar una función de costes, en lugar de una función de producción.

3. Si aceptamos que la producción hospitalaria es un dato exógeno parece razonable medir la ineficiencia técnica como el uso excesivo de inputs. Esto sugiere nuevamente la conveniencia de utilizar una frontera de costes.

La función de costes elegida ha sido la translog. Se trata de una especificación frecuentemente empleada al estudiar la actividad hospitalaria, por dos razones básicas: Por un lado, permite estudiar una actividad en la que se obtienen simultáneamente varios productos. Por otro lado, se trata de una forma funcional flexible,

que no impone de partida ninguna restricción sobre las características tecnológicas del proceso productivo. Las diferentes restricciones pueden ser contrastadas con posterioridad a la estimación.

Como ya se indicó en el capítulo 6, el estudio de una frontera de costes por sí sola no permite separar los dos componentes de la ineficiencia: técnico y asignativo. Por eso lo que aquí vamos a estimar no es una función de costes aislada sino el sistema formado por ésta y las ecuaciones de participación de los factores. La descripción de los métodos de estimación de un sistema de este tipo fue desarrollada en el apartado 6.3.3.

BIBLIOTECA VIRTUAL

Las variables determinantes de la función de costes son: las cantidades producidas de los diferentes outputs ($y_1 ... y_n$) y los precios de los factores ($w_1 ... w_m$). En este caso, el estudio se va a realizar con datos procedentes de un único año; por eso se va a emplear una función de costes de corto plazo, es decir, una función de costes variables, y en ese caso, la función también depende de las cantidades de los inputs fijos, que en este caso será el capital (K).

Siendo CV los costes variables de los hospitales, y S_j la participación en los mismos del factor j-ésimo, el sistema que se ha planteado es el siguiente[57]:

[57] La forma que adopta la función de costes totales translog multiproducto, así como la de la función de costes variables, y la de las ecuaciones de participación correspondientes, puede encontrarse en Caves, Chirstensen y Swanson (1981).

$$\begin{aligned}\ln CV = {} & \beta_0 + \sum_l \alpha_l \ln y_l + \sum_j \beta_j \ln w_j + \frac{1}{2}\sum_l \sum_p \alpha_{lp} \ln y_l \ln y_p \\ & + \frac{1}{2}\sum_j \sum_k \beta_{jk} \ln w_j \ln w_k + \sum_l \sum_j \rho_{lj} \ln y_l \ln w_j + \pi_1 K \\ & + \frac{1}{2}\pi_{11}(\ln K)^2 + \sum_l \tau_l \ln y_l \ln K + \sum_j \psi_j \ln w_j \ln K \\ & + u_T + u_A + v \\ S_j = {} & \beta_j + \sum_k \beta_{jk} \ln w_k + \sum_l \rho_{lj} \ln y_n + \psi_j \ln K + \theta_j \\ & j = 1 \ldots m-1\end{aligned} \qquad [8.2.1]$$

donde $u_A \geq 0$ es un término que recoge la ineficiencia asignativa, v es una perturbación aleatoria simétrica, y $u_T \geq 0$ es otra perturbación aleatoria que recoge la ineficiencia técnica. En las ecuaciones de participación, θ_j es una perturbación aleatoria que refleja las desviaciones que se producen respecto de la participación óptima.

En la función de costes se imponen las habituales restricciones de simetría:

$$\beta_{jk} = \beta_{kj} \quad k,j=1\ldots m$$

$$\alpha_{lp} = \alpha_{pl} \quad l,p=1\ldots n$$

Para imponer la condición de homogeneidad de grado uno respecto de los precios de los factores se dividen el coste y los precios de los factores por el precio de un factor que se toma como referencia.

Como vimos en el apartado 6.3.3 anteriormente mencionado, existe una relación entre las desviaciones en las ecuaciones de participación, θ_j y el término de ineficiencia asignativa u_A, porque las primeras son las causantes del incremento en los costes. Dicha relación ha sido planteada por los autores de diferentes formas, que

allí se estudian. En nuestro caso, hemos elegido la siguiente aproximación:

$$u_A = c\sum_{j=1}^{n} \varepsilon_j^2 \qquad [8.2.2]$$

siendo *c* un parámetro para la estimación.

Seguimos así la propuesta de Bauer (1994), debido a su sencillez y porque solamente añade un parámetro a la estimación. El planteamiento de Ferrier y Lovell (1990) resulta atractivo pues permite especificar por separado la desviación por ineficiencia asignativa y el error aleatorio en las ecuaciones de participación. sin embargo, se ha rechazado debido a que obliga a considerar que todas las empresas cometen el mismo error asignativo. El modelo de Kumbhakar (1991) también fue rechazado por las restricciones que introduce sobre los parámetros de la frontera.

8.3. MUESTRA Y VARIABLES

La fuente empleada para obtener la muestra objeto de estudio ha sido la *Estadística de Establecimientos Sanitarios con Régimen de Internado* correspondiente al año 1994. Se han seleccionado los hospitales con finalidad general gestionados directamente por el INSALUD. Con el objetivo de que la muestra resulte homogénea, se ha excluido un centro con un tamaño muy reducido (23 camas) y otros por su gran tamaño (más de 1000 camas), por la diferencia que pueden presentar entre sí en cuanto a tipología de casos atendidos y nivel de equipamiento técnico. Estos factores podrían interferir en la estimación de la ineficiencia, ya que el mayor empleo de recursos podría ser interpretado como ineficiencia cuando en realidad, pudiera responder simplemente a la atención más intensiva de los casos muy complejos. En total se han estudiado 67 hospitales.

Las variables que se han empleado han sido las siguientes: dos variables de producto, CASOS Y AMBU, los precios de dos factores variables, SAL y PMAT, y una variable de capital, CAMAS.

Las dos variables de producción, CASOS y AMBU, recogen respectivamente la actividad de asistencia a los pacientes ingresados y a aquellos que acuden en régimen ambulatorio. En lo que se refiere a los pacientes ingresados, CASOS se ha construido como la suma ponderada de las altas que se han producido en cada uno de los servicios hospitalarios que distingue la EESRI. La ponderación asignada a cada servicio se obtiene a partir de los coeficientes definidos en la UPA y la duración media en la muestra de la estancia en cada uno de ellos. Recordemos que los pesos de la UPA vienen definidos por el INSALUD, y se calculan a partir del estudio del coste representativo de un día de estancia en los diversos servicios.

En lo que respecta a AMBU, se recogen las consultas (primeras y sucesivas) y las urgencias, también ponderadas por los coeficientes definidos por la UPA.

Los factores variables que se han tenido en cuenta han sido dos: trabajo y materiales. Sus respectivos precios son SAL y PMAT.

Una forma habitual de medir el precio del trabajo es a través de los gastos salariales medios por trabajador[58]. Sin embargo, de esta forma el precio recoge dos influencias problemáticas: por un lado, la que proviene de la composición por categorías de la plantilla de cada centro, y por otro, las diferencias en la intensidad en el uso del trabajo en cada hospital (horas extraordinarias, guardias...). Esto repercute en los índices de eficiencia que se hallan finalmente, introduciendo un sesgo no deseado. A pesar de ello, resulta muy difícil encontrar otra medida que sortee estos problemas.

[58] Por ejemplo Quintana (1995), González y Barber (1996).

En nuestro caso, la variable SAL se ha construido de forma ligeramente distinta, como el salario medio de los trabajadores del hospital. No se ha obtenido a partir del coste, sino ponderando los salarios oficiales del INSALUD para cada categoría laboral por el porcentaje de empleados en cada una. Con ello se sortea el segundo problema (el de la intensidad en el empleo del trabajo), aunque la influencia de la composición de la plantilla permanece.

PMAT mide el precio de un factor agregado al que podemos denominar materiales, y que incluye elementos diversos como compras de utillaje sanitario, limpieza, comida, energía, etc. El precio se aproxima a través del gasto total realizado en esta categoría por día de estancia[59].

BIBLIOTECA VIRTUAL

Por último, el capital se ha aproximado como es habitual en la literatura sobre actividad hospitalaria por las CAMAS funcionando en cada hospital. Esto se debe a los problemas de información que presenta la encuesta en lo referente a medidas directas de capital. Para que la proxy CAMAS pueda ser empleada apropiadamente, es necesario contar con una muestra homogénea de centros; por ello el análisis ha tenido en cuenta los hospitales generales, descartando los grandes centros donde se sitúa la tecnología vanguardista, y por lo tanto más costosa, y los pequeños, menos equipados. Esto hace que podamos considerar que los centros de la muestra poseen un capital instalado por cama similar, y por lo tanto, resulte adecuado emplear la variable CAMAS como una aproximación al mismo.

En el Cuadro 8.1 se recoge una descripción estadística de las variables empleadas. Cabe destacar el gran peso del trabajo en la producción hospitalaria, al que se dedica cerca de un 75% del gasto como media.

Cuadro 8.1: *Descripción estadística de las variables*

	Media	Desv. Típica	Máximo	Mínimo
CTE	5.784	4679	20.545	939.649
CTESAL	0.72	0.04	.79	0.58
CTEMAT	0.28	0.04	0.42	0.21
AMBU	119.038	92.075	533.145	7.530
SAL	3.347	102	3.560	3.034
PMAT	19.870	12.925	95.672	12.088
CAMAS	360	242	958	80

Nota: El coste está expresado en millones y el salario en miles de pesetas.

8.4. ESTIMACIÓN

Finalmente, el sistema que se ha estimado es el siguiente:

$$\begin{aligned}\ln(Cte) &= \alpha_0 + \alpha_1 \ln(CASOS) + \alpha_2 \ln(AMBU) \\ &+ \tfrac{1}{2}\alpha_{11} \ln(CASOS)^2 + \tfrac{1}{2}\alpha_{22} \ln(AMBU)^2 \\ &+ \beta_1 \ln(Sal) + \tfrac{1}{2}\beta_{11} \ln(Sal)^2 \\ &+ \alpha_{12} \ln(CASOS)\ln(AMBU) \\ &+ \rho_{11} \ln(CASOS)\ln(Sal) \\ &+ \rho_{12} \ln(AMBU)\ln(Sal) + \pi_1 \ln(CAMAS) + u_A \\ &+ u_T + v \\ S_1 &= \beta_1 + \beta_{11} \ln(Sal) + \rho_{11} \ln(CASOS) \\ &+ \rho_{12} \ln(AMBU) + \theta_1\end{aligned} \qquad [8.4.1]$$

en el que solamente se ha incluido la ecuación de participación del trabajo, y al que se le han impuesto las habituales restricciones de simetría y homogeneidad de grado uno de la función de costes respecto de los precios de los factores. Esto último se ha realizado dividiendo los costes y los precios de los inputs por el precio del segundo factor (PMAT),de tal forma que:

[59] González y Barber (1996) utilizan el gasto por caso como precio de un factor agregado similar al que aquí definimos. En nuestro caso se ha preferido emplear las estancias como proxy de la cantidad, en lugar de los casos, porque muchas de las partidas contenidas aquí están relacionadas con la prestación de servicios hoteleros (calefacción, comida, limpieza, etc.).

Cte = CV / PMAT y Sal = SAL / PMAT

Debido a los problemas derivados de la falta de observaciones en la muestra, la variable de capital se incluye sin interactuar con el resto de las variables.

De cara a la estimación, consideraremos que la perturbación aleatoria, υ, sigue una distribución normal $N(0,\sigma_\upsilon^2)$, mientras que el término de ineficiencia técnica, u_T, se distribuye según una exponencial de parámetro α, $E(\alpha)$, siendo α el inverso de la desviación típica de la distribución, $\alpha = 1/\sigma_{u_T}$. Las funciones de densidad de estas distribuciones, así como la del error compuesto $\varepsilon = u_T + \upsilon$ pueden encontrarse en el Apéndice[60].

Supondremos además que el error de la ecuación de participación del trabajo θ_1 se distribuye independientemente[61] de υ y de u_T, según un normal $N(\mu_1,\sigma_\theta)$, siendo μ_1 la media de dicha perturbación[62]. Su función de densidad responde a la siguiente expresión:

$$f(\theta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta}\exp\left[-\frac{(\theta_1-\mu_1)^2}{2\sigma_\theta^2}\right] = \frac{1}{\sigma_\theta}\phi\left(\frac{\theta_1-\mu_1}{\sigma_\theta}\right) \qquad [8.4.2]$$

---

[60] Son las expresiones , y respectivamente, sustituyendo u por u_T, y remplazando $1/\sigma_u$ por α.

[61] Schmidt (1985-86) puso de manifiesto que en el caso en que el proceso productivo sea no homotético, y por lo tanto, las participaciones óptimas dependan de la cantidad producida, la existencia de ineficiencia técnica, que origina una producción menor, afectaría a las participaciones óptimas, y parte de la desviación observada sería explicable por la ineficiencia técnica. En ese caso no existiría independencia entre θ y u_T. Este argumento ha sido rebatido por Kumbhakar (1991) quien aduce que la ineficiencia técnica en el sistema de costes se contempla orientada hacia los factores (mayor uso de los mismos para el mismo nivel de producción), y la producción toma un carácter exógeno, por lo tanto, el argumento anterior no procede.

[62] Contrastando la significatividad de éste parámetro, podremos estudiar si las desviaciones en las participaciones de los factores tienen carácter sistemático ($\mu_1 \neq 0$), o por el contrario, son aleatorias y en media se anulan.

siendo $\phi(.)$ la función de densidad de una variable normal tipificada.

Cuadro 8.2: *Resultados de la estimación.*

VARIABLE	PARAMETRO	COEFICIENTE	DESV. TIPICA
Constante	α_0	-0.21***	0.07
ln (CASOS)	α_1	0.60***	0.11
ln (AMBU)	α_2	0.05	0.07
½ ln (CASOS)^2	α_{11}	-0.17	0.14
½ ln (AMBU)^2	α_{22}	-0.19*	0.13
ln (Sal)	β_1	0.55***	0.07
½ ln (Sal)^2	β_{11}	0.09***	0.01
ln (CAMAS)	π_1	0.36***	0.07
ln (CASOS) ln (AMBU)	α_{12}	0.14	0.13
ln (Sal) ln (CASOS)	ρ_{11}	-0.03***	0.01
ln (Sal) ln (AMBU)	ρ_{12}	0.01	0.01
	c	3.00**	1.75
	α	12.97***	4.60
	σ_v	0.06***	0.02
	μ_1	0.17**	0.07
	σ_θ	0.02***	0.002
Log likelihood			222.74
Akaike info criterion			-6.17

*** significativo al 1% ** significativo al 5% *significativo al 10%.

La función de verosimilitud del sistema es el producto de las funciones de densidad $f(\varepsilon)$ y $f(\theta_1)$, que resulta en logaritmos como sigue:

$$\ln L = N\ln\alpha + N\left(\frac{\sigma_v^2\alpha^2}{2}\right) + \sum_i \ln\Phi\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma_v} - \alpha\sigma_v\right) + \sum_i -\alpha\varepsilon_i + N\ln(1/\sigma_\theta) + \sum_i \ln\left[\phi\left(\frac{\theta_{1i} - \mu_1}{\sigma_\theta}\right)\right] \qquad [8.4.3]$$

La estimación por máxima verosimilitud se realiza en desviaciones respecto de la media, y así, los parámetros de los términos de primer orden resultan representativos de las respectivas elasticidades de la función de costes, para el hospital medio. El proceso de estimación se ha programado mediante el paquete econométrico EVIEWS, versión 3.1. El Cuadro 8.2 recoge los resultados que se han obtenido.

8.4.1. Análisis de la frontera de costes

En general, los parámetros de la frontera son altamente significativos, excepto los asociados a la variable AMBU y sus productos cruzados, que resultan no significativos como resultado de la fuerte correlación que presenta ésta con la variable que mide el otro producto, CASOS.

El análisis de la función estimada de costes permite estudiar las propiedades del proceso productivo, ya que se trata de una frontera de costes eficiente. Pasamos a continuación a estudiar detalladamente estas propiedades.

Función de costes no negativa

Se ha comprobado que la función de costes estimada es no negativa para toda la muestra.

Función de costes no decreciente

Una función de costes debe ser no decreciente en los productos y los precios de los factores. Para comprobarlo estudiamos el signo de las respectivas elasticidades en la función estimada, que debe ser positivo.

En una función de costes variables translog la elasticidad respecto a cada producto es:

$$\frac{\partial \ln CV}{\partial \ln y_l} = \alpha_l + \sum_p \alpha_{lp} \ln y_p + \sum_j \rho_{lj} \ln w_j + \tau_l \ln K \quad l = 1...n$$

y respecto al precio de cada factor:

$$\frac{\partial \ln CV}{\partial \ln w_j} = \beta_j + \sum_k \beta_{jk} \ln w_k + \sum_l \rho_{lj} \ln y_l + \psi_j \ln K \quad j = 1...m$$

En el caso del hospital medio, estas elasticidades se reducen a las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial \ln CV}{\partial \ln y_l} = \alpha_l \quad l = 1...n$$

$$\frac{\partial \ln CV}{\partial \ln w_j} = \beta_j \quad j = 1...m$$

ya que al expresar los datos en desviaciones respecto a la media, el resto de los términos se hace cero.

En definitiva, acudiendo a los resultados de la estimación en el Cuadro 8.2, obtenemos para el hospital medio los siguientes valores para las diferentes elasticidades, todos ellos positivos:

$$\partial \ln CV / \partial \ln CASOS = \alpha_1 = 0.60 > 0$$

$$\partial \ln CV / \partial \ln AMBU = \alpha_2 = 0.05 > 0$$

$$\partial \ln CV / \partial \ln SAL = \beta_1 = 0.55 > 0$$

$$\partial \ln CV / \partial \ln PMAT = 1 - \beta_1 = 0.45 > 0$$

Se ha comprobado además que las expresiones anteriores son positivas para toda la muestra, luego la función de costes estimada se confirma creciente.

Función de costes cóncava

La función además debe ser cóncava en los precios de los factores. Para comprobarlo, acudimos a la condición necesaria y suficiente que implica que la matriz de derivadas parciales de segundo orden de la función de costes con respecto a los precios de los factores sea semidefinida negativa. Esta condición, en el caso de una función translog con dos factores variables, como la que nos ocupa, se reduce al cumplimiento de la siguiente expresión[63]:

$$S_1^2 - S_1 + \beta_{11} \leq 0$$

siendo S_1 la participación en el coste del factor 1, es decir, el trabajo. Se ha comprobado que es así para toda la muestra.

Función de costes separable

Una función se define como separable[64] si es posible aislar en ella un grupo de variables, de tal forma que las relaciones marginales de sustitución entre variables dentro de ese grupo, resulten independientes de los valores que adquieran el resto de variables que no están incluidas en él.

Aplicando esta definición a la función de costes, ésta es separable en los productos, si las relaciones marginales de transformación entre cada par de productos no dependen de los precios de los factores.

La condición necesaria y suficiente para que la función de costes variables sea separable en los productos, lógicamente, será:

[63] En Diewert y Wales (1987) pueden encontrarse las condiciones suficientes de concavidad para el caso de la función de costes translog, expresadas en función de las participaciones de los factores.
[64] Ver Blackorby, Primont y Russell (1978).

$$\frac{\partial\left(RMT_{y_l/y_k}\right)}{\partial \ln w_r} = 0 \quad l,k = 1...n \text{ y } r = 1...m$$

y en el caso de la función translog[65] es:

$$\frac{\partial\left(\left(\partial \ln CV/\partial \ln y_l\right)\Big/\left(\partial \ln CV/\partial \ln y_k\right)\right)}{\partial \ln w_r} = 0 \quad l,k = 1...n \text{ y } r = 1...m .$$

La expresión anterior se convierte en:

$$\frac{\partial}{\partial \ln w_r}\left[\frac{\alpha_l + \sum_p \alpha_{lp} \ln y_p + \sum_j \rho_{lj} \ln w_j + \tau_l \ln K}{\alpha_p + \sum_p \alpha_{kp} \ln y_p + \sum_j \rho_{kj} \ln w_j + \tau_p \ln K}\right] = 0$$

$l,k = 1...n$ y $r = 1...m$.

Para que esto se cumpla, es condición suficiente que $\rho_{lj} = 0$, para $l = 1...n$ y $j = 1...m$. En la tabla de resultados de la estimación, esto implicaría que $\rho_{11} = \rho_{12} = 0$. Esta hipótesis se ha contrastado mediante un test de Wald, y se rechaza ampliamente, por lo cual concluimos que la función de costes variables es no separable en outputs.

Si la función de costes fuera separable en productos, estos podrían incluirse de forma agregada en una única variable de producción[66], $g(y_1,...y_n)$, resultando entonces la siguiente función de costes que sería equivalente:

$$C(y_1...y_n, w_1...w_m) = C[g(y_1,...,y_n), w_1....w_m]$$

[65] Ver Brawn, Caves y Christensen (1979).
[66] Podría ser una suma ponderada de los productos.

Sin embargo, la función de costes variables que hemos estimado no es separable, por lo que las variables de producto, CASOS y AMBU deben ser incluidas en la función por separado.

Economías de escala

Los rendimientos a escala se definen como el incremento proporcional en todos los outputs que se produciría ante un aumento proporcional en todos los inputs. Cuando la proporción en que aumentan los outputs es superior a aquella en que aumentan los inputs decimos que existen rendimientos a escala crecientes, o economías de escala. En este caso es posible reducir el coste medio aumentando la escala a la que opera la empresa.

Los rendimientos a escala se pueden medir a partir de la función de costes totales, de la siguiente forma:

$$RE = \frac{1}{\sum_{l} \partial \ln CT / \ln y_l} \qquad [8.4.1.1]$$

En esta expresión[67] el denominador mide la suma de las elasticidades de los costes respecto a los diferentes productos. Si esta suma es superior a uno, eso indica que los costes aumentan en una proporción mayor que los productos, por lo tanto existen rendimientos decrecientes a escala. El cociente sería inferior a uno, y habría deseconomías de escala. Por el contrario, si el cociente es superior a uno, existen rendimientos crecientes y economías de escala.

Sin embargo no contamos con la estimación de una función de costes totales, sino únicamente de los costes variables. Podemos definir una medida similar a la anterior para la función de costes

[67] Ver Brown, Caves y Christensen (1981) y Caves, Christensen y Swanson (1981).

variables, y estudiar así los rendimientos a escala en el corto plazo. Sería como sigue:

$$RE_{cp} = \frac{1}{\sum_{l} \partial \ln CV / \ln y_l}$$

De la misma forma que antes, cuando este cociente sea mayor que uno tendremos rendimientos crecientes, pero en este caso el stock de capital no varía.

En el caso de la función de costes variables translog estimada, la expresión anterior resultaría:

$$RE_{cp} = \frac{1}{\sum_{n} \alpha_n - \sum_{n} \sum_{p} \alpha_{np} \ln y_p - \sum_{n} \sum_{j} \rho_{nj} \ln w_j}$$

Para el hospital medio los dos últimos términos se harían cero, ya que las variables están expresadas en desviaciones respecto a la media. Por lo tanto, en ese caso, las economías los rendimientos de corto plazo se calcularían así:

$$RE_{cp} = \frac{1}{\sum_{n} \alpha_n}$$

A partir de los resultados de la estimación contenidos en el Cuadro 8.2, para el hospital medio, $RE_{cp} = 1/(\alpha_1 + \alpha_2)$, es decir, $RE_{cp} = 1.53$. Por lo tanto, el hospital medio tiene una función de costes variables con rendimientos crecientes. Esto es: si aumenta su producción, podrá reducir el coste variable medio.

Pero a partir de la función de costes variables también es posible inferir los rendimientos a escala de largo plazo. Douglas,

Laurits y Christensen (1981) muestran que la expresión es equivalente a lo siguiente:

$$RE = \frac{1}{\sum_l \partial \ln CT / \ln y_l} = \frac{1 - \partial \ln CV / \partial \ln K}{\sum_l \partial \ln CV / \partial \ln y_l}$$

Volviendo a los resultados de la estimación, esta expresión toma el siguiente valor para el hospital medio:

$$RE = \frac{1 - \pi_1}{\alpha_1 + \alpha_2} = 0.98$$

Obtenemos un resultado muy cercano a uno, luego podemos concluir que en la producción hospitalaria no hay economías de escala, y existen rendimientos ligeramente decrecientes.

Exceso de capacidad

El signo positivo del parámetro que acompaña a la variable de capital, CAMAS, señala la existencia de un comportamiento ineficiente a largo plazo, provocado por un exceso de capacidad. Analicemos este resultado más detalladamente.

La relación entre los costes totales de largo plazo y los de corto plazo es la siguiente:

$$CT(y, w, p_k, \beta) = CV(y, w, K, \beta) + p_k K$$

donde CT(.) es la función de costes totales, CV(.) la función de costes variables, K es la cantidad de capital, y p_k el precio de los servicios del capital.

La minimización de costes totales exige que su derivada respecto al capital sea cero[68]. Esto es lo que recoge la siguiente expresión:

$$\partial CT/\partial K = \partial CV/\partial K + p_k = 0$$

y por lo tanto, es necesario que la derivada de los costes variables respecto al capital se iguale a su precio con signo negativo:

$$-\partial CV/\partial K = p_k .$$

Cuando hallamos la derivada parcial del coste variable con respecto al capital, y ésta difiere del precio, podemos identificar la existencia de sobrecapitalización, o por el contrario de infracapitalización. Si el precio sombra (es decir, el valor que proporciona la derivada parcial) es superior al de mercado, la empresa está invirtiendo en una cuantía inferior a la óptima, y su capital debería ser mayor para minimizar costes a largo plazo. Si el precio sombra es inferior, entonces la empresa trabaja con exceso de capital.

En el caso de la función translog, esta parcial se halla de la siguiente forma:

$$\frac{\partial CV}{\partial K} = \frac{\partial \ln CV}{\partial \ln K}\frac{CV}{K}$$

donde $\partial \ln CV/\partial \ln K = \pi_1$, y el coste variable se obtiene de la estimación de la frontera eficiente.

Dado que tanto el coste variable estimado como el capital son positivos para todas las observaciones, si el parámetro π_1 es positivo (como ocurre en la estimación, donde $\pi_1 = 0.36$),también lo es la derivada parcial de los costes variables, y por lo tanto, el precio

[68] Ver Chambers (1988) para un análisis sobre este tema.

sombra en este caso (es decir, menos la derivada parcial), es negativo. Cuando ocurre esta situación, esto indica que existe un nivel de sobrecapitalización tal, que reduciendo el capital es posible contener no solamente los costes totales, sino también los costes variables. Este es un resultado bastante general en la literatura sobre costes hospitalarios, como señalan Cowing y Holtmann (1983), y que viene contrastado en España por otros trabajos como el de González y Barber (1996).

8.4.2. Análisis de la eficiencia

En la estimación, los parámetros relevantes para el estudio de la eficiencia resultan en general altamente significativos, como puede verse en la tabla de resultados. A continuación estableceremos las conclusiones más importantes acerca de la eficiencia de los hospitales.

En primer lugar, la existencia de ineficiencia técnica se confirma porque el parámetro de la distribución exponencial, α, resulta significativo. Esta ineficiencia explica un 62% de la variabilidad total del error compuesto[69] en la función de costes, mientras que el 40% restante es explicado por el término aleatorio.

Para encontrar un estimador de la eficiencia técnica individual que presenta cada hospital, acudimos a la propuesta de Jondrow et al. (1982), que ya ha sido explicada en el capítulo 5. La función de densidad condicionada y la expresión que adopta la media de dicha distribución que se toma como estimador de u_{Ti}, se encuentran en el Apéndice[70].

---

[69] La varianza de u_T es $V(u_T) = 1/\alpha^2 = 0.0059$ mientras que la de v es $V(v) = \sigma_v^2 = 0.0036$. La varianza de u_T representa aproximadamente un 60% de la varianza total de $u_T + v$.

[70] Las expresiones y respectivamente, en las que se sustituye u por u_T.

Los índices de eficiencia técnica se obtienen a partir de la expresión analizada en el apartado 6.3.3:

$$ET_i = \exp\left[-E\left(u_{Ti}|\varepsilon_i\right)\right] = \exp\left(-u_{Ti}\right) \qquad [8.4.2.1]$$

La descripción estadística de dichos índices finalmente está recogida en el Cuadro 8.3. Cabe destacar que la eficiencia técnica media encontrada es de un 92.7%. Esto significa que si todos los hospitales fueran eficientes como el mejor y emplearan la menor cantidad posible de recursos, como media sus costes serían un 92.7% de los actuales.

Este resultado está en la línea de las cifras que encuentran Gónzalez y Barber (1996) también para los hospitales del INSALUD: entre 92% y 95%, de 1991 a 1993. Sin embargo, Ventura y González encuentran niveles más reducidos de eficiencia: del 80.7% en 1993 al 84.7% en 1996. Ambos trabajos emplean la técnica del Análisis de Envolvimiento de Datos.

Cuadro 8.3: *Eficiencia económica, técnica y asignativa estimadas.*

	Ef. Económica	Ef.Técnica	Ef. Asignativa
Media	78.1	92.7	84.22
Desv. Típica	5.8	5.3	3.75
Mín.	55.4	70.86	77,37
Máx.	90.3	98.0	94.0

En lo que se refiere a la eficiencia asignativa, comenzamos por analizar en la ecuación de participación del trabajo, la media del error, μ_1, que es significativamente distinta de cero, indicando la existencia de una sobreutilización sistemática de este factor. El valor estimado de este parámetro indica que los hospitales, como media, destinan al trabajo, 16.8 puntos porcentuales por encima de lo que

exigiría la minimización del coste. Esta sobreutilización del trabajo implica infrautilización del otro factor, los materiales, y por ello podemos decir que se está empleando una combinación de factores errónea.

Tenemos pues una indicación de que existe ineficiencia asignativa. El término que expresa dicha ineficiencia en la frontera de costes, u_A se calcula para cada hospital empleando la siguiente expresión, según se explicó en el apartado 8.2:

$$\hat{u}_{Ai} = c\sum_{j=1}^{n}\theta_{ji}^2 \qquad [8.4.2.2]$$

BIBLIOTECA VIRTUAL

En el caso que nos ocupa, dicha expresión toma la siguiente forma:

$$\hat{u}_{Ai} = 2c\theta_{1i}^2 \qquad [8.4.2.3]$$

y los índices de eficiencia asignativa se calculan, como ya explicamos en el apartado 6.3.3, así:

$$EA_i = \exp(-\hat{u}_{Ai}) \qquad [8.4.2.4]$$

El Cuadro 8.3 recoge la descripción estadística de dichos índices de eficiencia asignativa. Como media, la eficiencia asignativa de los hospitales del INSALUD, resulta ser un 84.2%. En definitiva, si los hospitales combinaran los factores productivos en las proporciones adecuadas, como lo hace el más eficiente, sus costes representarían un 84.2% de los actuales.

Este resultado puede ponerse en comparación con otros dos estudios recientes sobre eficiencia asignativa hospitalaria realizados en España: Puig-Junoy (2000) y Rodríguez (2000). En el primero, este autor encuentra con una muestra de hospitales tanto públicos como privados de Cataluña, un 89% de eficiencia asignativa, mientras que en el segundo, con una muestra de hospitales del

INSALUD, la autora encuentra un 72%. En ambos trabajos se emplea una metodología distinta a la utilizada en el presente capitulo: AED en Puig-Junoy (2000) y estimación de una función distancia de inputs en Rodríguez.

Una cuestión interesante para analizar es el grado de correlación que presentan los índices individuales de eficiencia técnica y asignativa. En definitiva, se trata de investigar si los hospitales con mejores resultados en el ámbito de la eficiencia técnica, son también eficientes asignativamente (y por el contrario, si los centros menos eficientes técnicamente, también obtienen malos resultados en el ámbito de la eficiencia asignativa). La correlación que presentan ambos índices es muy pequeña (0.07), por tanto esto nos permite afirmar que no existe la relación mencionada anteriormente.

Por último, como resultado de la ineficiencia técnica y asignativa que hemos encontrado, el grado la eficiencia económica se halla así:

$$EE_i = \exp-(u_{TI} + u_{Ai}) \qquad [8.4.2.5]$$

y los resultados nuevamente se resumen en el Cuadro 8.3. La eficiencia total encontrada en los costes, es como media de un 78.1%. Esta sería la proporción de los costes actuales que estaría justificada por la actividad económica que desarrollan los hospitales, sin no existiera ineficiencia técnica ni asignativa. Se trata de un grado de eficiencia económica ligeramente inferior al 88% que obtuvieron González y Barber (1996) con una muestra similar. También es inferior al nivel de eficiencia que han obtenido recientemente González et al. (1999), para los hospitales de varias regiones que han asumido ya transferencias sanitarias (en este trabajo los autores encuentran un 84% de eficiencia en costes).

La información sobre el efecto que esta ineficiencia origina en el coste aparece recogida en el Cuadro 8.4. Podemos concluir que la ineficiencia, tanto asignativa como técnica, produce un incremento medio de los costes del 28.7%, siendo responsable de este aumento en mayor medida la ineficiencia asignativa que la ineficiencia técnica.

Cuadro 8.4: *Incremento en el coste por ineficiencia económica, técnica y asignativa.*

	Inef. Económica	Inef.Técnica	Inef. Asignativa
Media	28.7	8.2	18.96
Desv. Típica	10.5	6.9	5.25
Mín.	10.7	2.1	6.43
Máx.	80.3	41.1	29.2

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

8.5. ESPECIFICACIONES ALTERNATIVAS

Para comprobar si los resultados son sensibles a cambios en la distribución elegida para u_T, se ha repetido la estimación probando con otras dos distribuciones frecuentemente empleadas: seminormal y normal truncada.

En el caso de la distribución seminormal, $u_T \rightarrow N^+(0,\sigma^2_{u_T})$, la función de densidad de ε se encuentra en el Apéndice[71]. La función de verosimilitud del sistema, que es el producto de $f(\varepsilon)$ y $f(\theta_1)$, adopta la siguiente expresión en logaritmos

$$\ln L = \frac{N}{2}\ln(2/\pi) - N\ln\sigma + \sum_i \left[\ln\Phi\left(\frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma}\right)^2\right] + N\ln(1/\sigma_\theta) + \sum_i \ln\left[\phi\left(\frac{\theta_{1i} - \mu_1}{\sigma_\theta}\right)\right] \qquad [8.5.1]$$

donde $\lambda = \sigma_{u_T}/\sigma_v$, $\sigma^2 = \sigma^2_{u_T} + \sigma^2_v$ y ϕ es la función de densidad de una normal tipificada.

En el caso de una normal truncada, $u_T \to N^+(\delta, \sigma^2_u)$, la función de densidad de ε también se encuentra en el Apéndice[72], y el logaritmo de la función de verosimilitud sería:

$$\begin{aligned} \ln L = & -N \ln \sigma - N \ln \Phi\left(\frac{\delta}{\sigma_{u_T}}\right) \\ & + \sum_i \left[\ln \phi\left(\frac{\varepsilon_i - \delta}{\sigma}\right) + \ln \Phi\left(\frac{\varepsilon_i \lambda}{\sigma} + \frac{\delta}{\lambda\sigma}\right)\right] \\ & + N \ln(1/\sigma_\theta) + \sum_i \ln\left[\phi\left(\frac{\theta_{1i} - \mu_1}{\sigma_\theta}\right)\right] \end{aligned} \qquad [8.5.2]$$

En este último caso, la estimación se realiza tomando como valores iniciales los del caso seminormal, y $\delta = 0$.

Los resultados se recogen en el Cuadro 8.5, donde se puede comprobar que apenas existen diferencias en los estimadores de los parámetros de la frontera.

La distribución seminormal se corresponde con una normal de media $\delta = 0$, truncada en ese punto; por lo tanto, es un caso particular de la distribución normal-truncada. En el Cuadro 8.5, el logaritmo de la función de verosimilitud que se consigue con ambas distribuciones (seminormal y normal-truncada) resulta similar. A través de un test de la razón de verosimilitud[73] se rechaza la hipótesis de que la media sea distinta de cero; por lo tanto, no procede considerar una distribución normal-truncada.

---

[71] Ver expresión .

[72] Ver expresión .

[73] Bajo la hipótesis nula $H_0 : \delta = 0$ el estadístico $\lambda = -2[\log lik(H_0) - \log lik(H_1)]$ se distribuye según una χ^2 con un grado de libertad. Este estadístico toma un valor $\lambda = 0.02$ que es inferior a 3.84, el valor que proporciona la tabla. Por ello, no se puede rechazar la hipótesis.

Cuadro 8.5: *Resultados comparados de las estimaciones*

VARIABLE	PARAM.	E(α)	$N^+(0,\sigma^2_{u_T})$	$N^+(\delta,\sigma^2_{u_T})$
Constante	α_0	-0.21***	-0.23***	-0.23**
ln (CASOS)	α_1	0.60***	0.59***	0.59***
ln (AMBU)	α_2	0.05	0.04	0.04
½ ln (CASOS)^2	τ_{11}	-0.17	-0.14	-0.14
½ ln (AMBU)^2	τ_{22}	-0.19*	-0.18*	-0.18*
ln (Sal)	β_1	0.55***	0.57***	0.57***
½ ln (Sal)^2	β_{11}	0.09***	0.09***	0.09***
ln (CASOS) ln (AMBU)	τ_{12}	0.14	0.13	0.13
ln (Sal) ln (CASOS)	ρ_{11}	-0.03***	-0.03***	-0.03***
ln (Sal) ln (AMBU)	ρ_{12}	0.01	0.01	0.01
ln (CAMAS)	η	0.36***	0.37***	0.37***
	c	3.00**	3.49*	3.43*
	α	12.97***		
	λ		2.87*	2.87*
	δ			-0.25
	σ_v	0.06***		
	σ		0.15***	0.15***
	μ_1	0.17**	0.15**	0.15**
	σ_θ	0.02***	0.02***	0.02***
Log likelihood		222.74	223.12	223.13
Akaike info criterion		-6.17	-6.18	-6.15

*** significativo al 1% ** significativo al 5% *significativo al 10%.

La comparación entre los estimadores de eficiencia basados en la distribución exponencial y en la seminormal, se resume en el Cuadro 8.6.

Como se puede ver, los índices de eficiencia que se obtienen finalmente con ambas distribuciones resultan semejantes. Se ha elegido como resultado definitivo la estimación correspondiente a la distribución exponencial porque los estimadores presentan una precisión estadística ligeramente superior en la estimación.

Esto aportan cierta solidez al estudio realizado, ya que la elección de una distribución para el término de ineficiencia no altera sustancialmente los resultados obtenidos.

Cuadro 8.6: *Comparación de eficiencia*

	EXPONENCIAL	SEMINORMAL
Ef. Técnica	92.7	89.7
Ef. Asignativa	84.2	85.6
Ef. Económica	78.1	76.8

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

9. DETERMINANTES DE LA EFICIENCIA TECNICA

BIBLIOTECA VIRTUAL

9.1. INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior, el estudio de un sistema de costes translog nos ha permitido medir los dos componentes que integran la ineficiencia en costes. La ineficiencia asignativa ha resultado relacionada con un empleo excesivo del trabajo, pero respecto de la ineficiencia técnica, no hemos obtenido nada más que su cuantía. En este capítulo, se va a profundizar en el análisis anterior, y manteniendo el sistema de costes translog, se van a estudiar los factores que influyen en el grado de eficiencia técnica de los hospitales.

Como ya se ha analizado en el apartado 5.5 se podría llevar a cabo un análisis en dos etapas: una primera para obtener los índices de eficiencia, y una segunda en la que se realiza una regresión de éstos sobre un conjunto de variables que se considera a priori que pueden resultar significativas. Este es el procedimiento seguido en los trabajos que se han realizado en España sobre determinantes de ineficiencia hospitalaria, como González y Barber (1996), Dalmau y Puig-Junoy (1998), González, Barber y Pinilla (1999) y Puig-Junoy

(2000). Algunas de las variables que han resultado explicativas en estos estudios, cuyas conclusiones principales se enumeran en el apartado 7.2, han sido el tamaño del centro, la complejidad de los casos o el grado de competitividad del mercado en el que operan los hospitales.

No obstante, como ya se indicó en el apartado 5.5 mencionado anteriormente, este método no es adecuado en el caso de las fronteras estocásticas: resulta econométricamente más correcto la estimación en una sola etapa, especificando el componente de ineficiencia de la frontera en función de las variables que lo determinan. Por eso, esta es la forma en la que se ha realizado el estudio de los determinantes de la eficiencia técnica en este capítulo.

Para este análisis se ha utilizado nuevamente la *Estadística de Establecimientos Sanitarios con Régimen de Internado*, como en el capítulo anterior. En este caso, sin embargo, la muestra utilizada corresponde a 1995 en lugar de 1994. La razón de esto es que al realizar el estudio en un momento posterior en el tiempo, estos datos se encontraban disponibles.

En este año, la encuesta ha sufrido algunas modificaciones que afectan a la definición de las variables. Resulta particularmente interesante la depuración realizada en los datos respecto al empleo de los factores, separando aquello que corresponde al hospital de lo que es atribuible a los centros de especialidades asociados[74]. Esta información aparecía anteriormente agregada, y por lo tanto con esta nueva encuesta se pueden obtener medidas de eficiencia más adecuadas.

El resto del capítulo se organiza de la siguiente manera: En el apartado 9.2 se analiza el modelo que se va a emplear en la

estimación, cuyos resultados son objeto de estudio en el apartado 9.3. Por último, en el apartado 9.4 se comprueba la robustez de la estimación planteando una serie de contrastes de hipótesis simplificadoras.

9.2. EL MODELO ESTIMADO

Para explicar los determinantes de la eficiencia técnica, se ha empleado un modelo inspirado en el enfoque de Huang y Liu (1994), analizado previamente en el capítulo 5. Se vuelve a emplear el sistema de costes translog como en el capítulo anterior, y el término de ineficiencia técnica de la frontera se ha planteado de la siguiente forma:

$$u_{Ti} = \delta' Z_i + \eta_i \qquad [9.2.1]$$

Esta expresión indica que el componente que refleja la ineficiencia técnica en la frontera, u_{Ti}, es la suma de una función lineal de factores específicos de las empresas, $Z_i = (Z_{i1},...Z_{iq})'$, y una perturbación aleatoria, η_i. $\delta = (\delta_1...\delta_q)'$ es el vector de parámetros que multiplican a las variables explicativas de la ineficiencia.

El término aleatorio η_i se distribuye independiente pero no idénticamente entre las empresas según una normal de media cero y varianza σ_η^2, truncada en el punto $-\delta' Z_i$. Así, $\eta_i \geq -\delta' Z_i$. De esta forma, el término de ineficiencia técnica, u_{Ti} sigue una normal, cuya media depende de las variables que explican la ineficiencia, y truncada en cero, $N^+\left(\delta' Z_i, \sigma_\eta^2\right)$. Se considera que es independiente

[74] Algunos hospitales cuentan con algún centro asociado de atención especializada, y su personal reparte su jornada entre ambas tareas.

del error aleatorio v_i, y del componente de ineficiencia asignativa u_{Ai}.

Para la estimación se ha llevado a cabo una selección de la muestra similar a la realizada para el estudio anterior, descartando los hospitales de tamaños extremos. En esta ocasión también resultaron analizados 67 hospitales.

Se vuelve a plantear aquí una función de costes a corto plazo donde las variables determinantes (productos, precios de los factores y capital) son las mismas empleadas anteriormente: dos productos, CASOS y AMBU, el precio de los materiales, PMAT, el precio del trabajo, SAL, y la cantidad de capital, a través de CAMAS. Se ha empleado una definición ligeramente distinta de la variable PMAT, que en vez de medirse como el gasto por estancia, en esta ocasión se mide como el gasto medio por UPA[75]. Este cambio se debe al intento de aproximar mejor la cantidad de factor (materiales) consumida. Puesto que la complejidad de los casos está directamente relacionada con el consumo de recursos, y ésta la medimos a través del número de UPAs, se consideró que el gasto por UPA podía ser una medida más apropiada del precio de los materiales.

Junto a estas variables, se han incluido otras dos adicionales, RM y UCI. Con ellas se ha intentado mejorar el estudio de la frontera

[75] La heterogeneidad de las categorías incluidas en MATERIALES imposibilita encontrar un precio representativo para los mismos. La aproximación a través del gasto por cantidad admite varias posibilidades, según la variable que se tome como referencia para identificar la cantidad.
Aunque pueda parecer a primera vista que los casos atendidos constituyen una variable idónea, ya que representan el producto hospitalario, es posible afinar algo más empleando otras variables que reflejen en mayor medida la naturaleza de este tipo de gasto. En el capítulo anterior se emplearon las estancias porque en MATERIALES se incluyen muchas partidas relacionadas con los servicios hoteleros que presta el hospital (calefacción, comida, limpieza...). Otra posibilidad consiste en utilizar las UPAS, que incluye las estancias, pero ajustadas por su complejidad, junto a la actividad ambulatoria; esta elección está justificada por la inclusión de categorías como compras de fármacos o de material sanitario de consumo.
En condiciones ideales podría estar justificado separar en dos categorías de gasto esta partida y hallar dos precios distintos para dos tipos de factores: servicios hoteleros y material sanitario. La escasez de observaciones, sin embargo, no nos ha permitido realizar esta opción.

de costes. La primera de ellas, RM, se incluye debido a que pueden permanecer dudas sobre la idoneidad de la variable CAMAS como proxy del capital. A pesar de la selección realizada en la muestra para intentar conseguir una cierta homogeneidad entre los centros, permanecen aún ciertas diferencias en la dotación de capital entre hospitales de similar tamaño. Por ello se incluye esta variable dicotómica, que toma el valor uno cuando en el hospital existe algún equipo avanzado[76]. Nos referimos a equipamiento no disponible en todos los centros, y por ello podría corregir las carencias de CAMAS al medir el capital.

La otra variable exógena, UCI, es otra dummy que refleja en este caso la existencia en el hospital de un servicio de cuidados intensivos. Dado el elevado peso que otorga la UPA a este servicio frente a otros (5,8 frente a 1 a medicina interna), resulta interesante comprobar si este peso es excesivo o si, por el contrario, la repercusión sobre los costes que ocasiona la existencia de una unidad de cuidados intensivos en el hospital está infravalorada.

Por lo que se refiere a la especificación de la ineficiencia técnica, se han incluido cuatro variables explicativas: CASOS, que a su vez es uno de los productos considerados en la función de costes, RM, la dummy definida anteriormente, CV, que es el coeficiente de variación de la distribución de las altas por los distintos servicios de cada hospital, y CE, otra dummy que toma el valor uno cuando del hospital depende algún centro de atención especializada.

Con la primera de ellas, CASOS, se pretende comprobar si el volumen de actividad desarrollado por el hospital guarda alguna relación con la ineficiencia técnica observada. RM, nos servirá para identificar los hospitales con una posible dotación diferenciada de capital, y nos permitirá comprobar si esto puede ir asociado a un mayor índice de ineficiencia técnica. Con la variable CV se pretende

[76] Resonancia magnética o acelerador lineal.

comprobar si diversificando la oferta de prestaciones hospitalarias, se puede aumentar la eficiencia; y, por último, con CE comprobamos si afecta a ésta la existencia de centros de especialidades dependientes del hospital.

El sistema que se ha estimado[77] (prescindiendo del subíndice indicativo del individuo muestral), es el siguiente:

$$\begin{aligned}
\ln(Cte) &= \alpha_0 + \alpha_1 \ln(CASOS) + \alpha_2 \ln(AMBU) \\
&\quad + \tfrac{1}{2}\alpha_{11} \ln(CASOS)^2 + \tfrac{1}{2}\alpha_{22} \ln(AMBU)^2 \\
&\quad + \beta_1 \ln(Sal) + \tfrac{1}{2}\beta_{11} \ln(Sal)^2 \\
&\quad + \alpha_{12} \ln(CASOS)\ln(AMBU) \\
&\quad + \rho_{11} \ln(CASOS)\ln(Sal) + \rho_{12} \ln(AMBU)\ln(Sal) \\
&\quad + \pi_1 \ln(CAMAS) + \pi_2 UCI + \pi_3 RM + u_A + u_T + \upsilon \\
S_1 &= \beta_1 + \beta_{11} \ln(Sal) + \rho_{11} \ln(CASOS) \\
&\quad + \rho_{12} \ln(AMBU) + \theta_1
\end{aligned} \qquad [9.2.2]$$

en el que se incluye únicamente la ecuación de participación del trabajo porque, como ya se ha explicado anteriormente, la suma de las participaciones de los dos factores tiene que ser igual a uno.

Exactamente igual que en el capítulo anterior, se han impuesto las restricciones de simetría en la función de costes y se han dividido los costes y los precios de los factores por el precio de los materiales, para que la función de costes posea la propiedad de homogeneidad de grado uno en los precios de los factores.

La especificación de la ineficiencia técnica es la siguiente:

[77] El modelo que hemos planteado puede considerarse la aplicación a una frontera de costes translog del modelo de determinación de la ineficiencia de Huang y Liu (1994). Estos autores plantearon por primera vez la ineficiencia técnica de forma que afectara a las decisiones básicas de la empresa, incidiendo en las relaciones marginales del proceso productivo (productos marginales, relaciones marginales de sustitución técnica...). Siguiendo este planteamiento, en este capítulo empleamos un modelo en el que la ineficiencia técnica afecta no solamente a los costes, sino también a los costes marginales (ya que la variable de producto CASOS se incluye como determinante de la ineficiencia) y por lo tanto a las economías de escala de los hospitales.

$$u_T = \delta_0 + \delta_1 \ln(CASOS) + \delta_2 RM + \delta_3 CV + \delta_4 CE + \eta \qquad [9.2.3]$$

mientras que la ineficiencia asignativa se obtiene exactamente igual que antes, a partir de la siguiente expresión:

$$\hat{u}_A = 2c\theta_1^2 \qquad [9.2.4]$$

La función de densidad de $\varepsilon = u_T + \upsilon$ es la siguiente[78]:

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\Phi(\delta' z/\sigma\sqrt{\gamma})\sigma\sqrt{2\pi}} \Phi\left(\frac{\delta' z\sqrt{1-\gamma}}{\sigma\sqrt{\gamma}} + \frac{\varepsilon\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1-\gamma}}\right) \exp\left(-\frac{(\varepsilon - \delta' z)^2}{2\sigma^2}\right) \qquad [9.2.5]$$

mientras que la función de densidad de θ_1 se recoge en la expresión del capítulo anterior. El logaritmo de la función de verosimilitud resulta entonces, como sigue:

$$\begin{aligned} \ln L = & -N\left[\frac{1}{2}\ln 2\pi + \ln\sigma\right] - \sum_i \ln\Phi(\delta' z_i/\sigma\sqrt{\gamma}) \\ & + \sum_i \left[\ln\Phi\left(\frac{\delta' z_i\sqrt{1-\gamma}}{\sigma\sqrt{\gamma}} + \frac{\varepsilon_i\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1-\gamma}}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_i - \delta' z_i}{\sigma}\right)^2\right] \\ & + N\ln(1/\sigma_\theta) + \sum_i \ln\left[\phi\left(\frac{\theta_{1i} - \mu_1}{\sigma_\theta}\right)\right] \end{aligned} \qquad [9.2.6]$$

9.3. RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN

Se ha realizado la estimación por máxima verosimilitud, en desviaciones respecto a la media; por ello, como ocurría en el capítulo anterior, los parámetros de los términos de primer orden de la frontera resultan representativos de las respectivas elasticidades

[78] Se trata de la expresión del Apéndice, sustituyendo la media del término de infeficiencia técnica por $\delta' z$, y reemplazando u por u_T.

de la función de costes, para el hospital medio. Los resultados de la estimación se recogen en el Cuadro 9.1.

Cuadro 9.1: *Resultados de la estimación*

VARIABLE	PARAM.	COEFICINETE	DESV. TIP.
Constante	α_0	-0.4636***	0.1316
ln (CASOS)	α_1	0.1935*	0.1259
ln (AMBU)	α_2	0.2068***	0.0702
ln (Sal)	β_1	0.6411***	0.0131
½ ln $(Sal)^2$	β_{11}	0.1079***	0.0107
½ ln $(CASOS)^2$	α_{11}	0.1121	0.1256
½ ln $(AMBU)^2$	α_{22}	0.1860	0.1469
ln (CASOS) ln (AMBU)	α_{12}	-0.1528*	0.1092
ln (Sal) ln (CASOS)	ρ_{11}	-0.0090	0.0107
ln (Sal) ln (AMBU)	ρ_{12}	-0.0120	0.0113
ln (CAMAS)	π_1	0.4323***	0.0825
UCI	π_2	-0.0825*	0.0554
RM	π_3	0.6151***	0.0936
	c	15.2388*	10.1431
	μ_1	0.0617**	0.0370
	σ_ε	0.0239***	0.0031
Constante	δ_0	0.5556***	0.1317
ln (CASOS)	δ_1	0.2647***	0.0628
RM	δ_2	-0.7516***	0.1271
CV	δ_3	-0.2426**	0.1358
CE	δ_4	0.0924**	0.0458
	σ	0.0861***	0.0149
	γ	1.0000***	0.0188
Log likelihood			243.81

*** significativo al 1%; ** significativo al 5%; *significativo al 10%.

9.3.1. Análisis de la frontera

Los parámetros en general resultan muy significativos, salvo los productos cruzados que presentan problemas de precisión debido a la multicolinealidad característica de la función translog.

Los parámetros de primer orden son todos ellos positivos, y significativos, salvo la variable CASOS, al 1%, tal como refleja el Cuadro 9.1. Entre el resto de parámetros de la frontera, asociados a productos cruzados, se presentan problemas de multicolinealidad, resultando algunos estadísticamente no precisos.

Las variables exógenas introducidas, UCI y RM, resultaron significativas. En el primer caso el signo es negativo lo cual indica que es posible que la ponderación aplicada a los casos de cuidados intensivos (5.8 frente a 1 par medicina interna) haya sido excesiva. Sin embargo el signo de RM resulta positivo, síntoma indicativo de que la variable CAMAS, ampliamente utilizada en la literatura como proxy de capital, presenta algunas limitaciones.

A continuación analizamos las propiedades de la función que se desprenden de la estimación.

Función de costes no negativa

La función de costes se ha comprobado que resulta no negativa para toda la muestra estudiada.

Función de costes no decreciente

Como puede comprobarse, la elasticidad de los costes respecto a las variables de producción y los precios de los factores en el caso del hospital medio (los parámetros de los términos de primer orden de dichas variables) son positivos: $\alpha_1 = 0.19$, $\alpha_2 = 0.21$ y

$\beta_1 = 0.64$. Se ha comprobado que dichas elasticidades son positivas también para toda la muestra.

Función de costes cóncava

Para garantizar la concavidad, según se indicó en el capítulo anterior es necesario que se cumpla lo siguiente:

$$S_1^2 - S_1 + \beta_{11} \leq 0$$

donde S_1 la participación en el coste del factor 1, es decir, el trabajo. Se ha comprobado que es así para todas las observaciones.

Función de costes separable

Como vimos en el capítulo anterior, una función de costes es separable en productos si las relaciones marginales de transformación entre cada par de los mismos son independientes de los precios de los factores. La condición suficiente para que esto ocurra en la función de costes que hemos estimado, como vimos allí, es que $\rho_{11} = \rho_{12} = 0$. Esta hipótesis se ha contrastado mediante un test de la razón de verosimilitud[79], y en este caso nuevamente se rechaza.

Economías de escala

Como hemos visto, los rendimientos de escala pueden medirse a partir de una función de costes variables, como sigue:

$$RE = \frac{1}{\sum_l \partial \ln CT / \ln y_l} = \frac{1 - \partial \ln CV / \partial \ln K}{\sum_l \partial \ln CV / \partial \ln y_l}$$

Un resultado mayor que uno sería indicativo de la existencia de rendimientos crecientes y estaríamos en presencia de economías de escala.

Siguiendo a Huang y Liu (1994), la expresión que permitiría calcular la elasticidad de los costes variables respecto a CASOS en el modelo que hemos estimado sería:

$$\frac{\partial \ln CV_i}{\partial \ln CASOS_i} = \frac{\partial \ln CV_i(y_i, w_i, \beta)}{\partial \ln CASOS_i} + \psi_i \frac{\partial(\delta' Z_i)}{\partial CASOS_i}$$

donde:

$$\psi_i = 1 - \frac{1}{\sigma_u}\left[\frac{\phi\left(\frac{\delta' Z_i}{\sigma_u} - \sigma_u\right)}{\Phi\left(\frac{\delta' Z_i}{\sigma_u} - \sigma_u\right)} - \frac{\phi\left(\frac{\delta' Z_i}{\sigma_u}\right)}{\Phi\left(\frac{\delta' Z_i}{\sigma_u}\right)}\right] \text{ y}$$

ϕ y Φ son respectivamente la función de densidad y de distribución de una normal tipificada.

Esta expresión está integrada por dos términos: el primero de ellos mide la elasticidad de la frontera con respecto a CASOS, $\frac{\partial \ln CV_i(y_i, w_i, \beta)}{\partial \ln CASOS_I}$, mientras que el segundo, $\psi_i \frac{\partial(\delta' Z_i)}{\partial CASOS_i}$, mide la elasticidad de la ineficiencia con respecto a la misma variable.

En el caso de la función translog, la elasticidad respecto a CASOS resulta ser:

---

[79] Bajo la hipótesis nula $H_0 : \rho_{12} = \rho_{21} = 0$, el valor que toma el estadístico $\lambda = -2[\log lik(H_0) - \log lik(H_1)]$ es 25.56, superior al valor que proporcionan las tablas, 5.99. Por lo tanto no puede aceptarse la hipótesis de separabilidad.

$$\frac{\partial \ln CV_i}{\partial \ln CASOS_i} = \alpha_1 + \alpha_{11} \ln CASOS_i + \alpha_{12} \ln AMBU_i + \rho_{11} \ln Sal_i + \psi_i \delta_1$$

Por otro lado, la elasticidad frente a AMBU sería:

$$\frac{\partial \ln CV_i}{\partial \ln AMBU_i} = \frac{\partial \ln CV_i(y_i, w_i, \beta)}{\partial \ln AMBU_i} = \alpha_2 + \alpha_{22} \ln AMBU_i + \alpha_{12} \ln CASOS_i + \rho_{12} \ln Sal_i$$

En el caso del hospital medio, la elasticidad respecto a AMBU quedaría simplificada[80] hasta $\frac{\partial \ln CV_i}{\partial \ln AMBU_i} = \alpha_2$, mientras que la elasticidad frente a CASOS resultaría $\frac{\partial \ln CV_i}{\partial \ln CASOS_i} = \alpha_1 + \psi_{medio} \delta_1$.

Con los valores del Cuadro 9.1 para los parámetros $\alpha_1, \alpha_2, \pi_1$ y δ_1, y calculando el valor de ψ_{medio}, se obtiene el siguiente resultado:

$$RE = \frac{1 - \pi_1}{\alpha_1 + \psi_{medio} \delta_1 + \alpha_2} = 0.80$$

que indica la existencia de rendimientos decrecientes en la actividad hospitalaria.

Merece la pena resaltar que en este modelo, a diferencia de lo que ocurría en la estimación realizada en el capítulo anterior, los rendimientos a escala dependen del grado de eficiencia que presenta cada hospital. Esto se debe a que la elasticidad de los costes respecto a CASOS está influenciada por dicha eficiencia, aunque no ocurre lo mismo con AMBU.

Resulta interesante comparar los rendimientos a escala cuando existe ineficiencia, con los que caracterizarían la actividad

hospitalaria en ausencia de la misma. En este último caso, la expresión que permitiría calcularlos sería:

$$RE = \frac{1 - \pi_1}{\alpha_1 + \alpha_2} = 1.45$$

En definitiva, en la frontera el hospital medio presenta economías de escala, pero debido a que el nivel de ineficiencia técnica aumenta con el volumen de casos atendidos, un aumento de la escala de producción implicaría un aumento del coste medio efectivo. Gráficamente, a medida que aumenta la escala, el hospital medio se movería a lo largo de una curva de costes medios de largo plazo decreciente, pero al aumentar su ineficiencia se alejaría hacia arriba de la curva, incurriendo en un coste medio efectivo superior.

BIBLIOTECA VIRTUAL

Exceso de capacidad

Se repite también aquí el signo positivo de la variable de capital, CAMAS, confirmando el resultado que habíamos obtenido en la estimación anterior sobre la existencia de un exceso de capacidad en los hospitales.

9.3.2. Análisis de la eficiencia

En cuanto a la ineficiencia asignativa, su presencia se confirma por el valor significativamente positivo que adquiere μ_1, que es la media de la perturbación aleatoria en la ecuación de participación del trabajo. Esto indica la confirmación en este estudio de la existencia de sobreutilización sistemática del trabajo, que en este caso se estima como media en 6 puntos porcentuales por encima de la proporción del coste óptima. El parámetro c, también significativo, y mayor que uno, nos permite calcular el término que

[80] El resto de los términos se anulan ya que miden desviaciones respecto a la media.

recoge la ineficiencia asignativa en la frontera, u_{Ai}, a través de la expresión ya analizada:

$$u_{Ai} = 2c\varepsilon_{1i}^2 .$$

Los índices de eficiencia asignativa finalmente calculados responden a la descripción estadística recogida en el Cuadro 9.2. La eficiencia asignativa media encontrada es de un 87.9%[81], en la línea del resultado obtenido con el trabajo anterior.

Por lo que respecta a la ineficiencia técnica, es interesante analizar el resultado de la estimación para el parámetro γ[82] que mide aproximadamente la parte de la varianza total del error en la frontera que es explicada por el término de ineficiencia técnica. El rango de valores posibles está entre cero y uno, y en los resultados, ha presentado un valor uno, muy significativo, lo que confirma la presencia de ineficiencia técnica.

Las variables que explican esta ineficiencia presentan la siguiente influencia: El parámetro de la variable CASOS es positivo, indicando que los hospitales con un mayor volumen de actividad tienden a ser más ineficientes. Por otro lado, RM aparece aquí con un signo negativo, lo cual se interpreta del modo siguiente: los hospitales con mayor dotación tecnológica tienen mayores costes, como vimos anteriormente, pero son técnicamente más eficientes[83]. El signo negativo del parámetro de la variable CV indica que la diversificación en la tipología de casos atendidos tiende a aumentar el grado de aprovechamiento de los recursos, y mejora por lo tanto el

[81] Recordemos que este es el porcentaje de los costes actuales que tendría el hospital medio si combinara los factores productivos en las proporciones óptimas.

[82] Como ya hemos visto, el parámetro γ que aparece en la función de verosimilitud responde a la siguiente expresión, $\gamma = \sigma_{u_T}^2 / \sigma^2$, siendo $\sigma^2 = \sigma_{u_T}^2 + \sigma_v^2$.

[83] Si podemos asimilar los centros con mejor dotación tecnológica con el tratamiento de casos con mayor complejidad, este resultado conincidiría con la conclusión que extraen en su estudio González, Barber y Pinilla (1999) relacionando el grado de eficiencia con la complejidad de los casos.

nivel de eficiencia técnica. Este resultado apunta entonces hacia la existencia de economías de diversificación en la actividad hospitalaria, como resalta Prior (1996) en un trabajo reciente. Por último, el signo positivo de la variable CE indica que la ineficiencia técnica resulta mayor cuando existe algún centro de especialidades dependiente del hospital; este último resultado puede recoger el efecto negativo sobre el aprovechamiento de los recursos debido a desplazamientos del personal entre los centros, o duplicidad de equipos.

El término de ineficiencia técnica u_T se calcula para cada hospital a través de la correspondiente función de densidad condicionada, cuya expresión se encuentra en el Apéndice. La información relativa a los índices de eficiencia obtenidos finalmente se recoge en el Cuadro 9.2. En esta ocasión, la eficiencia técnica media, 77.6% resulta inferior a los resultados encontrados con la estimación del año 1994.

Al igual que ocurría en la estimación realizada en el capítulo anterior, la correlación entre los índices de eficiencia técnica y asignativa es muy débil (0.03). Se confirma por tanto que los resultados obtenidos por cada hospital en cada uno de los dos tipos de eficiencia no tienen por qué ser similares.

Por otro lado, la eficiencia técnica resulta inferior a la eficiencia asignativa estimada. Este hecho contradice tanto el resultado obtenido en el capitulo anterior como las conclusiones del único trabajo publicado que ofrece resultados sobre ambos tipos de eficiencia en España, Puig-Junoy[84] (2000), ya que en ambos resultaba como fuente principal de ineficiencia el componente asignativo.

[84] Como ya vimos anteriormente, estudiando una muestra de hospitales de Cataluña encuentra un 97.1% de eficiencia técnica y un 89.1% de eficiencia asignativa.

Sin embargo, estas comparaciones deben estar matizadas: con respecto al trabajo de Puig-Junoy, este autor estudia una muestra de hospitales diferente (centros de Cataluña) y con una metodología distinta (Análisis de envolvimiento de datos). Con respecto al estudio realizado en el capítulo anterior, hay que tener en cuenta los cambios metodológicos, ya comentados, que ha efectuado el INE en la estadística que se utiliza como fuente de datos en el presente estudio. Estos cambios se han realizado precisamente con el objeto de depurar la información referente al hospital y a sus centros asociados, que anteriormente se presentaban de forma agregada. Esto ha podido hacer que centros con una eficiencia técnica aparentemente similar a la media cuando los datos se presentaban agregados, destaquen por su eficiencia cuando, al cambiar la encuesta, únicamente se computa el consumo de recursos del centro hospitalario, y así los índices de eficiencia del resto descienden.

En el Cuadro 9.2 se resume también la información estadística relativa a los índices de eficiencia total. El nivel medio de eficiencia en costes es de un 68.3%, indicativo de una importante fuente potencial de reducción en los costes.

Cuadro 9.2: *Descripción estadística de los índices de eficiencia.*

	Ef. Económica	Ef. Técnica	Ef. Asignativa
Media	68.3	77.6	87.9
Desviación típica	15.6	16.0	7.3
Mínimo	37.5	48.0	74.6
Máximo	98.6	99.9	100.0

Los índices de eficiencia se transforman fácilmente en índices de ineficiencia, calculando simplemente el inverso: $IT_i = \exp(u_{Ti})$ e $IA_i = \exp(u_{Ai})$. Con estos índices lo que se obtiene es el incremento

que se produce en los costes de cada hospital por ineficiencia. El resumen de esta información se recoge en el Cuadro 9.3, a continuación.

Cuadro 9.3: *Incremento en los costes por ineficiencia.*

	Inef. Económica	Inef. Técnica	Inef. Asignativa
Media	54.2	34.6	14.6
Desviación típica	35.4	29.2	9.6
Mínimo	1.0.	0.0	0.0
Máximo	166.4	108.4	34.1.0

Resulta interesante comprobar que el estudio concluye con un efecto sobre los costes de la ineficiencia asignativa del 14.6%, y este resultado es casi idéntico al encontrado por Rodríguez (2000), con una muestra similar aunque empleando un método diferente, a través de una función de distancia de inputs. Lamentablemente este trabajo no aporta ninguna medida de ineficiencia técnica con la que realizar comparaciones.

9.4. VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS

Todas las variables explicativas de la ineficiencia técnica resultan estadísticamente significativas. A pesar de ello, para asegurar la validez del modelo, se ha contrastado la posibilidad de que la ineficiencia técnica responda a un planteamiento más sencillo, y sea independiente de estas características de los hospitales. Mediante el test de la razón de verosimilitud, se han rechazado con amplitud las hipótesis de que la ineficiencia técnica se distribuya según una normal truncada de media constante (H_0: $\delta_1=\delta_2=\delta_3=\delta_4=0$) o de media cero ($H_0$: $\delta_0=\delta_1=\delta_2=\delta_3=\delta_4=0$).

También se ha contrastado si, en lugar de un modelo de ineficiencia técnica, estas variables deberían formar parte de la frontera de costes; así, los parámetros δ_0, δ_1 y δ_2 serían cero, ya que la frontera cuenta con término independiente y ya están incluidas CASOS y RM. Por otro lado, la inexistencia de ineficiencia técnica haría que γ fuera cero. Esta hipótesis (H_0: $\gamma=\delta_0=\delta_1=\delta_2=0$) fue igualmente rechazada.

Para terminar, se planteó la ausencia de cualquier tipo de ineficiencia, técnica o asignativa. En este caso serían cero todos los parámetros de la primera y además c y μ_1, los parámetros que nos sirven para calcular la segunda; se reduciría así el modelo a una estimación de mínimos cuadrados. Esta última hipótesis también fue rechazada. (H_0: $\gamma=\delta_0=\delta_1=\delta_2=\delta_3=\delta_4=c=\mu_1=0$). Los detalles de todos estos contrastes se resumen en el Cuadro 9.4.

Cuadro 9.4: *Contrastes de hipótesis sobre la ineficiencia.*

Hip. Nula	LOGLIK.	ESTADISTICO	DECISION
H_0: $\delta_1=\delta_2=\delta_3=\delta_4 = 0$	223.94	39.74	Rechazar
H_0: $\delta_0=\delta_1=\delta_2=\delta_3=\delta_4 = 0$	223.94	39.74	Rechazar
H_0: $\gamma=\delta_0=\delta_1=\delta_2= 0$	229.89	27.84	Rechazar
H_0: $\gamma=\delta_0=\delta_1=\delta_2=\delta_3=\delta_4= c=\mu_1=0$	224.33	38.96	Rechazar

•El estadístico se ha calculado en todos los casos como $\lambda=-2[\text{loglikelihood}(H_0)-\text{loglikelihood}(H_A)]$. Se distribuye como una χ^2 con tantos grados de libertad como parámetros se consideran cero en la hipótesis nula, excepto en los dos últimos casos, en que bajo la hipótesis nula γ toma un valor extremo y por tanto se distribuye como una mezcla de χ^2; los valores críticos en este caso pueden encontrarse en Kodde y Palm (1986). Si el estadístico resulta mayor que el valor que proporcionan las tablas al 95%, se rechaza la hipótesis.

CONCLUSIONES

BIBLIOTECA VIRTUAL
MIGUEL DE CERVANTES

Esta tesis se ha planteado como objetivo el análisis de la eficiencia de los hospitales públicos en España. Se ha intentado cuantificar dicha eficiencia, así como distinguir los dos componentes básicos de la misma: el técnico (para comprobar en qué medida se están despilfarrando recursos) y el asignativo (para constatar hasta qué punto las proporciones en que se emplean los factores se alejan de las óptimas). Adicionalmente, la tesis ha intentado decir algo sobre los factores determinantes de la eficiencia.

En relación con otros estudios anteriores en este campo, la tesis presenta las siguientes innovaciones:

La primera innovación consiste en separar los dos componentes mencionados anteriormente, del tal manera que las medidas de eficiencia obtenidas puedan ser valoradas de acuerdo con los criterios habituales de inferencia estadística. En España solamente se ha publicado un trabajo con anterioridad a esta tesis que separa dichos componentes de la eficiencia. Sin embargo la técnica empleada, basada en la programación matemática, proporciona resultados carentes de propiedades estadísticas.

La segunda novedad es de tipo metodológico: se ha tratado de subsanar el principal problema econométrico detectado en los estudios de eficiencia anteriores. Este problema está relacionado con el empleo de un procedimiento de estimación fraccionado en dos etapas: en la primera etapa se cuantifica la eficiencia y en la segunda se analizan las causas de la misma. Este procedimiento es defectuoso básicamente porque genera estimadores inconsistentes. La solución propuesta en esta tesis, no empleada anteriormente en

ningún otro estudio sobre eficiencia hospitalaria en España, consiste en analizar *simultáneamente*, ambos aspectos.

Las principales conclusiones que se han obtenido con el estudio empírico que se ha realizado en la presente tesis son las siguientes:

En primer lugar, se confirma la presencia en los centros hospitalarios públicos tanto de ineficiencia técnica como de ineficiencia asignativa. En definitiva, podemos afirmar que los hospitales analizados tienden a consumir un volumen excesivo de recursos, y lo hacen combinándolos en unas proporciones inadecuadas.

Este comportamiento tiene una repercusión directa sobre el volumen de gasto que estos centros generan y que es financiado prácticamente en su totalidad por los presupuestos generales del Estado. Un porcentaje importante de los costes hospitalarios (entre un 22% y un 32%) se debe únicamente al comportamiento ineficiente en el desarrollo de su actividad económica. Se trata de una fuente importante de reducción de costes, especialmente cuando la financiación tiene un carácter público.

Parece constatado que no existe una relación directa entre la ineficiencia técnica y la ineficiencia asignativa. Es decir, no ocurre necesariamente que los hospitales más ineficientes técnicamente, presenten también los peores resultados en cuanto a la eficiencia asignativa.

El origen de la ineficiencia asignativa se encuentra en el excesivo empleo en el proceso productivo hospitalario del trabajo, factor al que estos centros dedican casi un 80% de su presupuesto como media. Por otro lado, la ineficiencia técnica se produce en

mayor medida en los centros de mayor tamaño[85], y en aquellos que disponen de algún centro asociado de atención especializada. Sin embargo, los centros que atienden una gran variedad de casos aparecen como más eficientes. También son más eficientes los que cuentan con un equipo tecnológicamente más avanzado.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

[85] Siempre dentro del rango de hospitales medianos que son los centros analizados en esta tesis.

REFERENCIAS

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES

Afriat, S.N. (1972), "Efficiency estimation of production functions", International Economic Review, 13, nº 3, oct., 568-598.

Ahmad, M y B.E. Bravo-Ureta (1996). "Technical efficiency measures for dairy farms using panel data: a comparison of alternative model specifications", *Journal of Productivity Analysis*, 7, 399-415.

Aigner, D.J. y S.F. Chu (1968). "On estimating the industry production function", *American Economic Review*, 58, 826-839.

Aigner, D.J., C.A.K. Lovell y P.J. Schmidt (1977). "Formulation and estimation of stochastic frontier production function models", *Journal of Econometrics* 6, 21-37.

Banker, R.D., A. Charnes y W.W. Cooper (1984). "Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis", *Management Science*, 30,1078-1092.

Battese, G.E. y T. Coelli (1988). "Prediction of firm-level technical efficiencies with a generalized frontier production function and panel data", *Journal of Econometrics*, 38, 387-399.

Battese, G.E. y T. Coelli (1992). "Frontier production functions, technical efficiency and panel data: with application to paddy farmers in India", *The Journal of Productivity Analysis*, 3, 153-169.

Battese, G.E. y T. Coelli (1995). "A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data", *Empirical Economics*, 20, 325-332.

Battese, G.E. y G.S. Corra (1977). "Estimation of a production frontier model: with application to the pastoral zone of Eastern Australia", *Australian Journal of Agricultural Economics*, 21(3), 169-179.

Bauer, P.W. (1985). "An analysis of multiproduct technology and efficiency using the joint cost function and panel data. An application to the U.S. Airline Industry", Unpublished Doctoral Dissertation, University of North Carolina, Chapel Hill, NC.

Bauer, P.W. (1990). "Recent developments in the econometric estimation of frontiers", *Journal of Econometrics*, 46(1/2), 39-56.

Bauer, P.W., A.N. Berger y D.B. Humphrey (1993). "Efficiency and productivity growth in U.S. banking" in H.O. Fried, C.A.K. Lovell y S.S. Schmidt eds. *The measurement of productive efficiency*. New York, Oxford University Press.

Blackorby, C., D. Primont y R.R. Russell (1978). *Duality, Separability and Functional Structure: Theory and Economic Applications*, North Holland. Amsterdam.

Brown, R.S., D.W. Caves y L.R. Christensen (1979). "Modeling the structure of cost and production for multiproduct firms", *Southern Economic Journal*, 46, 256-273.

Burgess, J.F. y P.W. Wilson (1993). Technical efficiency in veterans administration hospitals, en Fried, H.O., C.A.K. Lovell y S.S. Schmidt eds. *The measurement of productive efficiency. Techniques and applications*. Oxford University Press. Oxford.

Byrnes, P. y V. Valmanis (1994). "Analyzing technical and allocative efficiency of hospitals" en Charnes, A., W. Cooper, A.Y. Lewin y L.M. Seiford eds. *Data envelopment analysis: theory, methodology and application*. Kluwer Pub. Boston.

Caves, D.W., L.R. Christensen y J.A. Swanson (1981). "Productivity growth, scale economies and capacity utilization in U.S. Railroads, 1955-74", *American Economic Review*, 71, 5, 994-1002.

Chambers, R.G. (1988). *Applied Production Analysis.* Cambridge University Press. Cambridge.

Charnes, A., W.W. Cooper y E. Rhodes (1978). "Measuring the efficiency of decision making units", *European Journal of Operational Research,* 2, 429-444.

Charnes, A., W.W. Cooper, A.Y. Lewin y L.M. Seiford (1995). *Data envelopment analysis: theory, methodology and applications*, Kluwer Academics Publishers, Boston.

Coelli, T. (1995). "Estimators and hypothesis test for a stochastic frontier function: a Monte Carlo analysis", *Journal of Productivity Analysis*, 6(4), 247-268.

Coelli, T. y S. Perelman (1996). "Efficiency measurement, multiple-output technologies and distance functions: with application to European railways", Working paper, CREPP, Universidad de Liège, Belgica.

Coelli, T. y S. Perelman (1999). "A comparison of parametric and non-parametric distance functions: with application to European railways", *European Journal of Operational Research*, 117, 326-339.

Coelli, T. y S. Perelman (2000). "Technical efficiency of European railways: a distance function approach"; *Applied Economics*, 32,15, 1967-1976.

Coelli, T., D.S. Prasada Rao y G.E. Battese (1998*). An introduction to efficiency and productivity analysis*. Kluwer Academic Publishers, Boston.

Conrad, R.F. y P. Strauss (1983). "A multiple-output multiple-input model of the hospital industry in North Carolina", *Applied Economics*, 15,341-352.

Cornes, R. (1992). *Duality and modern economics*. Cambridge University Press. Melbourne.

Cornwell, C., P. Schmidt, y R.C. Sieckles (1990). "Production frontiers with cross-sectional and time-series variation in efficiency levels", *Journal of Econometrics*, 46, 185-200.

Cowing, T.G., y A.G. Holtmann (1983). "The multiproduct short-run hospital cost function: empirical evidence and policy implications from cross-section data", *Southern Economic Journal*, 49(3), 637-653.

Cowing, T.G., A.G. Holtmann y S. Powers (1983). "Hospital cost analysis: a survey and evaluation of recent studies", *Advances in Health Economics and Health Services Research*, 4, 257-303.

Cuesta, R.A. (2000). "A production model with firm-specific temporal variation in technical inefficiency: with application to Spanish fairy farms", *Journal of Productivity Analysis*, 13, 139-158.

Dalmau, E., and J. Puig-Junoy (1998). "Market structure and hospital efficiency: evaluating potential effects of deregulation in a National Health Service", Review of Industrial Organization, 13, 447-466.

Debreu, G. (1951). "The coefficient of resource utilization", *Econometrica*, 19(3), 273-292.

Diewert, W.E. y T.J. Wales (1987). "Flexible functional forms and global curvature conditions", *Econometrica*, 55(1), 43-68.

Donaldson, C. Y K. Gerard (1993). *"The economics of health care financing. The visible hand."*. McMillan. London.

Eakin, B.K. (1991). "Allocative inefficiency in the production of hospital services", *Southern Economic Journal*, 58(1), 240-248.

Eakin, B.K., y T.J. Kniesner (1988). "Estimating a non-minimum cost function for hospitals", *Southern Economic Journal*, 54(3), 583-597.

Erias, A., J.J.F. Cainzos, J.P. Domínguez, y J.A. Dopico (1998). *La eficiencia hospitalaria en Galicia*. Instituto de Estudios Económicos. Fundación Pedro Barrié de la Maza.

Evans, R.G. (1971). "Behavioural cost functions for hospitals", *Canadian Journal of Economics*, 5, 198-215.

Evans, R.G. y H.D. Walker (1972). "Information theory and the analysis of hospital cost structure", *Canadian Journal of Economics*, 5, 399-418.

Färe, R. y C.A.K. Lovell (1978). "Measuring the technical efficiency of production", *Journal of Economic Theory*, 19(1), 150-162.

Färe, R., S. Grosskopf y C.A.K. Lovell (1985). *The measurement of efficiency of production*. Boston. Kluwer-Nijhoff Publishing.

Färe, R., S. Grosskopf y C.A.K. Lovell (1994). *Production frontiers*. New York. Cambridge University Press.

Farrell, M.J. (1957). "The measurement of productive efficiency", *Journal of Royal Statistical Society*, A 120, 253-290.

Feldstein, M.S. (1967). *Economic analysis for health economic efficiency: Econometric studies of the British National Health Service*. North Holland. Amsterdam.

Ferrier, G.D. y C.A.K. Lovell (1990). "Measuring cost efficiency in banking. Econometric and linear programming evidence", *Journal of Econometrics*, 46, 229-245.

Fϕrsund, F.R., C.A.K. Lovell y P. Schmidt (1980). "A survey of frontier production functions and of their relationship to efficiency measurement", *Journal of Econometrics*, 13(1), 5-25.

Fried, H.O., C.A.K. Lovell y S.S. Schmidt eds. (1993). *The measurement of productive efficiency*. New York, Oxford University Press.

Fuentes, H., E. Grifell-Tatjé, y S. Perelman (1997). "A parametric stochastic distance function approach for Malquist index estimation: the case of Spanish insurance companies". Working paper, CREPP, Université de Liège, Belgica.

Gabrielson, A. (1975), "On estimating efficient production functions", *Working paper* A-85, Chr. Michelsen Institute, Department of Humanities and Social Sciences, Bergen, Norway.

Gathon, H.J. y S. Perelman (1992). "Measuring technical efficiency in European railways: a panel data approach", Journal of Productivity Analysis, 3, 135-151.

Gong, B.H y R.C. Sickles (1992). "Finite sample evidence on the performance of stochastic frontiers and data envelopment analysis using panel data", *Journal of Econometrics*, 51, 259-284.

González, B. and P. Barber (1996). Changes in the efficiency of Spanish public hospitals after the introduction of program-contracts, *Investigaciones Económicas*, XX(3), 377-402.

González, B., P. Barber y J. Pinilla (1999). Estimación de la eficiencia de los hospitales generales de agudos mediante modelos de frontera estocástica, en *La evaluación de las políticas de servicios sanitarios en el estado delas autonomías. Análisis comparativo de las CC.AA del País Vasco, Andalucía y Cataluña.*. Fundación BBV e Instituto de Estudios Autonómicos, Generalitat de Catalunya.

Granneman, T.W., R.S. Brown y M.V. Pauly (1986). "Estimating hospital costs: a multiple-output analysis", *Journal of Health Economics*, 5, 107-127.

Greene, W. (1980a). "Maximum likelihood estimation of econometric frontier functions", *Journal of Econometrics*, 13(1), 27-56.

Greene, W. (1980b). "On the estimation of a flexible frontier production model", *Journal of Econometrics*, 13(1), 101-115.

Greene, W. (1990). "A gamma-distributed stochastic frontier model", *Journal of Econometrics*, 46, 141-163.

Grosskopf, S. y V. Valdmanis (1987). "Measuring hospital performance: a non parametric approach", *Journal of Health Economics*, 5, 107-127.

Grosskopf, S., K. Hayes, L. Taylor y W. Weber (1997). "Budget constrained frontier measures of fiscal equality and efficiency in schooling", *Review of Economics and Statistics*, 79, 116-124.

Grossskopf, S., D. Margaritis y V. Valdmanis (1995). "Estimating output substitutability of hospital services: a distance function approach", *European Journal of Operational Research*, 80, 575-587.

Hausman, J.A. (1978). "Specification tests in econometrics", *Econometrica*, 46(6), 1251-1272.

Hausman, J.A. y W.E Taylor (1981). "Panel data and unobservable individual effects", *Econometrica*, 49(6), 1377-98.

Huang, C. y J.T. Liu (1994). "Estimation of a non neutral stochastic frontier production function", *Journal of Productivity Analysis*, 5(2), 171-180.

Ibern, P. (1994). *Contractes d'incentius entre el govern i les empreses: una aplicació als sistemes hospitalaris públics*. Tesis doctoral,

Escuela Superior de Administración y Dirección de Empresas (ESADE). Barcelona.

Jondrow, J., Lovell, C.A.K., Materov, I.S. y P. Schmidt (1982). "On the estimation of technical inefficiency in the stochastic frontier production function model", *Journal of Econometrics,* 19, 233-238.

Kalirajan, K. (1981). "An econometric analysis of yield variability in paddy production", *Canadian Journal of Agricultural Economics*, 29, 283-294.

Kalirajan, K. (1990). "On measuring economic efficiency", *Journal of applied econometrics*, 5, 75-85.

Kodde, D.A. y F.C. Palm (1986). "Wald criteria for jointly testing equality and inequality restrictions", *Econometrica*, 54, 1243-1248.

Koop, G. y K. Carey (1994). "Using seminonparametric methods to model hospital cost functions", *Journal of productivity analysis*, 5(2), 141-159.

Koopmans, T.C. (1951). "An analysis of production as an efficient combination of activities", en T.C. Koopmans ed. *Activity analysis of production and allocation*, Cowles Commission for Research in Economics, Monograph n. 13, New York, Wiley.

Kopp, R.J. y W.E. Diewert (1982). "The decomposition of frontier cost function deviations into measures of technical and allocative efficiency", *Journal of Econometrics*, 46 (1/2), 201-212.

Kumbhakar, S.C. (1987). "The specification of technical and allocative inefficiency in stochastic production and profit frontiers", *Journal of Econometrics*, 34, 335-348.

Kumbhakar, S.C. (1990). "Production frontiers, panel data and time-varying technical inefficiency", *Journal of Econometrics*, 46,201-212.

Kumbhakar, S.C. (1991). "The measurement and decomposition of cost-inefficiency: the translog cost system", *Oxford Economic Papers*, 43, 667-683.

Kumbhakar, S.C. (1997). "Modeling allocative inefficiency in a translog cost function and cost share equations: An exact relationship", *Journal of Econometrics*, 76, 351-356.

Kumbhakar, S.C., B. Biswas y D. Bailey (1989). "A study of economic efficiency of Utah dairy farmers: a system approach", *Review of Economics and Statistics*, 71,4, 595-604.

Kumbhakar, S.C., S. Ghosh, y J.T. McGuckin (1991). "A generalized production frontier approach for estimating determinants of inefficiency in US diary farms", *Journal of Business and Economic Statistics*, 9(3), 279-286.

Kumbhakar, S.C. y C.A.Knox Lovell (2000). *Stochastic frontier analysis.* New York, Cambridge University Press.

Lafuente, E. e I. Manzano (1997). "Aplicación de las técnicas DEA al estudio del sector hospitalario en el principado de Asturias", *Documento de Trabajo 135*, Universidad de Oviedo.

Lave, J.R. y L.B. Lave (1970). "Hospital cost function", *American Economic Review*, 60, 379-395.

Lave, J.R. y L.B. Lave (1972). "Hospital cost estimation controlling for case-mix", *Applied Economics Review*, 4, 165-180.

Lee, L.F. (1983). "A test for distributional assumptions for the stochastic frontier functions", *Journal of Econometrics*, 22, 245-267.

Lee, Y.H. y P. Schmidt (1993). "A production frontier model with flexible temporal variation in technical inefficiency" en H.O. Fried, C.A.K. Lovell, y S.S. Schmidt ed. *The measurement of productive efficiency: techniques and applications.* New York. Oxford University Press.

Ley, E. (1991). "Eficiencia productiva: un estudio aplicado al sector hospitalario", *Investigaciones Económicas*, 15(1), 71-88.

López-Casasnovas, G (1985). "Gasto público y racionalización presupuestaria", *Papeles de Economía Española*, 23,203-213.

López-Casasnovas, G. y M. Sáez (1999). "The impact of teaching status on average cost in Spanish hospitals", *Health Economics*, 8(7), 641-651.

López-Casasnovas, G., y A. Wagstaff (1988). "La combinación de los factores productivos en el hospital: una aproximación a la función de producción", *Investigaciones Económicas*, XII, 2, 305-327.

López-Casasnovas, G., y A. Wagstaff (1992). Indicadores de Eficiencia en el Sector Hospitalario. *Economics Working Paper, 11. Departamento de Economía, Universidad Pompeu Fabra*. Barcelona.

López-Casasnovas, G., y A. Wagstaff (1993). "Eficiencia y competitividad en los servicios públicos: Algunas consideraciones relativas a la asistencia sanitaria", *Moneda y Crédito*, 196, 181-218.

Lovell, C.A.K. (1993). "Production frontiers and productive efficiency", en Fried, H.O., C.A.K. Lovell y S.S. Schmidt eds. *The measurement of productive efficiency: techniques and applications*, Oxford University Press, New York.

Lovell, C.A.K., S. Richardson, P. Travers y L.L. Wood (1994). Resources and functionings: a new view of inequality in Australia, en *Models and Measurement of Welfare and Inequality*, W. Eichhorn (Ed.). Springer-Verlag. Berlin.

Magnussen, J. (1996). "Efficiency measurement and the operationalization of hospital production", *Health Services Research,* 31(1), 21-37.

Martín, J., M.P. López del Amo, B. Puertas, C. Pérez, y L. Carretero (1997). *Establecimiento de objetivos para los hospitales en función de la eficiencia relativa mediante análisis envolvente de datos con prioridades*. XVII Jornadas de Economía de la Salud, Murcia.

McGuire, A., J. Henderson y G. Mooney (1992). *The economics of health care*. Routledge. London.

Meeusen, W. y J. Van den Broeck, (1977). "Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error", *International Economic Review* 18, nº 2, 435-444.

Melfi, C.A. (1984). "Estimation and decomposition of productive efficiency in a panel data model: an application to electric utilities", Unpublished Ph. D. Dissertation, University of North Carolina, Chapel Hill, NC.

Mensah, Y.M. (1994). ""A simplification of the Kopp-Diewert method of decomposing cost efficiency and some implications", *Journal of Econometrics, 60,* 133-144.

Mooney, G (1992). *Economics, medicine and health care".* Harvester Wheatsheaf.

Mooney, G. (1994). *Key issues in health economics*. Harvester Wheatsheaf.

Morey, R.C., D.J. Fine y S.W. Loree (1990). "Comparing the allocative efficiencies of hospitals", *OMEGA International Journal of Managemant Science*, 18(1), 71-83.

Navarro, J.L. (1999). "La medida de eficiencia técnica en los hospitales públicos andaluces", *Hacienda Pública Española*, 148, 197-226.

Olson, J.A., Schmidt, P y D.M. Waldman (1980). "A Monte Carlo study of estimators of stochastic frontier production functions", *Journal of Econometrics*, 13, 67-82.

Ozkan, Y.A. y R.D. Luke (1993). "A national study of the efficiency of hospitals in urban markets", *Health Services Research*, 31(1), 21-37.

Pérez, C., L. Carretero, M.P. López del Amo, y J. Martín (1998). *Eficiencia de la red de hospitales comarcales del servicio andaluz de salud a través de benchmarking y análisis envolvente de datos.* XVIII Jornadas de Economía de la Salud, Gasteiz-Vitoria.

Pitt, M. y L.F. Lee (1981). "The measurement and sources of technical inefficiency in the Indonesian weaving industry", *Journal of Development Economics*, 9,43-64.

Prior D. (1996). "Technical efficiency and scope economies in hospitals", *Applied Economics*, 28, 1295-1301.

Prior, D., y M. Solà, (1993). *L'eficiència dels hospitals de Catalunya. Comparació entre els hospitals públics i els privats*. Colección els llibres dels Fulls Econòmics. Departamento de Sanidad y Seguridad Social. Generalidad de Cataluña.

Prior, D., y M. Solà, (1996). "Planificación estratégica pública y eficiencia hospitalaria", *Hacienda Pública Española*, 136, 93-108.

Prior, D., y M. Solà (1998). *Eficiencia y economías de diversificación en la asistencia sanitaria.*, XVIII Jornadas de Economía de la Salud, Gasteiz-Vitoria.

Prior, D., y M. Solà, (1999). *Descentralización, eficiencia y planteamiento de objetivos de la asistencia sanitaria.*, XIX Jornadas de Economía de la Salud, Zaragoza

Puig-Junoy, J. (1988a). "La función de costes hospitalarios. Estudio de 151 hospitales", *Gaceta Sanitaria*, vol. 2, 5, 68-72.

Puig-Junoy, J. (1988b). "Technical efficiency in the clinical management of critically ill patients", *Health Economics*, 7, 263-277.

Puig-Junoy, J. (2000). "Partitioning input cost efficiency into its allocative and technical components. An empirical DEA application to hospitals". *Socio-Economic Planning and Science*, 4 (2/3), 1-20.

Puig-Junoy, J. y E. Dalmau (2000). *¿Qué sabemos acerca de la eficiencia de las organizaciones sanitarias en España? Una revisión de la literatura económica.* Comunicación presentada en las XX Jornadas de Economía de la Salud, Palma de Mallorca.

Quintana, J. (1995). "Eficiencia relativa en la red de hospitales públicos españoles", *Documento de Trabajo. Fundación BBV*. Madrid.

Reifschneider, D. y R. Stevenson (1991). "Systematic departures from the frontier: a framework for the analysis of firm inefficiency", *International Economic Review*, 32(3), 715-723.

Richmond, J. (1974). "Estimating the efficiency of production", *International Economic Review*, 15, nº 2, June, 515-521.

Rodríguez, A. (2000). *Comportamiento de preferencia por el gasto en una burocracia y su coste: el caso de los hospitales públicos del INSALUD gestión directa*¸ XXI Jornadas de Economía de la Salud, Oviedo.

Schmidt, P. (1976). "On the statistical estimation of parametric frontier production functions", *Review of Economics and Statistics*, 58, 238-239.

Schmidt, P. (1984). "An error structure for systems of translog cost and share equations", Working paper 8309, Department of Economics, Michigan State University, East Lansing, MI.

Schmidt, P. (1985-1986). "Frontier production functions", *Econometric Reviews*, 4(2), 289-328.

Schmidt, P. (1988). "Estimation of a fixed-effect Cobb-Douglas system using panel data", *Journal of Econometrics*, 37, 361-380.

Schmidt, P. y T.F. Lin (1984). "Simple test of alternative specifications in stochastic frontier models", *Journal of Econometrics*, 24, 349-361.

Schmidt, P. y C.A.K. Lovell (1979). "Estimating technical and allocative inefficiency relative to stochastic production and cost frontiers", *Journal of econometrics*, 9, 343-366.

Schmidt, P. y C.A.K. Lovell (1980). "Estimating stochastic production and cost frontiers when technical and allocative inefficiency are correlated", *Journal of econometrics*, 13(1), 83-100.

Schmidt, P. y R.C. Sickles (1984). "Production frontier and panel data", *Journal of Business and Economic Statistics*, 2(4), 367-374.

Seiford, L.M. (1996). "Data envelopment analysis: the evolution of the state of the art (1978-1995)", *Journal of Productivity Analysis*, 7, 99-138.

Shephard, R.W. (1953). *Costs and production functions*. Princeton University Press.

Shephard, R.W. (1970). *The theory of cost and production functions*. Princeton University Press.

Solà, M. (1998). *Avaluació de la gestió hospitalària: determinació de les economies de diversificació i valoració dinàmica de la qualitat i la productivitat*. Tesis doctoral, Departamento de Economía de la Empresa. Universidad Autónoma de Barcelona.

Stevenson, R.E. (1980). "Likelihood functions for generalized stochastic frontier estimation", *Journal of Econometrics*, 13(1), 57-66.

Torrance, G.W. (1986). "Measurement of health state utilities for economic appraisal", *Journal of health economics*, 5, 1-30.

Ventura, J., y E. González (1999). "Análisis de la eficiencia técnica hospitalaria del Insalud G.D. en Castilla y León", *Revista de Investigación Económica y Social de Castilla y León*, 1, 39-50.

Vita, M.G. (1983). "Exploring hospital production relationships with flexible functional forms", *Journal of Health Economics*, 2, 1-28.

Vitaliano, D.F. (1987). "On the estimation of hospital cost functions", *Journal of health economics*, 6, 305-318.

Wagstaff, A. (1989). "Estimating efficiency in the hospital sector: a comparison of three statistical cost frontier models", *Applied Economics*, 21, 659-672.

Wagstaff, A., y López-Casasnovas (1996). "Hospital Costs in Catalonia: A Stochastic Frontier Analysis". *Applied Economic Letters*, 3, 471-474.

Williams, A. (1985). "Economics of coronary artery by-pass grafting", *British medical journal*, 326-329.

Winsten, C.B. (1957). "Discussion on Mr. Farrell's paper", *Journal of the Royal Statistical Society* Series A, General, 120(3), 282-284.

Zieschang, K.D. (1983). "A note on the decomposition of cost efficiency into technical and allocative components", *Journal of Econometrics*, 23(2), 401-405.

Zuckerman, S., J. Hadley y L. Iezzoni (1994). "Measuring hospital efficiency with frontier cost functions", *Journal of Health Economics*, 13, 255-280.

APÉNDICE

APÉNDICE

A.1. ESTIMACIÓN CROSS-SECTION DE FRONTERAS DE PRODUCCIÓN

En la estimación por máxima verosimilitud de las fronteras estocásticas se utilizan alternativamente diversos supuestos de distribución sobre las perturbaciones. Analizamos aquí con detalle el proceso de obtención de la función de verosimilitud de una frontera estocástica de producción en el caso de las distribuciones más frecuentemente empleadas.

Modelo normal-seminormal

Siendo u_i el termino de ineficiencia técnica, y v_i una perturbación aleatoria, si consideramos que u_i sigue una seminormal $N^+(0,\sigma_u^2)$, mientras que v_i se distribuye según una normal $N(0,\sigma_v^2)$, tenemos el modelo normal-seminormal.

La función de densidad de u, es:

$$f(u)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_u}\exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_u^2}\right),\quad u\geq 0 \qquad [A.1.1]$$

y la función de densidad de v:

$$f(v)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v}\exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right),\quad -\infty<v<\infty \qquad [A.1.2]$$

La función de densidad conjunta de u y v, dado que son independientes, es el producto de las funciones individuales de densidad:

$$f(u,v) = \frac{1}{\pi\sigma_u\sigma_v}\exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_u^2} - \frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right), \quad u \geq 0 \qquad [A.1.3]$$

Dado que $\varepsilon = v - u$, la función de densidad conjunta de ε y u será:

$$f(u,\varepsilon) = \frac{1}{\pi\sigma_u\sigma_v}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u^2}{\sigma_u^2} + \frac{(\varepsilon+u)^2}{\sigma_v^2}\right)\right] \qquad \text{con } u \geq 0 \quad [A.1.4]$$

BIBLIOTECA VIRTUAL

y operando, resulta:

$$f(u,\varepsilon) = \frac{1}{\pi\sigma_u\sigma_v}\exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2} - \frac{(u-\mu_*)^2}{2\sigma_*^2}\right) \qquad \text{con } u \geq 0 \qquad [A.1.5]$$

donde $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$, $\sigma_*^2 = \frac{\sigma_u^2\sigma_v^2}{\sigma^2}$ y $\mu_* = -\frac{\varepsilon\sigma_u^2}{\sigma^2}$.

La función de densidad de ε es:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon) &= \int_0^\infty f(u,\varepsilon)du = \frac{2\exp\left(-\varepsilon^2/2\sigma^2\right)}{\sigma_u\sigma_v\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty \frac{\exp\left(-(u-\mu_*)^2/2\sigma_*^2\right)}{\sqrt{2\pi}}du \\ &= \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right)\left[1-\Phi\left(\frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right)\right] \qquad [A.1.6] \\ &= \frac{2}{\sigma}\phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)\Phi\left(-\frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

donde $\lambda = \sigma_u/\sigma_v$, mientras que $\phi(.)$ y $\Phi(.)$ son respectivamente las funciones de densidad y de distribución de una normal tipificada.

Dicha expresión puede plasmarse en otra, adoptando la parametrización de Battese y Corra (1977), según la cual $\gamma = \sigma_u^2/\sigma^2$. Resultaría como sigue:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon) &= \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right)\left[1-\Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1-\gamma}}\right)\right] \\ &= \frac{2}{\sigma}\phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)\Phi\left(-\frac{\varepsilon\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1-\gamma}}\right) \end{aligned} \qquad [A.1.7]$$

Suponiendo que hay N empresas en la muestra, la función de verosimilitud será:

$$L(\beta,\sigma,\lambda) = \left(\frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^N \prod_{i=1}^{N}\exp\left[\left(-\frac{\varepsilon_i^2}{2\sigma^2}\right)\left[1-\Phi\left(\frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right)\right]\right] \qquad [A.1.8]$$

donde β es el vector de parámetros de la frontera[86].

En logaritmos, sería:

$$\ln L(\beta,\sigma,\lambda) = \frac{N}{2}\ln(2/\pi) - N\ln\sigma + \sum_i\left[\ln\Phi\left(-\frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma}\right)^2\right] \qquad [A.1.9]$$

Esta función se maximiza para obtener los estimadores máximo-verosímiles de los parámetros β, σ y λ.

La función de densidad condicionada $f(u|\varepsilon)$ se emplea para obtener estimadores individuales del término de ineficiencia u_i. Dicha función se obtiene de la siguiente forma:

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f(u,\varepsilon)}{f(\varepsilon)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*\Phi(\mu_*/\sigma_*)}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\mu_*}{\sigma_*}\right)^2\right] \qquad [A.1.10]$$

Esta función se corresponde con la función de densidad de una variable normal truncada $N^{+}(\mu_*, \sigma_*^2)$. Puede probarse que su esperanza es:

$$E(u|\varepsilon) = \mu_* + \sigma_* \left[\frac{\phi(\mu_*/\sigma_*)}{1 - \Phi(-\mu_*/\sigma_*)} \right] \qquad \text{[A.1.11]}$$

y su moda

$$M(u|\varepsilon) = \begin{cases} -\varepsilon \dfrac{\sigma_u^2}{\sigma^2} & \text{si } \varepsilon \leq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \qquad \text{[A.1.12]}$$

BIBLIOTECA VIRTUAL

Cualquiera de estas dos expresiones puede ser empleada como predicción individual para el término de ineficiencia u_i. Se obtiene así un estimador insesgado aunque no es consistente.

MIGUEL DE CERVANTES

Modelo normal-normal-truncada

Supongamos que v_i es una perturbación aleatoria que se distribuye siguiendo una normal $N(0, \sigma_v^2)$ mientras que u_i, el término de ineficiencia, sigue una normal de media μ, truncada por debajo en el cero, $N^{+}(\mu, \sigma_u^2)$. Ambas se distribuyen independientes entre sí y de los regresores.

La función de densidad de *u*, es:

$$\begin{aligned} f(u) &= \frac{\exp\left[-(u-\mu)^2/2\sigma_u^2\right]/\sqrt{2\pi}\sigma_u}{p[u \geq 0]} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u \Phi(\mu/\sigma_u)} \exp\left(-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma_u^2} \right), \quad u \geq 0 \end{aligned} \qquad \text{[A.1.13]}$$

[86] Estos parámetros aparecen de forma expresa en la función de verosimilitud al sustituir los ε_i por su valor $y_i - f(x_i, \beta)$

donde $\Phi(.)$ es la función de distribución de una normal tipificada.

La función de densidad de v es:

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v}\exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right), \quad -\infty < v < \infty \qquad \text{[A.1.14]}$$

La función de densidad conjunta de u y v es el producto de ambas:

$$f(u,v) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v\Phi(\mu/\sigma_u)}\exp\left(-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma_u^2}-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right) \quad u \geq 0 \quad \text{[A.1.15]}$$

La función de densidad conjunta de ε y u será:

$$f(u,\varepsilon) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v\Phi(\mu/\sigma_u)}\exp\left(-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma_u^2}-\frac{(\varepsilon+u)^2}{2\sigma_v^2}\right) \quad u \geq 0 \text{ [A.1.16]}$$

y operando resulta:

$$f(u,\varepsilon) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v\Phi(\mu/\sigma_u)}\exp\left(-\frac{(\varepsilon+\mu)^2}{2\sigma^2}-\frac{(u-\mu_*)^2}{2\sigma_*^2}\right) \quad u \geq 0 \quad \text{[A.1.17]}$$

donde $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$, $\sigma_*^2 = \frac{\sigma_u^2\sigma_v^2}{\sigma^2}$ y $\mu_* = -\frac{\mu\sigma_v^2 - \varepsilon\sigma_u^2}{\sigma^2}$.

La función de densidad de ε se halla como sigue:

$$f(\varepsilon) = \int_0^\infty f(u,\varepsilon)du = \frac{\exp\left[(\varepsilon+\mu)^2/2\sigma^2\right]}{\sigma_u\sigma_v\Phi(\mu/\sigma_u)\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty \frac{\exp\left[-(u-\mu_*)^2/2\sigma_*^2\right]}{\sqrt{2\pi}}du$$

$$= \frac{1}{\Phi(\mu/\sigma_u)\sigma\sqrt{2\pi}}\Phi\left(\frac{\mu}{\sigma\lambda}-\frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right)\exp\left(-\frac{(\varepsilon+\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \qquad \text{[A.1.18]}$$

$$= \frac{1}{\sigma\Phi(\mu/\sigma_u)}\phi\left(\frac{\varepsilon+\mu}{\sigma}\right)\Phi\left(\frac{\mu}{\sigma\lambda}-\frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right)$$

siendo $\lambda = \sigma_u / \sigma_v$ y $\phi(.)$ la función de densidad de la distribución normal tipificada.

Con la parametrización de Battese y Corra (1977), dicha función adoptaría la siguiente forma:

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\Phi(\mu/\sigma\sqrt{\gamma})\sigma\sqrt{2\pi}} \Phi\left(\frac{\mu\sqrt{1-\gamma}}{\sigma\sqrt{\gamma}} - \frac{\varepsilon\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1-\gamma}}\right) \exp\left(-\frac{(\varepsilon+\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$
$$= \frac{1}{\sigma\Phi(\mu/\sigma\sqrt{\gamma})} \phi\left(\frac{\varepsilon+\mu}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{\mu\sqrt{1-\gamma}}{\sigma\sqrt{\gamma}} - \frac{\varepsilon\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1-\gamma}}\right) \quad [A.1.19]$$

El logaritmo de la función de verosimilitud de una muestra con N empresas, sería:

$$\ln L(\beta, \sigma, \lambda) = -N\left[\frac{1}{2}\ln 2\pi + \ln\sigma + \ln\Phi(\mu/\sigma_u)\right]$$
$$+ \sum_i \left[\ln\Phi\left(\frac{\mu}{\sigma\lambda} - \frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_i+\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad [A.1.20]$$

Tras la estimación por máxima verosimilitud, se obtienen un estimador del término de ineficiencia para cada empresa a partir de la función de densidad condicionada $f(u|\varepsilon)$. Esta última se halla de la siguiente forma:

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f(u,\varepsilon)}{f(\varepsilon)}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*\Phi(\mu_*/\sigma_*)} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\mu_*}{\sigma_*}\right)^2\right] \quad \text{con } u \geq 0 \quad [A.1.21]$$

$f(u|\varepsilon)$ se distribuye como una normal truncada $N^+(\mu_*, \sigma_*^2)$, cuya media es:

$$E(u|\varepsilon) = \mu_* + \sigma_* \left[\frac{\phi(\mu_*/\sigma_*)}{1 - \Phi(-\mu_*/\sigma_*)} \right] \qquad \text{[A.1.22]}$$

y su moda:

$$M(u|\varepsilon) = \begin{cases} -\dfrac{\mu\sigma_v^2 - \varepsilon\sigma_u^2}{\sigma^2} & \text{si } \varepsilon \le 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \qquad \text{[A.1.23]}$$

Tanto una como otra pueden ser empleadas como predicción para el valor individual de u_i.

BIBLIOTECA VIRTUAL

Modelo normal-exponencial

Supongamos que v_i es una perturbación aleatoria que se distribuye siguiendo una normal $N(0, \sigma_v^2)$ y u_i se distribuye siguiendo una exponencial $E(1/\sigma_u)$. Ambas se distribuyen independientes entre sí y de los regresores.

La función de densidad de *u*, es:

$$f(u) = \frac{1}{\sigma_u} \exp\left(-\frac{u}{\sigma_u} \right) \quad u \ge 0 \qquad \text{[A.1.24]}$$

La función de densidad de v es:

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2} \right), \quad -\infty < v < \infty \qquad \text{[A.1.25]}$$

La función de densidad conjunta de u y v es el producto de ambas:

$$f(u,v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u\sigma_v} \exp\left[-\frac{u}{\sigma_u} - \frac{v^2}{2\sigma_v^2} \right] \quad u \ge 0 \qquad \text{[A.1.26]}$$

La función de densidad conjunta de ε y u es:

$$f(u,\varepsilon)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u\sigma_v}\exp\left[-\frac{u}{\sigma_u}-\frac{1}{2\sigma_v^2}(u+\varepsilon)^2\right]\quad u\geq 0 \qquad \text{[A.1.27]}$$

y operando resulta:

$$f(u,\varepsilon)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u\sigma_v}\exp\left(-\frac{\varepsilon}{\sigma_u}-\frac{\sigma_v^2}{2\sigma_u^2}\right)\exp\left[-\frac{(u-\mu_*)^2}{2\sigma_v^2}\right]\ u\geq 0 \text{ [A.1.28]}$$

siendo $\mu_*=-\varepsilon-\frac{\sigma_v^2}{\sigma_u}$.

La función de densidad de ε se halla así:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon)&=\int_0^\infty f(u,\varepsilon)du \\ &=\frac{1}{\sigma_u\sigma_v}\exp\left(-\frac{\varepsilon}{\sigma_u}-\frac{\sigma_v^2}{2\sigma_u^2}\right)\int_0^\infty\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(u-\mu_*)^2}{2\sigma_v^2}\right]du \qquad \text{[A.1.29]} \\ &=\left(\frac{1}{\sigma_u}\right)\Phi\left(-\frac{\varepsilon}{\sigma_v}-\frac{\sigma_v}{\sigma_u}\right)\exp\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_u}+\frac{\sigma_v^2}{2\sigma_u^2}\right) \end{aligned}$$

La función de verosimilitud con una muestra de N empresas, expresada en logaritmos, sería:

$$\begin{aligned} \ln L(\beta,\sigma_u,\sigma_v)&=-N\ln\sigma_u+N\left(\frac{\sigma_v^2}{2\sigma_u^2}\right) \\ &\quad+\sum_i\ln\Phi\left(-\frac{\varepsilon}{\sigma_v}-\frac{\sigma_v}{\sigma_u}\right)+\sum_i\frac{\varepsilon_i}{\sigma_u} \end{aligned} \qquad \text{[A.1.30]}$$

La función de densidad condicionada $f(u|\varepsilon)$ se halla como sigue:

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f(u,\varepsilon)}{f(\varepsilon)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v \Phi(\mu_*/\sigma_v)} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\mu_*}{\sigma_*}\right)^2\right] \qquad u \geq 0 \qquad \text{[A.1.31]}$$

La esperanza de esta función es:

$$E(u|\varepsilon) = \mu_* + \sigma_*\left[\frac{\phi(\mu_*/\sigma_*)}{1-\Phi(-\mu_*/\sigma_*)}\right] \qquad \text{[A.1.32]}$$

y su moda:

$$M(u|\varepsilon) = \begin{cases} -\varepsilon - \dfrac{\sigma_v^2}{\sigma_u} & \text{si } \varepsilon \leq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \qquad \text{[A.1.33]}$$

Tanto una como otra pueden ser empleadas como predicción para el valor individual de u_i.

A.2. DETERMINANTES DE LA EFICIENCIA

En los modelos que estudian los factores específicos de cada empresa que determinan su nivel de eficiencia, se suele plantear el término de ineficiencia en la frontera de producción, u_i, de la siguiente forma:

$$u_i = \delta' z_i + \eta_i \qquad \text{[A.2.1]}$$

donde $\delta = (\delta_1,...\delta_q)'$ es un vector de parámetros, z_i es el vector de determinantes de la ineficiencia, y η_i es una perturbación aleatoria que recoge el efecto de aquellos elementos desconocidos que determinan la ineficiencia.

Usualmente, el procedimiento de estimación es el siguiente:

Suponemos que u_i se distribuye siguiendo una normal truncada cuya media depende de los determinantes de la ineficiencia, $N^+(\delta' z_i, \sigma_u^2)$. Por otro lado, la perturbación aleatoria v_i sigue una normal $N(0, \sigma_v^2)$.

La función de densidad de *u*, es:

$$f(u) = \frac{\exp\left[-(u-\delta' z)^2/2\sigma_u^2\right]/\sqrt{2\pi}\sigma_u}{p[u \geq 0]} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u \Phi(\delta' z/\sigma_u)} \exp\left(-\frac{(u-\delta' z)^2}{2\sigma_u^2}\right), \quad u \geq 0 \qquad [A.2.2]$$

BIBLIOTECA VIRTUAL

donde $\Phi(.)$ es la función de distribución de una normal tipificada.

La función de densidad de v es:

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right), \quad -\infty < v < \infty \qquad [A.2.3]$$

La función de densidad conjunta de u y v es el producto de ambas:

$$f(u,v) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v \Phi\delta' z\, \mu/\sigma_u)} \exp\left(-\frac{(u-\delta' z)^2}{2\sigma_u^2} - \frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right) \quad u \geq 0 \text{ [A.2.4]}$$

La función de densidad conjunta de ε y *u* será:

$$f(u,\varepsilon) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v \Phi(\mu/\sigma_u)} \exp\left(-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma_u^2} - \frac{(\varepsilon+u)^2}{2\sigma_v^2}\right) \quad u \geq 0 \text{ [A.2.5]}$$

y operando resulta:

$$f(u,\varepsilon) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v \Phi(\delta' z/\sigma_u)} \exp\left(-\frac{(\varepsilon+\delta' z)^2}{2\sigma^2} - \frac{(u-\mu_*)^2}{2\sigma_*^2}\right) \quad u \geq 0 \text{ [A.2.6]}$$

donde $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$, $\sigma_*^2 = \dfrac{\sigma_u^2\sigma_v^2}{\sigma^2}$ y $\mu_* = \dfrac{\sigma_v^2\delta' z - \varepsilon\sigma_u^2}{\sigma^2}$.

La función de densidad de ε se halla como sigue:

$$f(\varepsilon) = \int_0^\infty f(u,\varepsilon)du = \frac{\exp\left[(\varepsilon+\delta' z)^2/2\sigma^2\right]}{\sigma_u\sigma_v\Phi(\delta' z/\sigma_u)\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \frac{\exp\left[-(u-\mu_*)^2/2\sigma_*^2\right]}{\sqrt{2\pi}}du$$

$$= \frac{1}{\Phi(\delta' z/\sigma_u)\sigma\sqrt{2\pi}}\,\Phi\left(\frac{\delta' z}{\sigma\lambda} - \frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right)\exp\left(-\frac{(\varepsilon+\delta' z)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$= \frac{1}{\sigma\Phi(\delta' z/\sigma_u)}\,\phi\left(\frac{\varepsilon+\delta' z}{\sigma}\right)\Phi\left(\frac{\delta' z}{\sigma\lambda} - \frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right) \qquad [A.2.7]$$

BIBLIOTECA VIRTUAL

siendo $\lambda = \sigma_u/\sigma_v$ y $\phi(.)$ la función de densidad de la distribución normal tipificada.

El logaritmo de la función de verosimilitud de una muestra con N empresas, sería:

$$\ln L(\beta,\sigma,\lambda) = -N\left[\frac{1}{2}\ln 2\pi + \ln\sigma\right] - \sum_i \ln\Phi(\delta' z_i/\sigma_u) + \sum_i\left[\ln\Phi\left(\frac{\delta' z_i}{\sigma\lambda} - \frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_i+\delta' z_i}{\sigma}\right)^2\right] \qquad [A.2.8]$$

La función de densidad condicionada $f(u|\varepsilon)$ sería:

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f(u,\varepsilon)}{f(\varepsilon)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*\Phi(\mu_*/\sigma_*)}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\mu_*}{\sigma_*}\right)^2\right] \quad \text{con } u \geq 0 \qquad [A.2.9]$$

$f(u|\varepsilon)$ se distribuye como una normal truncada $N^{+}(\mu_*, \sigma_*^2)$, cuya media es:

$$E(u|\varepsilon) = \mu_* + \sigma_* \left[\frac{\phi(\mu_*/\sigma_*)}{1 - \Phi(-\mu_*/\sigma_*)} \right] \qquad \text{[A.2.10]}$$

y su moda:

$$M(u|\varepsilon) = \begin{cases} -\dfrac{\sigma_v^2 \delta' z - \varepsilon \sigma_u^2}{\sigma^2} & \text{si } \varepsilon \leq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \qquad \text{[A.2.11]}$$

Tanto una como otra pueden ser empleadas como predicción para el valor individual de u_i.

A.3. ESTIMACIÓN CROSS-SECTION DE FRONTERAS DE COSTES

La estimación por máxima verosimilitud de una frontera de costes, como se analiza en el apartado 6.2, sigue el mismo procedimiento que el que se emplea en la estimación de una frontera de producción. Las expresiones resultan similares, salvo algún cambio de signo como analizamos a continuación.

Por otro lado, todas el análisis que realizamos a continuación es de aplicación también al caso de los sistemas de costes translog, estudiados en el apartado 6.3.3. y que se han tomado como modelo para las estimaciones de los capítulos 8 y 9. Las expresiones únicamente deben ser reformadas para recoger un cambio en los integrantes del término ε que en lugar de estar compuesto por $u + v$, pasa a ser $\varepsilon = u_T + v$.

Modelo normal-seminormal

Siendo u_i el termino de ineficiencia técnica, y v_i una perturbación aleatoria, si consideramos que u_i sigue una seminormal $N^+(0,\sigma_u^2)$, mientras que v_i se distribuye según una normal $N(0,\sigma_v^2)$, tenemos el modelo normal-seminormal.

La función de densidad de *u*, es:

$$f(u) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_u}\exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_u^2}\right), \quad u \geq 0 \qquad \text{[A.3.1]}$$

y la función de densidad de *v*:

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v}\exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right), \quad -\infty < v < \infty \qquad \text{[A.3.2]}$$

La función de densidad conjunta de *u* y *v*, dado que son independientes, es el producto de las funciones individuales de densidad:

$$f(u,v) = \frac{1}{\pi\sigma_u\sigma_v}\exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_u^2}-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right), \quad u \geq 0 \qquad \text{[A.3.3]}$$

Dado que $\varepsilon = v + u$, la función de densidad conjunta de ε y *u* será:

$$f(u,\varepsilon) = \frac{1}{\pi\sigma_u\sigma_v}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u^2}{\sigma_u^2}+\frac{(\varepsilon-u)^2}{\sigma_v^2}\right)\right] \qquad \text{con } u \geq 0 \quad \text{[A.3.4]}$$

y operando, tenemos:

$$f(u,\varepsilon) = \frac{1}{\pi\sigma_u\sigma_v}\exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma_v^2}-\frac{(u-\mu_*)^2}{2\sigma_*^2}\right) \qquad \text{con } u \geq 0 \qquad \text{[A.3.5]}$$

donde $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$, $\sigma_*^2 = \frac{\sigma_u^2 \sigma_v^2}{\sigma^2}$ y $\mu_* = \frac{\varepsilon \sigma_u^2}{\sigma^2}$.

La función de densidad de ε es:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon) &= \int_0^\infty f(u,\varepsilon)du = \frac{2\exp\left(-\varepsilon^2/2\sigma^2\right)}{\sigma_u\sigma_v\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \frac{\exp\left(-(u-\mu_*)^2/2\sigma_*^2\right)}{\sqrt{2\pi}}du \\ &= \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right)\left[1-\Phi\left(-\frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right)\right] \\ &= \frac{2}{\sigma}\phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)\Phi\left(\frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right) \end{aligned} \qquad \text{[A.3.6]}$$

donde $\lambda = \sigma_u/\sigma_v$, mientras que $\phi(.)$ y $\Phi(.)$ son respectivamente las funciones de densidad y de distribución de una normal tipificada.

La expresión anterior, con la parametrización alternativa de Battese y Corra (1977), resultaría como sigue:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon) &= \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right)\left[\Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1-\gamma}}\right)\right] \\ &= \frac{2}{\sigma}\phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)\Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1-\gamma}}\right) \end{aligned} \qquad \text{[A.3.7]}$$

Suponiendo que hay N empresas en la muestra, la función de verosimilitud será:

$$L(\beta,\sigma,\lambda) = \left(\frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^N \prod_{i=1}^N \exp\left[\left(-\frac{\varepsilon_i^2}{2\sigma^2}\right)\left[1-\Phi\left(-\frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right)\right]\right] \qquad \text{[A.3.8]}$$

donde β es el vector de parámetros de la frontera[87].

En logaritmos, resultaría como sigue:

[87] Estos parámetros aparecen de forma expresa en la función de verosimilitud al sustituir los ε_i por su valor $y_i - f(x_i,\beta)$

$$\ln L(\beta,\sigma,\lambda) = \frac{N}{2}\ln(2/\pi) - N\ln\sigma + \sum_i \left[\ln\Phi\left(\frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma}\right)^2 \right] \quad [A.3.9]$$

Esta función se maximiza para obtener los estimadores máximo-verosímiles de los parámetros β, σ y λ.

La función de densidad condicionada $f(u|\varepsilon)$ se emplea para obtener estimadores individuales del término de ineficiencia u_i. Dicha función se obtiene de la siguiente forma:

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f(u,\varepsilon)}{f(\varepsilon)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*\Phi(\mu_*/\sigma_*)}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\mu_*}{\sigma_*}\right)^2 \right] \quad [A.3.10]$$

Esta función se corresponde con la función de densidad de una variable normal truncada $N^+(\mu_*,\sigma_*^2)$. Puede probarse que su esperanza es:

$$E(u|\varepsilon) = \mu_* + \sigma_*\left[\frac{\phi(\mu_*/\sigma_*)}{1-\Phi(-\mu_*/\sigma_*)} \right] \quad [A.3.11]$$

y su moda

$$M(u|\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon\dfrac{\sigma_u^2}{\sigma^2} & \text{si } \varepsilon \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad [A.3.12]$$

Cualquiera de estas dos expresiones puede ser empleada como predicción individual para el término de ineficiencia u_i. Se obtiene así un estimador insesgado aunque no es consistente.

Modelo normal-normal-truncada

Supongamos que v_i es una perturbación aleatoria que se distribuye siguiendo una normal $N(0,\sigma_v^2)$ mientras que u_i, el término de ineficiencia, sigue una normal de media μ, truncada por debajo en el cero, $N^+(\mu,\sigma_u^2)$. Ambas se distribuyen independientes entre sí y de los regresores.

La función de densidad de *u*, es:

$$f(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u\Phi(\mu/\sigma_u)}\exp\left(-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma_u^2}\right),\quad u\geq 0 \qquad \text{[A.3.13]}$$

BIBLIOTECA VIRTUAL

donde $\Phi(.)$ es la función de distribución de una normal tipificada.

La función de densidad de v es:

$$f(v)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v}\exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right),\quad -\infty<v<\infty \qquad \text{[A.3.14]}$$

La función de densidad conjunta de u y v es el producto de ambas:

$$f(u,v)=\frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v\Phi(\mu/\sigma_u)}\exp\left(-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma_u^2}-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right)\quad u\geq 0 \qquad \text{[A.3.15]}$$

La función de densidad conjunta de ε y *u* será:

$$f(u,\varepsilon)=\frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v\Phi(\mu/\sigma_u)}\exp\left(-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma_u^2}-\frac{(\varepsilon-u)^2}{2\sigma_v^2}\right)\quad u\geq 0 \qquad \text{[A.3.16]}$$

y operando resulta:

$$f(u,\varepsilon) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v\Phi(\mu/\sigma_u)} \exp\left(- \frac{(\varepsilon-\mu)^2}{2\sigma^2} - \frac{(u-\mu_*)^2}{2\sigma_*^2} \right) \quad u \geq 0 \text{ [A.3.17]}$$

donde $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$, $\sigma_*^2 = \frac{\sigma_u^2\sigma_v^2}{\sigma^2}$ y $\mu_* = \frac{\mu\sigma_v^2 + \varepsilon\sigma_u^2}{\sigma^2}$.

La función de densidad de ε se halla como sigue:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon) &= \int_0^\infty f(u,\varepsilon)du = \frac{\exp\left[(\varepsilon-\mu)^2/2\sigma^2\right]}{\sigma_u\sigma_v\Phi(\mu/\sigma_u)\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \frac{\exp\left[-(u-\mu_*)^2/2\sigma_*^2\right]}{\sqrt{2\pi}} du \\ &= \frac{1}{\Phi(\mu/\sigma_u)\sigma\sqrt{2\pi}} \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma\lambda} + \frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right) \exp\left(-\frac{(\varepsilon-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \\ &= \frac{1}{\sigma\Phi(\mu/\sigma_u)} \phi\left(\frac{\varepsilon-\mu}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma\lambda} + \frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right) \end{aligned} \quad \text{[A.3.18]}$$

siendo $\lambda = \sigma_u/\sigma_v$ y $\phi(.)$ la función de densidad de la distribución normal tipificada.

Esta expresión, puede ser escrita alternativamente como sigue:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon) &= \frac{1}{\Phi(\mu/\sigma\sqrt{\gamma})\sigma\sqrt{2\pi}} \Phi\left(\frac{\mu\sqrt{1-\gamma}}{\sigma\sqrt{\gamma}} + \frac{\varepsilon\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1-\gamma}}\right) \exp\left(-\frac{(\varepsilon-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \\ &= \frac{1}{\sigma\Phi(\mu/\sigma\sqrt{\gamma})} \phi\left(\frac{\varepsilon-\mu}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{\mu\sqrt{1-\gamma}}{\sigma\sqrt{\gamma}} + \frac{\varepsilon\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1-\gamma}}\right) \end{aligned} \quad \text{[A.3.19]}$$

donde $\gamma = \sigma_u^2/\sigma^2$.

El logaritmo de la función de verosimilitud de una muestra con N empresas, sería:

$$\ln L(\beta,\sigma,\lambda) = -N\left[\frac{1}{2}\ln 2\pi + \ln\sigma + \ln\Phi(\mu/\sigma_u)\right] + \sum_i\left[\ln\Phi\left(\frac{\mu}{\sigma\lambda}+\frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_i-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad \text{[A.3.20]}$$

Tras la estimación por máxima verosimilitud, se obtienen un estimador del término de ineficiencia para cada empresa a partir de la función de densidad condicionada $f(u|\varepsilon)$. Esta última se halla de la siguiente forma:

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f(u,\varepsilon)}{f(\varepsilon)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*\Phi(\mu_*/\sigma_*)}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\mu_*}{\sigma_*}\right)^2\right] \quad \text{con } u \geq 0 \quad \text{[A.3.21]}$$

$f(u|\varepsilon)$ se distribuye como una normal truncada $N^+(\mu_*,\sigma_*^2)$, cuya media es:

$$E(u|\varepsilon) = \mu_* + \sigma_*\left[\frac{\phi(\mu_*/\sigma_*)}{1-\Phi(-\mu_*/\sigma_*)}\right] \quad \text{[A.3.22]}$$

y su moda:

$$M(u|\varepsilon) = \begin{cases} \dfrac{\mu\sigma_v^2 - \varepsilon\sigma_u^2}{\sigma^2} & \text{si } \varepsilon \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \text{[A.3.23]}$$

Tanto una como otra pueden ser empleadas como predicción para el valor individual de u_i.

Modelo normal-exponencial

Supongamos que v_i es una perturbación aleatoria que se distribuye siguiendo una normal $N(0,\sigma_v^2)$ y u_i se distribuye siguiendo una exponencial $E(1/\sigma_u)$. Ambas se distribuyen independientes entre sí y de los regresores.

La función de densidad de *u*, es:

$$f(u)=\frac{1}{\sigma_u}\exp\left(-\frac{u}{\sigma_u}\right) \quad u\geq 0 \qquad \text{[A.3.24]}$$

La función de densidad de v es:

$$f(v)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v}\exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right), \quad -\infty<v<\infty \qquad \text{[A.3.25]}$$

La función de densidad conjunta de u y v es el producto de ambas:

$$f(u,v)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u\sigma_v}\exp\left[-\frac{u}{\sigma_u}-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right] \quad u\geq 0 \qquad \text{[A.3.26]}$$

y la función de densidad conjunta de ε y u es:

$$f(u,\varepsilon)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u\sigma_v}\exp\left[-\frac{u}{\sigma_u}-\frac{1}{2\sigma_v^2}(\varepsilon-u)^2\right] \quad u\geq 0 \qquad \text{[A.3.27]}$$

que operando resulta:

$$f(u,\varepsilon)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u\sigma_v}\exp\left(-\frac{\varepsilon}{\sigma_u}+\frac{\sigma_v^2}{2\sigma_u^2}\right)\exp\left[-\frac{(u-\mu_*)^2}{2\sigma_v^2}\right] \; u\geq 0 \qquad \text{[A.3.28]}$$

donde $\mu_*=\varepsilon-\frac{\sigma_v^2}{\sigma_u}$.

La función de densidad de ε se halla así:

$$f(\varepsilon) = \int_0^{\infty} f(u,\varepsilon)du$$

$$= \frac{1}{\sigma_u \sigma_v} \exp\left(- \frac{\varepsilon}{\sigma_u} + \frac{\sigma_v^2}{2\sigma_u^2} \right) \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[- \frac{(u - \mu_*)^2}{2\sigma_v^2} \right] du \quad \text{[A.3.29]}$$

$$= \left(\frac{1}{\sigma_u} \right) \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_v} - \frac{\sigma_v}{\sigma_u} \right) \exp\left(- \frac{\varepsilon}{\sigma_u} + \frac{\sigma_v^2}{2\sigma_u^2} \right)$$

La función de verosimilitud con una muestra de N empresas, expresada en logaritmos, sería:

$$\ln L(\beta, \sigma_u, \sigma_v) = -N \ln \sigma_u + N\left(\frac{\sigma_v^2}{2\sigma_u^2} \right) + \sum_i \ln \Phi\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma_v} - \frac{\sigma_v}{\sigma_u} \right) + \sum_i - \frac{\varepsilon_i}{\sigma_u} \quad \text{[A.3.30]}$$

La función de densidad condicionada $f(u|\varepsilon)$ se halla como sigue:

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f(u,\varepsilon)}{f(\varepsilon)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v \Phi(\mu_*/\sigma_v)} \exp\left[- \frac{1}{2} \left(\frac{u - \mu_*}{\sigma_*} \right)^2 \right] \quad \text{con } u \geq 0 \quad \text{[A.3.31]}$$

La esperanza de esta función es:

$$E(u|\varepsilon) = \mu_* + \sigma_* \left[\frac{\phi(\mu_*/\sigma_*)}{1 - \Phi(-\mu_*/\sigma_*)} \right] \quad \text{[A.3.32]}$$

y su moda:

$$M(u|\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon - \dfrac{\sigma_v^2}{\sigma_u} & \text{si } \varepsilon \leq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \qquad \text{[A.3.33]}$$

Tanto una como otra pueden ser empleadas como predicción para el valor individual de u_i.

BIBLIOTECA VIRTUAL MIGUEL DE CERVANTES